

М. В. БЕЛУБЕКЯН, А. Е. ГАСПАРЯН

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОДНОМЕРНОЙ МАГНИТОУПРУГОЙ ВОЛНЫ В КОНЕЧНО-ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

В настоящей работе рассматриваются одномерные волновые движения конечно-проводящей неполяризуемой немагнитчиваемой упругой изотропной среды в однородном магнитном поле. Для описания распространения волн используются линеаризованные уравнения электродинамики и уравнения динамической теории упругости [1—3].

Решения представлены в виде монохроматических волн и получены дисперсионные соотношения. Зависимость частоты от волнового числа найдена с помощью разложения по малому параметру.

Исследованы изменение скорости, дисперсия и затухание волн в зависимости от величины магнитного поля.

Полученные решения исследуются при помощи метода стационарной фазы.

### § 1. Основные уравнения

При выводе систем уравнений, описывающих движение упругой среды в постоянном однородном магнитном поле, принимаются следующие предположения:

- а) среда является однородным изотропным проводником с постоянной электропроводностью;
- б) токи смещения пренебрегаются;
- в) упругое перемещение среды и электромагнитные возмущения считаются настолько малыми, что при описании магнитоупругих колебаний можно пользоваться линейными уравнениями магнитоупругости и электродинамики.

Для описания движения упругой среды в постоянном однородном магнитном поле с заданным вектором напряженности  $\vec{H}_0$  используются уравнения электродинамики для области, занимаемой телом (внутренняя область) и уравнения динамической теории упругости, которые в абсолютной гауссовой системе единиц запишутся следующим образом [1—3]:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 4\pi \rho_{\text{вн}}, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \end{aligned} \tag{1.1}$$

$$G \Delta \vec{u} + (\nu + G) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u} + \vec{K} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (1.2)$$

где  $\rho_e$  — объемная плотность электрического заряда,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\rho$ ,  $\lambda$ ,  $G$  — плотность и упругие постоянные Ляме среды, соответственно,  $\vec{K}$  — сила Лоренца, которая возникает от действия вектора плотности электрического тока и вектора магнитной индукции

$$\vec{K} = \frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{B} \quad (1.3)$$

Найти решение задачи (1.1) — (1.2) в общем виде трудно, поэтому используем линеаризованные уравнения электродинамики

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{h} &= \frac{4\pi\sigma}{c} \left( \vec{e} + \frac{\nu}{c} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \times \vec{H}_0 \right) \\ \operatorname{rot} \vec{e} &= -\frac{\nu}{c} \frac{\partial \vec{h}}{\partial t} \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\operatorname{div} \vec{h} = 0$$

$$\operatorname{div} \left( \epsilon \vec{e} + \frac{\epsilon\mu - 1}{c} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \times \vec{H}_0 \right) = 4\pi\rho_e$$

где  $\mu$  — коэффициент магнитной проницаемости,  $\epsilon$  — диэлектрическая постоянная,  $\sigma = 1/R_1$  — коэффициент электропроводности среды ( $R_1$  — удельное электрическое сопротивление),  $\vec{h}$ ,  $\vec{e}$  — компоненты возбужденного электромагнитного поля.

Последнее уравнение системы (1.4) служит для определения плотности электрического тока  $\rho_e$ , возникающего при распространении магнитоупругой волны.

## § 2. Постановка и решение задачи

Рассмотрим случай, когда упругая одномерная волна распространяется по направлению координаты  $x$ , а вектор напряженности заданного магнитного поля параллелен направлению распространения волны, то есть

$$\vec{H}_0 = [H_{01}, 0, 0] \quad (2.1)$$

Проектируя систему уравнений (1.2) и (1.4) на оси координат, с учетом (2.1) получаем следующие уравнения одномерной задачи:

$$\begin{aligned} c_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\nu}{c_1} H_{01} \left( \epsilon_1 - \frac{\nu}{c} H_{01} \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) &= \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x} &= \frac{4\pi\sigma}{c} \left( \epsilon_1 - \frac{\nu}{c} H_{01} \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial e_1}{\partial x} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial h_2}{\partial t}$$

