ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXXIII, № 2, 1980 Механика

В. Н. ЛОЖКИН

ДИНАМИКА ПЬЕЗОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛАСТИН

Упругое равновесие тонких анизотропных пластин, которые имеют плоскость упругой симметрии, параллельную срединной плоскости, хорошо изучено [1, 8, 16, 19].

Теория пластин с общим характером упругой анизотропии рассмотрена в работах [3, 20, 22]. В [20, 22] выведены статические уравнения в предположениях, при которых справедливы кинематические гипотезы Кирхгофа. В [3] получены уравнения статики и динамики пластин с общим характером неоднородности и упругой анизотропии в предположениях, менее жестких, чем в [20, 22], и указаны некоторые случаи, когда гипотезы Кирхгофа не имеют места.

Упругое равновесие тонких пьезокристаллических пластин, у которых имеется плоскость материальной симметрии, изучено в работах [5, 7, 11—13]. Общий случай материальной анизотропии рассмотрен в работе [14].

Общий подход к исследованию линейных задач магнитоупругости для проводящих пластин и оболочек изложен в монографии [2].

Некоторые задачи динамики пьезокристаллических пластин решены в работах [9, 10] и пьезокерамических пластин — в [17, 18, 21]. Обзор исследований по этой проблеме сделан в книге [15].

В предполагаемой работе асимптотический метод, предложенный в работе [6] и обобщенный на пьезоэлектрическую среду [13, 14], применен для изучения среднечастотных установившихся колебаний тонких пьезокристаллических пластин в трехмерной постановке. При этом под средними подразумеваются частоты установившихся колебаний тонкой пластины, которые с уменьшением ее толщины стремятся к некоторым постоянным величинам, отличным от нуля.

1. Рассмотрим в декартовой системе координат x_1, x_2, x_3 пьезокристаллическую пластину постоянной толщины $2h$, $|x_3| \leq h$. Срединная поверхность пластины занимает в плоскости $x_3 = 0$ конечную область S с границей Γ. Материал пластины обладает общей материальной анизотропией.

Уравнения установившихся колебаний рассматриваемой пластины запишем так [4, 21]:

$$\Omega^2 y_1 + M_1 y_1 + \varepsilon^{-1}\partial_3 y_2 = 0$$

$$\Omega^2 w_3 + M_2 y_1 + \varepsilon^{-1}\partial_3 \tau_{33} = 0, \qquad M_3 y_2 + \varepsilon^{-1}\partial_3 d_3 = 0 \tag{1.1}$$

Термодинамические соотношения, связывающие линейной зависимостью упругие и электрические величины, возьмем в виде [4]

$$\lambda^{-1}\partial_3 w_3 = A_{11}y_2 + A_{12}y_3 + m_{33}d_3 + l_{33}\tau_{33}$$

$$\lambda^{-1}\partial_3 y_1 + M_2^* w_3 = A_{21}y_2 + A_{22}y_3 + A_{23}^* d_3 + A_{12}^*\tau_{33} \tag{1.2}$$

$$M_1^* y_1 + M_3^*\varphi = A_{31}y_2 + A_{21}^* y_3 + A_{32}^* d_3 + A_{11}^*\tau_{33}$$

$$\lambda^{-1}\partial_3\varphi = A_{32}y_2 + A_{23}y_3 - n_{33}d_3 + m_{33}\tau_{33}$$

Здесь звездочкой обозначено транспонирование матрицы.

