

В. А. АМБАРЦУМЯН

ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАБОТАЮЩЕЙ НА СДВИГ КОНСОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ МИНИМАЛЬНОЙ МАССЫ ПРИ ЗАДАННОЙ ОСНОВНОЙ ЧАСТОТЕ

Вопросы оптимального проектирования колеблющихся пластинчатых конструкций анализированы в монографии Ж. Л. Армана [1], где приводится и библиография по данному вопросу. В этой работе дан вывод необходимых условий оптимальности систем с распределенными параметрами, которые ранее, в более общем случае, были получены в работе К. А. Лурье [2]. В [1] получено решение задачи об оптимальном проектировании свободно-опертой пластины минимальной массы, работающей на сдвиг при заданной основной частоте свободных колебаний. Ниже, используя метод, примененный в этой работе, рассматривается аналогичная задача об оптимальном выборе высоты поперечного сечения консольной пластины минимальной массы, работающей на сдвиг и совершающей гармонические колебания с собственной основной частотой. Отметим, что расчетные схемы сооружений в виде консольных балок, работающих только на сдвиг, применяются при описании колебаний каменных и крупнопанельных зданий при сейсмических воздействиях [3]. В некоторых случаях необходимо также рассмотрение расчетных схем в виде работающих на сдвиг консольных пластин. Поэтому полагаем, что результаты исследований по определению оптимальных форм консольных сдвигаемых пластин могут найти применение при проектировании сейсмостойких инженерных сооружений.

1. Рассмотрим консольную, прямоугольную в плане пластину, работающую на сдвиг. Принимается, что имеется постоянная доля неконструктивной массы δ_0 , а толщина пластины $h(x, y)$ выражается формулой

$$h(x, y) = \delta_1 h^*(x, y) + \delta_2, \quad \delta_1 + \delta_2 = 1 \quad (1.1)$$

где $h^*(x, y)$ является переменной, варьируемой толщиной пластины. Дифференциальное уравнение движения установившихся одночастотных колебаний пластины имеет вид [1]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^* \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h^* \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\rho}{G} \omega^2 (\delta_1 h^* + \delta_2) w = 0 \quad (1.2)$$

где w — перемещение пластины, ω — собственная частота основной формы колебаний, ρ — масса единицы объема, G — модуль сдвига. Граничные условия для консольной пластины следующие:

$$w = 0 \text{ при } x = 0, \quad h^* \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \text{ при } x = a, \quad h^* \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0, b \quad (1.3)$$

Варьируемая толщина h^* ограничена некоторой величиной h_0^* , то есть имеет место условие

$$h^* - h_0^* \geq 0 \quad (1.4)$$

Задача заключается в определении оптимальной толщины h , минимизирующей массу пластины, выражаемую интегралом

$$J = \int_0^b \int_0^a h(xy) dx dy \quad (1.5)$$

при выполнении ограничения (1.2) с граничными условиями (1.3) и неравенства (1.4). Значение основной частоты собственных колебаний принимается заданной. Преобразуем (1.2) в систему дифференциальных уравнений первого порядка. Такое преобразование возможно различными способами. Безусловно, в общем случае следует отдать предпочтение стандартной форме записи уравнений с учетом параметрических переменных, предложенной в работе [2]. Однако, в данном случае мы воспользовались вариантом уравнений работы [1], дающим возможность определить значения неизвестных более простым путем. Основные неизвестные принимаются в виде

$$z_1 = w, \quad z_2 = h^* \frac{\partial w}{\partial x}; \quad z_3 = h^* \frac{\partial w}{\partial y}$$

Уравнение (1.2) записывается в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_1}{\partial x} &= \frac{z_2}{h^*}, \quad \frac{\partial z_1}{\partial y} = \frac{z_3}{h^*}, \quad \frac{\partial z_2}{\partial x} = u_1, \quad \frac{\partial z_2}{\partial y} = u_2 \\ \frac{\partial z_3}{\partial x} &= u_3, \quad \frac{\partial z_3}{\partial y} = -u_1 - \frac{\gamma}{G} \omega^2 (h^* \delta_1 + \delta_2) z_3 \end{aligned} \quad (1.6)$$