и

$$\begin{aligned} c_1^2 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} - \frac{\alpha \mu}{c^2} H_{01} \left( e_2 + \frac{\mu}{c} H_{01} \frac{\partial u_3}{\partial t} \right) &= \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \\ \frac{\partial h_3}{\partial x} &= \frac{4\pi\alpha}{c} \left( e_2 + \frac{\mu}{c} H_{01} \frac{\partial u_3}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial e_2}{\partial x} &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial h_3}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Для  $u_1$  получим отдельное уравнение

$$c_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

где  $c_1^2 = (2G + \lambda)/\rho$  — квадрат скорости чисто упругих продольных волн,  $c_2^2 = G/\rho$  — квадрат скорости чисто поперечных волн.

Из (2.4) следует, что магнитное поле не влияет на скорость распространения продольной волны.

Согласно (2.2) и (2.3) задачи определения  $u_2$ ,  $h_1$ ,  $e_1$  и  $u_1$ ,  $h_2$ ,  $e_2$  автономны.

Решение системы уравнений (2.2) будем искать в следующем виде:

$$(u_2, h_2, e_2) = (u_{20}, h_{20}, e_{20}) \exp(i\theta) \quad (2.5)$$

где  $\theta = kx - \omega t$ .

Подставляя (2.5) в (2.2), относительно  $\omega$  получим кубическое уравнение, то есть дисперсионное соотношение

$$\gamma \omega^3 + ik^2 \omega^2 - (\mu\alpha + \gamma c_1^2) k^2 \omega - i c_1^2 k^4 = 0 \quad (2.6)$$

где

$$\gamma = \frac{4\pi\alpha\mu}{c^2}, \quad \alpha = \frac{\alpha\mu}{c^2} H_{01}^2 \quad (2.7)$$

Аналогичным путем получается дисперсионное уравнение относительно  $\omega$  для системы (2.3), совпадающее с уравнением (2.6). Теперь предположим, что магнитное поле перпендикулярно к направлению распространения волны. Координатные оси  $Oy$  и  $Oz$  можно повернуть так, чтобы ось  $Oy$  была параллельной вектору напряженности заданного магнитного поля

$$\vec{H}_0 = (0, H_{0y}, 0) \quad (2.8)$$

Из системы уравнений (1.2) и (1.4) с учетом (2.8) получаем следующую систему уравнений одномерной задачи:

$$\begin{aligned} c_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \frac{\alpha \mu}{c^2} H_{0y} \left( e_1 + \frac{\mu}{c} H_{0y} \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) &= \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \\ \frac{\partial h_1}{\partial x} &= \frac{4\pi\alpha}{c} \left( e_1 + \frac{\mu}{c} H_{0y} \frac{\partial u_1}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial e_3}{\partial x} = \frac{\mu}{c} \frac{\partial h_2}{\partial t}$$

Для  $u_i$  ( $i = 2, 3$ ) получим отдельное уравнение

$$c_i^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

В этом случае магнитное поле не влияет на скорость распространения поперечной волны.

Представляя решение системы уравнений (2.9) в виде

$$(u_1, h_2, e_3) = (u_{10}, h_{20}, e_{30}) \exp(i\theta) \quad (2.11)$$

аналогично предыдущей задаче, легко получается кубическое уравнение относительно  $\omega$ , которое имеет вид

$$\gamma \omega^3 + ik^2 \omega^2 - (\mu\alpha + \gamma c_i^2) k^2 \omega - ic_i^2 k^4 = 0 \quad (2.12)$$

### § 3. Анализ дисперсионного уравнения (2.6) и (2.12)

Займемся исследованием решений кубических уравнений (2.6) и (2.12). Уравнение (2.6) разделим на  $\gamma k c_i$ , и запишем в следующем виде:

$$\frac{1}{c_i k} \Omega^3 + \gamma_1 \Omega^2 + (c_i^2 + v_A^2) \frac{k}{c_i} \Omega + \gamma_1 c_i^2 k^2 = 0 \quad (3.1)$$

где  $\gamma_1 = k/\gamma c_i$  — безразмерная величина,  $v_A^2 = \mu H_{0z}^2/4\pi\sigma$  — скорость Альфвена,  $\Omega = -i\omega$ .