$$A_{11} = \| l_{13}\ l_{23}\ l_{36}\ m_{13}\ m_{23} \|, \quad A_{12} = \| l_{35}\ l_{34} \|$$

$$A_{23} = \| m_{35}\ m_{34} \|, \quad A_{32} = \| m_{13}\ m_{23}\ m_{36}\ -n_{13}\ -n_{23} \|$$

$$M_1 = \| \partial_1\ \partial_2 \|, \quad M_3 = \| 0\ 0\ 0\ \partial_1\ \partial_2 \|$$

$$y_1 = \begin{Vmatrix} w_1 \\ w_2 \end{Vmatrix}, \quad y_3 = \begin{Vmatrix} \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{Vmatrix}, \qquad M_2 = \begin{Vmatrix} \partial_1 & 0 & \partial_2 & 0 & 0 \\ 0 & \partial_2 & \partial_1 & 0 & 0 \end{Vmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{Vmatrix} l_{55} & l_{45} \\ l_{45} & l_{44} \end{Vmatrix}, \qquad A_{21} = \begin{Vmatrix} l_{15} & l_{25} & l_{56} & m_{15} & m_{25} \\ l_{14} & l_{24} & l_{46} & m_{14} & m_{24} \end{Vmatrix} \tag{1.3}$$

$$y_2 = \begin{Vmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{22} \\ \tau_{12} \\ d_1 \\ d_2 \end{Vmatrix}, \qquad A_{31} = \begin{Vmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{16} & m_{11} & m_{21} \\ l_{12} & l_{22} & l_{26} & m_{12} & m_{22} \\ l_{16} & l_{26} & l_{66} & m_{16} & m_{26} \\ m_{11} & m_{12} & m_{16} & -n_{11} & -n_{12} \\ m_{21} & m_{22} & m_{26} & -n_{12} & -n_{22} \end{Vmatrix}$$

Рассмотрим два варианта граничных условий на плоских гранях пластины, физическая сущность которых изложена в работе [21].

$$y_3 = Q_{\pm}, \quad d_3 = \sigma_{\pm}, \quad \tau_{33} = q_{\pm}, \quad \zeta_3 = \pm 1 \tag{1.4}$$

$$\varphi = \varphi_{\pm}, \quad y_3 = Q_{\pm}, \quad \tau_{33} = q_{\pm}, \quad \zeta_3 = \pm 1 \tag{1.5}$$

Граничные условия на боковой поверхности пластины пока конкретизировать не будем.

В равенствах (1.1)—(1.5) введены следующие безразмерные величины:

$$x_1 = a\xi_1, \quad x_2 = a\xi_2, \quad x_3 = h\xi_3, \quad h = a\lambda, \quad \partial_j = \partial/\partial\xi_j$$

$$u_j = aw_j, \quad v = v_0\varphi, \quad t_0\Omega^2 = a^2\rho\omega^2$$

$$t_{jq} = t_0\tau_{jq}, \quad at_0 d_j = v_0 D_j$$

$$l_{jq} = t_0 s^D_{jq}, \quad v_0 m_{jq} = at_0 g_{jq}, \quad v_0^2 n_{jq} = a^2 t_0 \beta^\varepsilon_{jq}$$

где $u_j e^{i\omega t}$ — компоненты вектора смещения, $t_{jq}e^{i\omega t}$ — компоненты тензора упругих напряжений, $ve^{i\omega t}$ — электрический потенциал, $D_j e^{i\omega t}$ — компоненты вектора электрического смещения, s^D_{jq}, g_{jq}, β^ε_{jq} — материальные постоянные [4]; ρ — удельная плотность материала пластины;

a — линейный параметр пластины в области S; ω — частота установившихся колебаний; t_0 и ψ_0 — постоянные, имеющие размерности упругого напряжения и электрического потенциала соответственно.

2. Материал пластины обладает общей анизотропией. Поэтому при малых значениях λ представим величину Ω^2 так:

$$\Omega^2 = \sum_{n=0}^{N} \lambda^n \Omega_n^2, \qquad \Omega_0^2 \neq 0 \tag{2.1}$$

Не ограничивая общности, можно предположить, что для функций, входящих в условия (1.4), имеют место равенства

$$(Q_{\pm}, \sigma_{\pm}, q_{\pm}) = \sum_{n=0}^{N} \lambda^{n+\nu} (Q_{\pm}^{(n)}, \sigma_{\pm}^{(n)}, q_{\pm}^{(n)}) \tag{2.2}$$