Граничные условия будут:

$$x = 0, \quad z_1 = 0; \quad x = a, \quad z_2 = 0; \quad y = 0, \quad b; \quad z_3 = 0 \quad (1.7)$$

Составляется выражение гамильтониана H :

$$\begin{aligned} H = & h^* + \lambda_1 \frac{z_2}{h^*} + \lambda_2 u_1 + \lambda_3 u_2 + \mu_1 \frac{z_3}{h^*} + \mu_2 u_3 + \\ & + \mu_3 \left[-u_1 - \frac{\gamma}{G} \omega^2 (h^* \delta_1 + \delta_2) z_3 \right] + \xi (h^* - h_0^*) \end{aligned} \quad (1.8)$$

где при $\xi < 0$ $h^* = h_0^*$, при $\xi = 0$ $h^* \geq h_0^*$.

Необходимые условия экстремальности выражаются в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_1}{\partial x} + \frac{\partial \mu_1}{\partial y} &= \frac{\gamma}{G} \omega^2 (\delta_1 h^* + \delta_2) \mu_3, \quad \frac{\partial \lambda_2}{\partial x} + \frac{\partial \mu_2}{\partial y} = -\frac{\lambda_2}{h^*} \\ \frac{\partial \lambda_3}{\partial x} + \frac{\partial \mu_3}{\partial y} &= -\frac{\mu_3}{h^*}, \quad \lambda_2 - \mu_3 = 0, \quad \mu_2 = 0, \quad \lambda_3 = 0 \\ 1 - \frac{\lambda_1 z_2}{h^{*2}} - \mu_1 \frac{z_3}{h^{*2}} - \frac{\gamma \omega^2}{G} \delta_1 z_1 \mu_3 + \xi &= 0 \end{aligned} \quad (1.9)$$

Для консольной пластины граничными условиями для системы (1.9) служат естественные граничные условия (1.7) и условия трансверсальности:

$$\begin{aligned} \text{при } x = a, y = 0, b \quad [\lambda_1 \beta'(s) - \mu_1 \alpha'(s)] &= 0 \\ \text{при } x = 0, y = 0, b \quad [\lambda_2 \beta'(s) - \mu_2 \alpha'(s)] &= 0 \\ \text{при } x = 0, a \quad [\lambda_3 \beta'(s) - \mu_3 \alpha'(s)] &= 0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

где принято, что уравнение границы пластины задано в параметрической форме:

$$x = \alpha(s), \quad y = \beta(s) \quad (1.11)$$

Из уравнений (1.9) и (1.10) определяются функции $\lambda_i, \mu_i; i=1, 2, 3$. Из (1.9) имеем $\mu_1 = \mu_2 = 0$. Из первого уравнения (1.10) имеем при $x = a, \alpha' = 0, \beta' \neq 0, \lambda_1(a, y) = 0$; при $y = 0, b, \beta = 0, \alpha' \neq 0$ и поэтому $\mu_1(x, 0) = \mu_1(x, b) = 0$. Из второго уравнения (1.10) получаем $\lambda_2 \beta'(s) = 0$, при $x=0, \beta'(s) \neq 0, \lambda_2(0, y) = 0$. Так как $\mu_1 = \mu_2$, то $\mu_2(0, y) = 0$. Сравнение (1.6) и (1.9) показывает, что

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{\alpha}, \quad \mu_3 = \frac{\mu_1}{\alpha}, \quad \lambda_3 = \mu_3 = -\frac{\lambda_1}{\alpha} \quad (1.12)$$

где α — произвольная постоянная. Можно убедиться, что определенные выше значения λ и μ удовлетворяют системе (1.12). Так, например, $\lambda_2(a, y) = \lambda_3(a, y) = 0$ и т. д. Учитывая (1.12) и обозначения основных неизвестных $x_i; i=1, 2, 3$, последнее уравнение системы (1.9) приводится к виду

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 = c^2 + k^2 w^2 + z \quad (1.13)$$

где

$$c = c^2, \quad k^2 = \frac{P}{G} \alpha \beta_1$$

Уравнение (1.13) должно решаться при выполнении граничных условий (1.3). Как показано в [1], уравнение (1.13) является достаточным условием оптимальности.