Для  $\gamma_1 = 0$  (идеальный проводник) имеем

$$\Omega^3 + (c_i^2 + v_A^2) k^2 \Omega = 0 \quad (3.2)$$

откуда вытекает, что скорость распространения поперечной волны равна  $\sqrt{c_i^2 + v_A^2}$  и волна распространяется без затухания. Одномерные магнитоупругие волны на основе модели идеального проводника были исследованы в ряде работ [4].

Пусть  $\gamma_1$  мало и отлично от нуля, тогда решение можно искать в виде разложения по степеням  $\gamma_1$ , то есть

$$\Omega = \Omega_0 + \gamma_1 \Omega_1 + \gamma_1^2 \Omega_2 + \gamma_1^3 \Omega_3 + \dots \quad (3.3)$$

Подставляя (3.3) в (3.1), группируя коэффициенты при одинаковых степенях  $\gamma_1$ , и решая соответствующие уравнения, будем иметь

$$\Omega_0^3 = -\frac{c_i^2}{c_i^2 + v_A^2} k \gamma_1 - \frac{c_i^2 v_A^2}{(c_i^2 + v_A^2)^2} k \gamma_1^2 - \dots \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \Omega_1^3 = i \sqrt{\frac{c_i^2 + v_A^2}{c_i^2 + v_A^2}} k - \frac{c_i^2 v_A^2}{2(c_i^2 + v_A^2)^2} k \gamma_1 - i \frac{3}{8} k \gamma_1^2 \times \\ \times \frac{c_i^2 v_A^2 \sqrt{c_i^2 + v_A^2} (v_A^2 + 2c_i^2)}{(c_i^2 + v_A^2)^3} \gamma_1^2 + \dots \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\Omega_2^* = -i \sqrt{c_i^2 + v_A^2} k - \frac{c_i v_A^2}{2(c_i^2 + v_A^2)} k \gamma_1 + i \frac{3}{8} k \times \\ \times \frac{c_i^2 v_A^2 \sqrt{c_i^2 + v_A^2} (v_A^2 + 2c_i^2)}{(c_i^2 + v_A^2)^2} \gamma_1^2 + \dots \quad (3.6)$$

где  $\Omega_0^*$ ,  $\Omega_1^*$ ,  $\Omega_2^*$  — решение уравнения (3.1) в виде разложения. Аналогичным путем получим и решение уравнения (2.12).

Рассмотрим волны только в одном направлении, соответствующие знаку плюс.

Из (3.5) в нулевом приближении для фазовой скорости получим следующее значение:

$$c_\phi = \frac{\text{Im } \Omega_1^*}{k} = \sqrt{c_i^2 + v_A^2} \quad (3.7)$$

которое совпадает со скоростью волны, распространяющихся в идеально проводящей среде, причем фазовая и групповая скорости меняются и зависимости от величины магнитного поля. Волна распространяется без затухания. Первое приближение дает тот же результат для величины скорости, но в этом случае возникает и процесс затухания, который зависит от величины внешнего магнитного поля  $|H_0|$  и от волнового числа  $k$ . Декремент затухания волны  $\text{Re } \Omega_1^*$  имеет вид

$$\text{Re } \Omega_1^* = - \frac{v_A^2}{2\gamma_1 (c_i^2 + v_A^2)} k^2 \quad (3.8)$$

Согласно второму приближению получаем для фазовой скорости распространения волны следующее выражение:

$$\frac{\text{Im } \Omega_1^*}{k} = \sqrt{c_i^2 + v_A^2} - \frac{3 v_A^2 \sqrt{c_i^2 + v_A^2} (v_A^2 + 2c_i^2)}{8 \gamma_1^2 (c_i^2 + v_A^2)^2} k^2 \quad (3.9)$$

Легко убедиться, что фазовая и групповая скорости не равны.