Чтобы построить непротиворечивый основной итерационный процесс [6, 13, 14] для задачи (1.1), (1.2), (1.4), необходимо предположить, что асимптотические разложения электроупругих характеристик должны начинаться со следующих степеней λ:

$$y_1, \varphi, y_2 — \lambda^{\nu-2}; \qquad w_3, y_3, d_3 — \lambda^{\nu-1}; \quad \sigma_{33} — \lambda^{\nu} \tag{2.3}$$

Для первых двух приближений ($m = 0, 1$) этого процесса найдем

$$y_1^{(m)} = y_1^{(m,0)}(\xi) + \zeta A_{21} y_2^{(m-1,0)}, \quad \xi = (\xi_1, \xi_2)$$

$$\varphi^{(m)} = \varphi^{(m,0)}(\xi) + \zeta A_{32} y_2^{(m-1,0)}$$

$$y_2^{(m)} = y_2^{(m,0)} + \zeta y_2^{(m-1,1)}$$

$$y_2^{(m,0)} = A_{31}^{-1} (M_1^{*} y_1^{(m,0)} + M_3^{*} \varphi^{(m,0)})$$

$$y_2^{(m,1)} = A_{31}^{-1} (M_1^{*} A_{21} + M_3^{*} A_{32}) y_2^{(m,0)}$$

$$w_3^{(m)} = w_3^{(m,0)} + \zeta A_{11} y_2^{(m,0)} + \frac{1}{2}(1-\zeta^2) A_{41} y_2^{(m-1,1)} \tag{2.4}$$

$$w_3^{(m,0)} = -\frac{1}{2}\Omega_0^{-2}[q_{+}^{(m)} - q_{-}^{(m)} + M_2(Q_{+}^{(m-1)} + Q_{-}^{(m-1)}) + 2\Omega_1^2 w_3^{(m-1,0)}] -$$

$$-\frac{1}{3}[(\Omega_0^{-2} M_2 M_1 - A_{41}) y_2^{(m-1,1)} + M_2 A_{21} y_2^{(m-1,0)}]$$

$$y_3^{(m)} = \frac{1}{2}(Q_{+}^{(m-1)} + Q_{-}^{(m-1)}) + \frac{1}{2}\zeta (Q_{+}^{(m-1)} - Q_{-}^{(m-1)}) +$$

$$+ \frac{1}{2}(1-\zeta^2) M_1 y_2^{(m-1,1)} + \Omega_0^2 A_{21} y_2^{(m-1,0)})$$

$$d_3^{(m)} = \frac{1}{2}(\sigma_{+}^{(m-1)} + \sigma_{-}^{(m-1)}) + \frac{1}{2}\zeta(\sigma_{+}^{(m-1)} - \sigma_{-}^{(m-1)}) + \frac{1}{2}(1-\zeta^2) M_3 y_2^{(m-1,1)}$$

$$\sigma_{33}^{(m)} = \frac{1}{2}\left(q_+^{(m)} + q_-^{(m)}\right) + \frac{1}{2}\xi_3\left(q_+^{(m)} - q_-^{(m)}\right) +$$

$$+ \frac{1}{2}(1-\xi_3^2)\left[\frac{1}{2}M_2\left(Q_+^{(m-1)} + Q_-^{(m-1)}\right) + A_{11}\left(\Omega_0^2 y_2^{(m,0)} + \Omega_1^2 y_2^{(m-1,0)}\right)\right] -$$

$$- \frac{1}{6}(\xi_3 - \xi_3^3)\left[(M_2M_1 - \Omega_0^2 A_{11})\, y_2^{(m-1,1)} + \Omega_0^2 M_2 A_{23} y_2^{(m-1,0)}\right]$$