Прежде, чем перейти к решению поставленной задачи, рассмотрим колебания пластины постоянной толщины и решение аналогичной задачи без соблюдения ограничения (1.4).

2. При колебании прямоугольной плиты постоянной толщины h уравнение (1.2) принимает вид

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + z^2 w = 0 \quad (2.1)$$

где

$$z^2 = \frac{w \gamma}{G}$$

Решение (2.1) представляется следующим образом:

$$w = A_1 \sin \beta x \sin \gamma y + A_2 \sin \beta x \cos \gamma y + A_3 \cos \beta x \sin \gamma y + A_4 \cos \beta x \cos \gamma y \quad (2.2)$$

где A_1, A_2, A_3, A_4 — постоянные, β, γ — константы, связанные с α соотношением

$$\beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2 \quad (2.3)$$

Удовлетворяя граничным условиям (1.3), получим

$$\cos \beta a = 0, \beta a = \frac{\pi}{2}(2m-1), m=1, 2, \dots, \sin \gamma b = 0, \gamma b = n\pi, n=1, 2, \dots \quad (2.4)$$

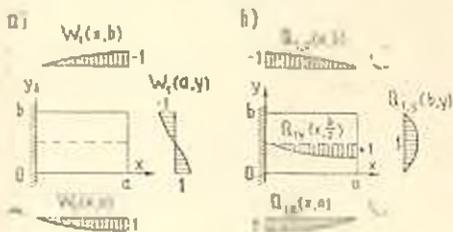
Учитывая (2.3), находим значения собственных частот

$$\omega_{mn} = \sqrt{\left[\left(\frac{\pi(2m-1)}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right] \frac{G}{\rho}} \quad (2.5)$$

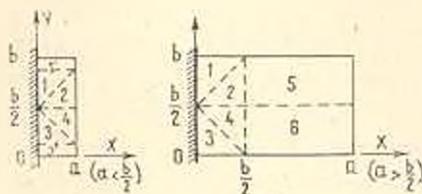
Формы колебаний определяются выражением

$$w(x, y) = A_{mn} \sin \frac{\pi(2m-1)}{2a} x \cos \frac{n\pi}{b} y \quad (2.6)$$

На фиг. 1 показан характер деформирования и распределение поперечных сил $Q_x = h \frac{\partial w}{\partial x}$, $Q_y = h \frac{\partial w}{\partial y}$ пластины при колебании по основной форме (принято, что $A_{11} = 1, h = 1$).



Фиг. 1. Схема пластины: а) эпюры прогибов, б) эпюры поперечных сил.



Фиг. 2. Разбиение площади пластины на подобласти, в которых оптимальная высота имеет различные аналитические выражения.

3. Теперь рассмотрим оптимальную задачу без учета ограничения (1.4). Следует решить уравнение (1.13) при $\xi = 0$. Как и в [1], вводя неизвестную функцию θ

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \sqrt{c^2 + k^2 w^2} \cos \theta, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = \sqrt{c^2 + k^2 w^2} \sin \theta \quad (3.1)$$

получаем, что характеристиками являются прямые, вдоль которых θ сохраняет постоянное значение. Около границы $x = 0$ характеристики перпендикулярны к линии $x = 0$. При этом θ представляет угол, который характеристическая линия составляет с осью ox (фиг. 1). На остальных сторонах граничные условия удовлетворяются соответствующим выбором функции θ или же соответствующих производных $\partial w / \partial x$ или $\partial w / \partial y$. Во втором случае характеристики, как следует из (3.1), являются прямыми, параллельными соответствующей стороне. Решение (1.13) представляется в виде [4]

$$w = \frac{c}{k} \operatorname{sh} k \frac{Ax + By}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}} \quad (3.2)$$