Из (3.9) видно, что фазовая скорость зависит от волнового числа  $k$ , поэтому имеет место дисперсия волны, то есть распространяющаяся волна обладает дисперсией. В этом случае также волна затухает и декремент затухания имеет вид (3.8).

Если взять следующее приближение, легко получить, что фазовая и групповая скорости не изменяются, но декремент затухания изменяет свое значение.

Из условия малости параметра  $\gamma$ , вытекает, что полученные результаты будут справедливы при следующем ограничении на длину волны:

$$\lambda > \frac{2c}{\gamma c_i} \quad (3.10)$$

Для конкретных проводников будем иметь: для алюминия  $\lambda > 1.4 \cdot 10^{-2}$  см, для меди  $\lambda > 0.85 \cdot 10^{-2}$  см, для латуни  $\lambda > 4.2 \cdot 10^{-2}$  см, для константана  $\lambda > 8.97 \cdot 10^{-2}$  см, для марганца  $\lambda > 29.9 \cdot 10^{-2}$  см и т. д.

Значения модуля упругости, плотности и электропроводности для вычисления по формуле (3.10) взяты из справочника [5]. В случае, когда длина волны не удовлетворяет условию (3.10), используем формулы Кардано для кубического уравнения.

Представляя решение уравнения (2.6) в виде решения Кардано и принимая  $\gamma c_i/k \ll 1$ , получим

$$\Omega_0^* = -3 \frac{k^2}{\gamma} + 2c_i^2 \gamma + \dots \quad (3.11)$$

$$\Omega_1^* = 2c_i k i - c_i^2 \gamma + \dots \quad (3.12)$$

$$\Omega_2^* = -2c_i k i - c_i^2 \gamma + \dots \quad (3.13)$$

Если взять только два приближения в решении (3.12), то получим, что фазовая и групповая скорости равны и постоянны

$$c_{\text{ф}} = c_g = \frac{\text{Im } \Omega_1^*}{k} = \pm c_i$$

это значит, что волны не обладают дисперсией. В этом случае затухание опять не возникает. Если возьмем три приближения, получим, что снова фазовая и групповая скорости равны и постоянны, но здесь уже возникает процесс затухания и декремент затухания равен следующей величине:

$$\text{Re } \Omega_1^* = -c_i^2 \gamma \quad (3.14)$$

и т. д.

Такой анализ можно сделать и для уравнения (2.12).

#### § 4. Анализ решения методом стационарной фазы

Общее решение, описывающее волновое движение, представим в виде суперпозиции простых гармонических волн (2.5) со всевозможными волновыми числами

$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) \exp[i(kx - \omega t)] dk \quad (4.1)$$

где частота  $\omega$  — известная из дисперсионного соотношения для данной среды функция  $W(k)$ . Принимается, что амплитудная функция  $A(k)$  конечна и дифференцируема на всем интервале интегрирования.

Интеграл (4.1) с учетом (3.6) можно представить в следующем виде:

$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) \exp \left[ -\frac{c_i^2}{2\gamma(c_i^2 - v_A^2)} k^2 t \right] \exp[iW(k)] dk \quad (4.2)$$

где

$$\begin{aligned} \Psi'(k) &= \frac{x}{t} k - \mathcal{W}'(k) = \\ &= \left( \frac{x}{t} - \sqrt{c_i^2 + v_A^2} \right) k + \frac{3}{8} \frac{v_A^2 |c_i^2 + v_A^2| (v_A^2 + 2c_i^2)}{\tau^2 (c_i^2 + v_A^2)^3} k^3 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Рассмотрим интеграл (4.2) для случая, когда  $\Psi'(k) = 0$  при некотором  $k = k_0$ ,  $-\infty < k_0 < +\infty$ . Из (4.3) получим

$$k_0 = \pm \sqrt{\frac{8\tau^2 (c_i^2 + v_A^2)^3 \left( \sqrt{c_i^2 + v_A^2} - \frac{x}{t} \right)}{9v_A^2 (v_A^2 + 2c_i^2) |c_i^2 + v_A^2|}} \quad (4.4)$$

Возьмем значение  $k_0$  со знаком плюс.