Система дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций $y_1^{(m,0)}$ и $\varphi^{(m,0)}$ имеет вид

$$M_1 A_{31}^{-1}\left(M_1^* y_1^{(m,0)} + M_3^* \varphi^{(m,0)}\right) + \Omega_0^2 y_1^{(m,0)} =$$

$$= -\frac{1}{2}\left(Q_+^{(m-1)} - Q_-^{(m-1)}\right) - \Omega_1^2 y_1^{(m-1,0)} \tag{2.5}$$

$$M_3 A_{31}^{-1}\left(M_1^* y_1^{(m,0)} + M_3^* \varphi^{(m,0)}\right) = -\frac{1}{2}\left(\vartheta_+^{(m-1)} - \vartheta_-^{(m-1)}\right)$$

Предположим, что для функций, входящих в условия (1.5), при малых значениях λ справедливы представления

$$(\vartheta_\pm,\ Q_\pm,\ q_\pm) = \sum_{n=0}^{N} \lambda^{n+\nu}\left(\vartheta_\pm^{(n)},\ Q_\pm^{(n)},\ q_\pm^{(n)}\right) \tag{2.6}$$

Тогда асимптотические разложения электроупругих характеристик должны начинаться со следующих степеней λ:

$$y_1,\ y_2,\ d_3 - \lambda^{\nu-2};\quad w_3,\ \varphi,\ y_3 - \lambda^{\nu-1};\quad \sigma_{33} - \lambda^{\nu} \tag{2.7}$$

Для первых двух приближений основного итерационного процесса задачи (1.1), (1.2), (1.5) получим

$$y_1^{(m)} = y_1^{(m,0)}(\xi) + \xi_3\left(A_{21} y_2^{(m-1,0)} + A_{23}^* d_3^{(m-1,0)}\right)$$

$$d_3^{(m)} = d_3^{(m,0)} - \xi_3 M_2 y_2^{(m-1,0)}$$

$$d_3^{(m,0)} = \left(n_{33} + A_{32}A_{31}^{-1}A_{32}^*\right)^{-1}\left[A_{32}A_{31}^{-1}M_1^* y_1^{(m,0)} - \frac{1}{2}\left(\vartheta_+^{(m-1)} - \vartheta_-^{(m-1)}\right)\right]$$

$$y_2^{(m)} = y_2^{(m,0)} + \xi_3 y_2^{(m-1,1)}$$

$$y_2^{(m,0)} = A_{31}^{-1}\left(M_1^* y_1^{(m,0)} - A_{32}^* d_3^{(m,0)}\right)$$

$$y_2^{(m,1)} = A_{31}^{-1}\left[(M_1^* A_{21} + A_{32}^* M_3)\, y_2^{(m,0)} + M_1^* A_{23}^* d_3^{(m,0)}\right]$$

$$w_3^{(m)} = w_3^{(m,0)} + \xi_3\left(A_{11} y_2^{(m,0)} + m_{13} d_3^{(m,0)}\right) -$$

$$- \frac{1}{2}(1-\xi_3^2)\left(A_{11} y_2^{(m-1,1)} - m_{33} M_3 y_2^{(m-1,0)}\right) \tag{2.8}$$

$$w_2^{(m,0)} = -\frac{1}{2}\Omega_0^{-2}[q_+^{(m)} - q_-^{(m)} + M_2(Q_+^{(m-1)} + Q_-^{(m-1)}) + 2\Omega_1^2 w_2^{(m-1,0)}] -$$

$$-\frac{1}{3}[(\Omega_0^{-2}M_2M_1 - A_{11})\, y_2^{(m-1,1)} +$$

$$+ (m_{33}M_2 + M_2A_{21})\, y_2^{(m-1,0)} + M_2^* A_{23}^*\, d_3^{(m-1,0)}]$$

$$\varphi^{(m)} = \frac{1}{2}(\varphi_+^{(m-1)} + \varphi_-^{(m-1)}) + \frac{1}{2}\xi_3(\varphi_+^{(m-1)} - \varphi_-^{(m-1)}) -$$