где A, B — постоянные. На фиг. 2 показано разбиение пластины на области, где перемещение и толщина имеют различные аналитические выражения. В случае $a > b/2$ прогиб w в областях, показанных на фиг. 2, представляется в виде

$$w_1 = \frac{c}{k} \operatorname{sh} kx; \quad w_3 = -\frac{c}{k} \operatorname{sh} kx \quad (3.3)$$

$$w_2 = w_5 = \frac{c}{k} \operatorname{sh} k \left(y - \frac{b}{2} \right); \quad w_4 = w_6 = -\frac{c}{k} \operatorname{sh} k \left(y - \frac{b}{2} \right)$$

Функция w , обратносимметрична относительно оси $y = b/2$. Из (1.2) находим неизвестное распределение $h^*(x, y)$ в областях 1, 2, 5

$$h_1^*(x, y) = -\frac{\delta_2}{2\delta_1} + \frac{f_1(y)}{\operatorname{ch}^2 kx}; \quad h_2^*(x, y) = -\frac{\delta_2}{2\delta_1} + \frac{f_2(x)}{\operatorname{ch}^2 k \left(y - \frac{b}{2} \right)} \quad (3.4)$$

$$h_5^*(x, y) = -\frac{\delta_2}{2\delta_1} + \frac{f_5(x)}{\operatorname{ch}^2 k \left(y - \frac{b}{2} \right)}$$

Функция $h^*(x, y)$ симметрична относительно оси $y = b/2$. Неизвестные функции $f_1(y), f_2(x)$ определяются из условия непрерывности поперечных сил на границе областей 1, 2. Функция $f_5(x)$ определяется при удовлетворении граничного условия на линии $y = b$. Окончательные выражения для полной толщины плиты будут

$$h_1(x, y) = \frac{\delta_2}{2} \left[1 + \frac{\operatorname{ch}^2 k \left(y - \frac{b}{2} \right)}{\operatorname{ch}^2 kx} \right], \quad h_2(x, y) = \frac{\delta_2}{2} \left[1 + \frac{\operatorname{ch}^2 kx}{\operatorname{ch}^2 k \left(y - \frac{b}{2} \right)} \right] \quad (3.5)$$

$$h_5(x, y) = \frac{\delta_2}{2} \left[1 + \frac{\operatorname{ch}^2 \frac{kb}{2}}{\operatorname{ch}^2 k \left(y - \frac{b}{2} \right)} \right]$$

Полная масса M оптимальной плиты определится выражением

$$M = 2\rho \int_{b/2}^a \int_0^{b/2} h_1(x, y) dx dy + \int_0^a \int_{b/2}^{b/2+ka} h_2(x, y) dx dy + \int_{b/2}^a \int_{b/2}^b h_5(x, y) dx dy \quad (3.6)$$

Вычислено значение оптимальной относительной массы m , представляющей собой отношение полной массы к массе пластины постоянной толщины и одинаковой частоты

$$m = \delta_2 \left\{ \frac{0.125}{\lambda} + \frac{\operatorname{ch} \pi \sqrt{\delta_1 \left(1 + \frac{0.25}{\lambda^2}\right)} - 1}{\pi^2 \lambda \delta_1 \left(1 + \frac{0.25}{\lambda^2}\right)} + 0.25 \left(1 - \frac{1}{2\lambda}\right) + \right. \\ \left. + 0.5 \left(1 - \frac{1}{2\lambda}\right) \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi}{2} \sqrt{\delta_1 \left(1 + \frac{0.25}{\lambda^2}\right)} \operatorname{sh} \frac{\pi}{2} \sqrt{\delta_1 \left(1 + \frac{0.25}{\lambda^2}\right)}}{\pi \sqrt{\delta_1 \left(1 + \frac{0.25}{\lambda^2}\right)}} \right\} \quad (3.7)$$