Из условия (3.10) с учетом (4.4) получается, что отношение  $c_i/c_e$  должно удовлетворять следующему неравенству ( $c_i$  — групповая скорость):

$$\sqrt{1 + \frac{v_A^2}{c_i^2}} \left[ 1 - \frac{9v_A^2 c_i^2 (v_A^2 + 2c_i^2)}{8(c_i^2 + v_A^2)^3} \right] < \frac{c_i}{c_e} < \sqrt{1 + \frac{v_A^2}{c_i^2}} \quad (4.5)$$

Отсюда можно сделать вывод, что дисперсия волны имеет место при выполнении неравенства (4.5).

Неравенство (4.5) показывает, что интервал изменения групповой скорости, то есть влияние дисперсии, зависит от напряженности магнитного поля.

Наибольший интервал (наибольший эффект дисперсии) получается при  $v_A^2 = (\sqrt{3} - 1) c_i^2$  или  $H_0 = [4\pi (\sqrt{3} - 1) \mu^{-1} G]^{1/2}$ .

С помощью преобразования Фурье и методом стационарной фазы [6], из (4.2) для функции  $u(x, t)$  получается следующее асимптотическое выражение:

$$\begin{aligned} u(x, t) &\sim \left( \frac{2\pi}{|\Psi_0'| t|} \right)^{1/2} \exp \left[ - \frac{4\tau (c_i^2 + v_A^2)^2 \left( \sqrt{c_i^2 + v_A^2} - \frac{x}{t} \right)}{(v_A^2 + 2c_i^2) |c_i^2 + v_A^2|} t \right] \times \\ &\times A_0 \exp \left[ i \left( t\Psi_0 \pm \frac{\pi}{4} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.6)$$

где  $A_0 = A(k_0)$

$$\Psi_0 = \frac{2}{3} \left( \frac{x}{t} - \sqrt{c_i^2 + v_A^2} \right) \sqrt{\frac{8\tau^2 (c_i^2 + v_A^2)^3 \left( \sqrt{c_i^2 + v_A^2} - \frac{x}{t} \right)}{9v_A^2 (v_A^2 + 2c_i^2) |c_i^2 + v_A^2|}} \quad (4.7)$$

$$\Psi_0' = \frac{9}{4} \frac{v_A^2 |c_i^2 + v_A^2| (v_A^2 + 2c_i^2)}{(c_i^2 + v_A^2)^3 \tau^2} \sqrt{\frac{8\tau^2 (c_i^2 + v_A^2)^3 \left( \sqrt{c_i^2 + v_A^2} - \frac{x}{t} \right)}{9v_A^2 (v_A^2 + 2c_i^2) |c_i^2 + v_A^2|}} \quad (4.8)$$

Знаки «±» относятся к  $\Psi_0' \geq 0$  соответственно.

Аналогичную формулу можно получить для решения (3.6).

Из решения (4.6) можно сделать вывод, что волна любой начальной формы в конечном счете превращается в квазигармоническую волну, у которой волновое число  $k_0$  и частота  $\omega = W(k)$  зависят от соотношения  $x/t$ . Амплитуда этой волны тоже зависит от  $x/t$  и затухает.

В качестве примера рассмотрим задачу со следующими начальными условиями:

$$u(x, 0) = p_0 \delta(x), \quad u_t(x, 0) = 0$$

где  $p_0$  — некоторая постоянная, а  $\delta(x)$  — дельта-функция Дирака.