$$-\frac{1}{2}(1 - \xi_3^2)(A_{21}y_2^{(m-1,1)} + m_{33}M_2y_2^{(m-1,0)})$$

$$y_3^{(m)} = \frac{1}{2}(Q_+^{(m-1)} + Q_-^{(m-1)}) + \frac{1}{2}\xi_3(Q_+^{(m-1)} - Q_-^{(m-1)}) +$$

$$+\frac{1}{2}(1 - \xi_3^2)[M_1y_2^{(m-1,1)} + \Omega_0^2(A_{11}y_2^{(m-1,0)} + A_{23}^* d_3^{(m-1,0)})]$$

$$\sigma_{33}^{(m)} = \frac{1}{2}(q_+^{(m)} + q_-^{(m)}) + \frac{1}{2}\xi_3(q_+^{(m)} - q_-^{(m)}) +$$

$$+\frac{1}{2}(1 - \xi_3^2)\Big[\frac{1}{2}M_2(Q_+^{(m-1)} + Q_-^{(m-1)}) +$$

$$+\Omega_0^2(A_{11}y_2^{(m,0)} + m_{33}d_3^{(m,0)}) + \Omega_1^2(A_{11}\,y_2^{(m-1,0)} + m_{33}d_3^{(m-1,0)})\Big] -$$

$$-\frac{1}{6}(\xi_3 - \xi_3^3)\,\Omega_0^2\,[(\Omega_0^{-2}M_2M_1 - A_{11})\,y_2^{(m-1,1)} +$$

$$+(m_{33}M_2 + M_2A_{21})\,y_2^{(m-1,0)} + M_2A_{23}^*d_3^{(m-1,0)}]$$

Разрешающее уравнение основного процесса будет таким:

$$[M_1A_{31}^{-1}M_1^* - (n_{33} + A_{32}A_{31}^{-1}A_{32}^*)^{-1}M_1A_{31}^{-1}A_{32}^*A_{32}A_{31}^{-1}M_1^* + \Omega_0^2]\,y_1^{(m,0)} =$$

$$= -\frac{1}{2}[Q_+^{(m-1)} - Q_-^{(m-1)} + 2\Omega_1^2 y_1^{(m-1,0)} + \tag{2.9}$$

$$+(n_{33} + A_{32}A_{31}^{-1}A_{32}^*)^{-1}M_1A_{31}^{-1}A_{32}^*(\varphi_+^{(m-1)} - \varphi_-^{(m-1)})]$$

В соотношениях (2.4), (2.5), (2.8), (2.9) величины с индексом m равны нулю при $m < 0$.

Из разрешающих уравнений основного итерационного процесса (2.5) и (2.9) видно, что среднечастотная динамика определяется установившимися колебаниями, параллельными плоскости S пластины.

Вспомогательные итерационные процессы [6] для рассматриваемых граничных задач при предположении (2.1) совпадают по виду с аналогичными процессами статики исследуемых пластин и поэтому характеризуют их электроупругое состояние типа пограничного слоя.

3. Рассмотрим свободные колебания тонкой пластины $(a \times b \times 2h)$, являющейся Y—срезом кварца [4]. Предположим, что на плоских гранях пластины выполняются однородные условия (1.4)

$$\sigma_{13}=\sigma_{23}=d_3=\sigma_{33}=0, \quad \zeta=\pm 1 \tag{3.1}$$

а на боковой поверхности задан один из вариантов условий свободного опирания [6] и такие электрические условия:

$$\begin{gathered} w_2=w_3=\sigma_{11}=d_1=0, \quad \xi_1=0,\ 1 \\ w_1=w_3=\sigma_{22}=\varphi=0, \quad \xi_2=0,\ \varepsilon^{-1}, \quad \varepsilon=\frac{a}{b} \end{gathered} \tag{3.2}$$