Аналогичные выражения можно вывести и в случае, когда $a < b/2$. Перемещения в области 1' определяются тем же выражением, как и в области 1. $h_1(x, y)$ и $h_2(x, y)$ определяются формулами (3.5), а $h_1'(x, y)$ выражением

$$h_1'(x, y) = \frac{\delta_2}{2} \left[1 + \frac{\operatorname{ch}^2 ka}{\operatorname{ch}^2 kx} \right] \quad (3.8)$$

В данном случае относительная масса определяется формулой

$$m = \delta_2 \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\operatorname{ch} 2\pi \sqrt{\delta_1 \left(\lambda^2 + \frac{1}{4}\right)} - 1}{2\pi^2 \delta_1 \left[\lambda + \frac{1}{4\lambda}\right]} + \right. \\ \left. + \frac{\operatorname{sh} \pi \sqrt{\delta_1 \left(\lambda^2 + \frac{1}{4}\right)} \operatorname{ch} \pi \sqrt{\delta_1 \left(\lambda^2 + \frac{1}{4}\right)}}{\pi \sqrt{\delta_1 (\lambda^2 + 0.25)}} \left(\frac{1}{2} - \lambda\right) \right\} \quad (3.9)$$

Предельным переходом можно из приведенных результатов получить и соответствующее оптимальное решение для сдвигаемой балки. Балка характеризуется тем, что напряженно-деформированное состояние в направлении оси y не меняется. Поэтому из (3.9), применяя условие $\lambda = a/b \rightarrow 0$, получим

$$m = \frac{\delta_2}{2} \left[1 + \frac{\operatorname{sh} \pi \sqrt{\frac{\delta_1}{4}} \operatorname{ch} \pi \sqrt{\frac{\delta_1}{4}}}{\pi \sqrt{\frac{\delta_1}{4}}} \right] \quad (3.10)$$

Используя (3.4) и (1.1), находим оптимальную высоту балки

$$h(x, y) = \frac{\delta_2}{2} \left[1 + \frac{\operatorname{ch}^2 \pi \sqrt{\frac{\delta_1}{4}}}{\operatorname{ch}^2 \pi \sqrt{\frac{\delta_1}{4}} \frac{x}{a}} \right] \quad (3.11)$$

Отметим, что математически эквивалентная задача об оптимальном проектировании продольно колеблющегося стержня была рассмотрена в [5].

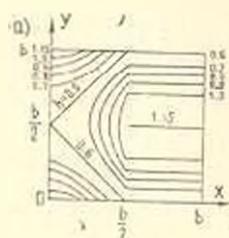
конструктивная масса в этой работе была принята сосредоточенной на свободном конце. Применительно к задачам об оптимальном проектировании балок, балочных систем и других конструкций имеется обширная литература [6, 7, 8, 9].

В таблице приводятся вычисленные по приведенным формулам значения относительной массы в зависимости от характеристики величины конструктивной массы δ , при различных отношениях сторон $\lambda = a/b$.

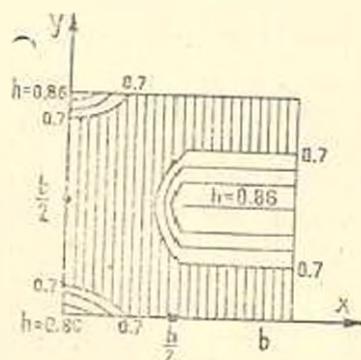
Таблица

$\lambda \backslash \delta$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
0	1	0.945	0.839	0.657	0.394	0
0.25	1	0.937	0.829	0.657	0.391	0
1	1	0.835	0.749	0.597	0.356	0
4	1	0.556	0.490	0.402	0.226	0

Данные таблицы показывают, что масса пластины с оптимальным изменением высоты действительно меньше, чем масса пластины с постоянной высотой и одинаковой частотой основного тона. Из этих данных следует также, что при фиксированном отношении сторон с увеличением доли конструкционной массы величина m уменьшается. В таблице приводятся также данные, соответствующие сдвигаемой балке ($\lambda = 0$). На фиг. 3 показан характер оптимального изменения толщины плиты ($\lambda = 1$, $\delta_x = 0.6$) и высоты сечения балки.