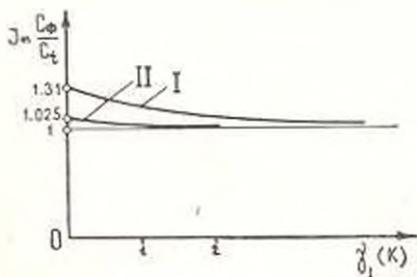
Пологая в (4.1)  $t = 0$ , с учетом (4.9) получим

$$A(k) = -\frac{p_0}{2\pi} = \text{const}$$

и решение (4.6) примет следующий вид:

$$u(x, t) \sim \frac{p_0}{(2\pi|\Psi_0|)^{1/2}} \exp \left[ -\frac{4}{9} \frac{v^2(c_1^2 + v_1^2) \left( \sqrt{c_1^2 + v_1^2} - \frac{x}{t} \right)}{(v_1^2 + 2c_1^2) \sqrt{c_1^2 + v_1^2}} \right] \times \\ \times \exp \left[ i \left( t\Psi_0 \pm \frac{\pi}{4} \right) \right]$$

В заключение приведем график зависимости фазовой скорости ( $c_\phi$ ) от волнового числа согласно уравнению (3.1).



Фиг. 1.

Графики построены для алюминия. Кривая I соответствует значению магнитного поля

$$H_0 = [4\pi(\sqrt{3}-1)\mu^{-1}G]^{1/2}$$

(наибольшее влияние дисперсии), кривая II — значению магнитного поля

$$H_0 = [0,2\pi\mu^{-1}G]^{1/2}$$

Численные результаты показывают, что при  $\gamma_1 > 1$  дисперсия не существенна.

Институт механики  
АН Армянской ССР

Поступила 17 I 1980

Մ. Վ. ՐԱՆԻՐԿՅԱՆ, Ն. Ե. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ

ՄԻԱԶԱՓ ՄԱԳՆԻՏԱԱՌԱՉԳԱԿԱՆ ԱԼՒՄԻՆՈՒՄԻ  
ՎԵՐՋԱՎՈՐ ՀԱՂՈՐԴԻՉ ՄԵԶԱՎԱՅՐՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո մ

Աշխատանքում դիտարկվում է միաչափ ալիքային շարժումը փերջավոր հաղորդիչ, իզոտրոպ, առաձգական միջավայրում մագնիսական դաշտի առ-

կայությունը ղեկարգում: Այլընտրելի տարածումը նկարագրելու համար օգտագործվում են մագնիսառոտագրականության տեսության դժայնացված հավասարումները: Ատացված են դիսպերսիոն առնչությունները Հաճախականության կախումը ալիքային թվից ստացվում է ըստ փոքր պարամետրի վերլուծության միջոցով:

Ուսումնասիրվում է ալիքների տարածման արագության, դիսպերսիայի և մարման փոփոխումը կախված մագնիսական դաշտի մեծությունից:

Կոնկրետ նյութի համար կառուցված է գրաֆիկ, որը ցույց է տալիս ֆուզային արագության փոփոխումը կախված ալիքային թվից:

## THE PROPAGATION OF ONE-DIMENSIONAL MAGNETOELASTIC WAVE IN A FINITE CONDUCTING MEDIUM

M. V. BELUBEKIAN, A. E. GASPARIAN

### S u m m a r y

In the paper one-dimensional wave motion of a finite conducting elastic isotropic medium in a magnetic field is considered. To describe the wave propagation, linear equations of the theory of magnetoelasticity are used.

The dispersion relations are obtained. The dependence of the frequency on the wave number is found by the small parameter expansion. The variation in velocity, dispersion and damping of propagation of waves depending on magnitude on the magnetic field is investigated.

The found solutions are studied by the stationary phase method.

The graph of the dependence of phase velocity on the wave number is presented for the particular material.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау А. Д., Лифшиц Е. М. «Электродинамика сплошных сред». М., Гостехиздат, 1957.
2. Paria G. Magneto-Elasticity and Magneto-Thermo-Elasticity. *Adv. Appl. Mech.* 1967, 10, Fasc. 1. Academic Press.
3. Аубарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. М., «Наука», 1977.
4. Bazer J., Karul F. Simple wave motion in magnetoelasticity. *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1971, 25, № 1-3, 127-156.
5. Таблица физических величин. Справочник. Под ред. академика И. К. Кикоина. М., Атомиздат, 1976.
6. Неллинейные волны. Под ред. С. Лейбовича и А. Сиббаса. М., Изд. «Мир», 1977.