Фиг. 3. Рельеф оптимальных конструкций при неучете ограничений: а) рельеф квадратной пластины, б) изменение поперечного сечения сдвигаемой балки.



Фиг. 4. Рельеф оптимальной пластины при ограничении $h \geq 0.7$.

4. Теперь рассмотрим задачу о выборе оптимальной толщины плиты с учетом ограничения (1.4). В той части области, в которой соблюдается условие $h^* > h_0^*$, $\xi = 0$ и прогибы w определяются решением уравнения (1.13). Для этой области справедливы формулы (3.3), (3.4), (3.5). Там же:

где достигается минимально допустимое значение $h^- = h_0^*$, уравнение (1.2) сводится к (2.1), в котором

$$\alpha^2 = \omega^2 \frac{\rho}{G} \left(\delta_1 + \frac{\delta_2}{h_0} \right) \quad (4.1)$$

Найдем форму кривой $\eta = \psi(\xi)$, разделяющей две области. Функция w и ее производные $\partial w / \partial x$, $\partial w / \partial y$ должны быть непрерывными на этой линии. Эти условия, записанные для той ветви функции, которая находится в области 1 (фиг. 2), имеют вид

$$\begin{aligned} \text{sh } k\xi &= A_1 \sin \beta\xi \sin \beta \left(\eta - \frac{b}{2} \right) + A_2 \left[\sin \beta\xi \cos \beta \left(\eta - \frac{b}{2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \cos \beta\xi \sin \beta \left(\eta - \frac{b}{2} \right) \right] \\ 0 &= A_1 \sin \beta\xi \cos \beta \left(\eta - \frac{b}{2} \right) + A_2 \left[-\sin \beta\xi \sin \beta \left(\eta - \frac{b}{2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \cos \beta\xi \cos \beta \left(\eta - \frac{b}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{k}{\rho} \text{ch } k\xi &= A_1 \cos \beta\xi \sin \beta \left(\eta - \frac{b}{2} \right) - A_2 \left[\cos \beta\xi \cos \beta \left(\eta - \frac{b}{2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \sin \beta\xi \sin \beta \left(\eta - \frac{b}{2} \right) \right] \end{aligned}$$

где $\beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \alpha$.

Первое уравнение выражает условие равенства перемещений на линии раздела. Выражение для перемещений в области с постоянной толщиной получено из (2.2), учитывая симметричность относительно линии $y = x + b/2$, а также условие $w = 0$ при $x = 0$, $y = b/2$. Из системы (4.2) находим уравнение для определения интересующей нас зависимости $\eta = \psi(\xi)$

$$\sin 2\beta \left(\eta - \frac{b}{2} \right) = \sin 2\beta\xi - \frac{2k \sin^2 \beta\xi}{\rho \text{th } k\xi} \quad (4.3)$$

Аналогичным образом находится уравнение для определения линии раздела подобластей с постоянной и переменной толщинами в области 2 (фиг. 2)

$$\sin 2\beta\xi = \sin 2\beta \left(\eta - \frac{b}{2} \right) - \frac{2k \sin^2 \beta \left(\eta - \frac{b}{2} \right)}{\rho \text{th } k \left(\eta - \frac{b}{2} \right)} \quad (4.4)$$

Из (4.3) и (4.4) следует, что две ветви функции $\eta = \psi(\xi)$, определяемые из этих уравнений, являются симметричными относительно линии $y = x + b/2$. В области 5 линией раздела является прямая (фиг. 2, 3а). Функции $\eta = \psi(\xi)$; $\xi = \psi(\eta)$ идентичны линиям постоянной толщины.

показанным на фиг. 3а. Закон изменения толщины пластины в областях, где $h^* > h^*$, определяется с помощью выражений (3.4). Функции f_1, f_2, f_3 определяются из условий $h^* = h^*$, имеющих место на линиях разделов $\eta = \psi(\xi)$; $\xi = \Phi(\eta)$. Получено, что

$$h_1 = \frac{\delta_2}{2} + \left(\delta_1 h_0^* + \frac{\delta_2}{2} \right) \frac{\text{ch}^2 k \Phi(y)}{\text{ch}^2 k x}, \quad h_2 = \frac{\delta_2}{2} + \left(\delta_1 h_0^* + \frac{\delta_2}{2} \right) \frac{\text{ch}^2 k \psi(x)}{\text{ch}^2 k (y-b/2)}$$

$$h_3 = \frac{\delta_2}{2} + \left(\delta_1 h_0^* + \frac{\delta_2}{2} \right) \frac{\text{ch}^2 k (\tau_1 - b/2)}{\text{ch}^2 k (y - b/2)} \quad (4.5)$$

Использованием (3.6) определяется значение M , а затем и m .

Определено оптимальное изменение толщины сдвигаемой пластины с учетом ограничения (1.4) при $\lambda = 1$, $\delta_1 = 0.4$, $\delta_2 = 0.6$, $h^* = 0.25$. Минимальная допустимая толщина принята $h = 0.25 \cdot 0.4 + 0.6 = 0.7$. На фиг. 4 приведен рельеф оптимальной пластины. Приведенная масса для данного варианта составила $m = 0.75$. Для сравнения отметим, что при решении этой задачи без ограничения было получено значение $m = 0.749$ (см. таблицу).

АрмНИИ строительства
и архитектуры

Поступила 18 III 1981

Վ. Ա. ՀԱՄԲԱՐՏՈՒՄՅԱՆ

ԱՄԵՆՍՓՈՔԻ ՄԱՍՍԱՅՈՎ ԿՈՆՍՈՒԱՅԻՆ ՊԱՒ ԵԱԽԱԳԻՐՈՒՄԸ,
ՈՐԸ ԱՇԽԱՏՈՒՄ Է ՄԱՀՔԻ, ՏՐՎԱԾ ՀԻՄՆԱԿԱՆ
ՀԱՆԱԽՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՐՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Չիտարկվում է միևնույն մասսա ունեցող և սահքի ղեկորմացիայի ենթարկվող կոնսուլային սալի սպառման նախագծման խնդիրը: Մտացված է խնդրի անալիտիկ լուծումը ոչ կոնստրուկտիվ մասսայի և սալի հաստության նկատմամբ սահմանափակումների առկայությամբ դեպքում: Քերված են թվային տվյալները:

THE DESIGNING OF A CANTILEVER SHEARING PLATE WITH MASS WHEN THE PRINCIPAL FREQUENCY IS GIVEN

B. A. AMBARTSUMIAN

S u m m a r y

An optimal designing of a cantilever shearing plate with minimum mass and restrictive thickness is examined. The analytic solution under non-constructive mass is obtained and numerical data are presented.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арман Ж. А. Приложения теории оптимального управления системами с распределенными параметрами к задачам оптимизации конструкций. М., «Мир», 1977.
2. Лурье К. А. Задача Майера—Больца для кратных интегралов и оптимизация поведения систем с распределенными параметрами. ПММ, 1963, т. 27, № 5.
3. Хачикян Э. Е. Сейсмические воздействия на высотные здания и сооружения. Ереван, Айастан, 1973.
4. Калке Э. Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка. М., «Наука», 1966.
5. Тэрнер М. Проектирование конструкций минимального веса, имеющих заданные собственные частоты. РТнК, 1967, т. 5, № 10.
6. Рейтман М. И., Шапиро Г. С. Методы оптимального проектирования деформируемых тел. М., «Наука», 1976.
7. Амбарцумян В. А. Проектирование рамной конструкции минимального объема при заданном значении основной частоты. Изв. АН Арм.ССР, сер. техн. наук, 1978, т. 31, № 1.
8. Троицкий В. А. Оптимальные процессы колебаний механических систем. Л., Машиностроение, 1976.
9. Гринев В. Б., Филиппов А. П. Оптимальное проектирование конструкций, имеющих заданные собственные частоты. ПМ, 1971, т. 7, вып. 10.