Исходя из соотношений (2.4) и (2.5) для начального приближения будем иметь

$$\begin{gathered} w_1^{(0)}=\gamma_1 \cos k_1\xi_1 \sin k_2\xi_2, \quad w_2^{(0)}=\gamma_2 \sin k_1\xi_1 \cos k_2\xi_2 \\ \varphi^{(0)}=\gamma_3 \cos k_1\xi_1 \sin k_2\xi_2, \quad k_1=m\pi, \quad k_2=n\pi\varepsilon \\ w_3^{(0)}=-\zeta\left[(a_{11}l_{12}+a_{12}l_{22}+b_{11}m_{12})k_1\gamma_1+(a_{12}l_{12}+a_{22}l_{22}+b_{12}m_{12})k_2\gamma_2+\right. \\ \left.+(b_{11}l_{12}+b_{12}l_{22}-c_{11}m_{12})k_1\gamma_3\right]\sin k_1\xi_1 \sin k_2\xi_2 \\ \sigma_{11}^{(0)}=-(a_{11}k_1\gamma_1+a_{12}k_2\gamma_2+b_{11}k_1\gamma_3)\sin k_1\xi_1 \sin k_2\xi_2 \\ \sigma_{22}^{(0)}=-(a_{12}k_1\gamma_1+a_{22}k_2\gamma_2+b_{12}k_1\gamma_3)\sin k_1\xi_1 \sin k_2\xi_2 \\ \sigma_{12}^{(0)}=a_{66}(k_2\gamma_1+k_1\gamma_2)\cos k_1\xi_1 \cos k_2\xi_2 \\ d_1^{(0)}=-(b_{11}k_1\gamma_1+b_{12}k_2\gamma_2-c_{11}k_1\gamma_3)\sin k_1\xi_1 \sin k_2\xi_2 \\ d_2^{(0)}=c_{22}k_2\gamma_3 \cos k_1\xi_1 \cos k_2\xi_2, \quad \sigma_{13}^{(0)}=\sigma_{23}^{(0)}=d_3^{(0)}=0 \\ \sigma_{33}^{(0)}=-\frac{1}{2}(1-\zeta^2)\,\Omega_0^2\left[(a_{11}l_{12}+a_{12}l_{22}+b_{11}m_{12})k_1\gamma_1+(a_{12}l_{12}+a_{22}l_{22}+\right. \\ \left.+b_{12}m_{12})k_2\gamma_2+(b_{11}l_{12}+b_{12}l_{22}-c_{11}m_{12})k_1\gamma_3\right]\sin k_1\xi_1 \sin k_2\xi_2 \end{gathered} \tag{3.3}$$

Здесь

$$\begin{gathered} \gamma_1=\Omega^2-a_{66}k_1^2-(a_{22}+b_{12}^2\Delta_1^{-1}k_1^2)k_2^2 \\ \gamma_2=(a_{12}+a_{66}+b_{11}b_{12}\Delta_1^{-1}k_1^2)k_1k_2 \\ \gamma_3=(b_{11}k_1^2\gamma_1+b_{12}k_2^2\gamma_2)\Delta_1^{-1}, \quad \Delta_1=c_{11}k_1^2+c_{22}k_2^2 \\ a_{11}=l_{22}n_{11}\Delta_2^{-1}, \quad a_{22}=(l_{11}n_{11}+m_{11}^2)\Delta_2^{-1} \\ a_{12}=-l_{12}n_{11}\Delta_2^{-1}, \quad a_{66}=l_{66}^{-1} \\ b_{11}=l_{22}m_{11}\Delta_2^{-1}, \quad b_{12}=-l_{12}m_{11}\Delta_2^{-1} \end{gathered} \tag{3.4}$$

$$c_{11} = (l_{11}l_{22} - l_{12}^2)\,\Delta_2^{-1}, \qquad c_{22} = n_{22}^{-1}$$

$$\Delta_2 = (l_{11}l_{22} - l_{12}^2)\,n_{11} + l_{22}m_{11}^2, \quad t_0 = 10^{12}\ н/кг, \quad \varepsilon_1 = 10^{11}\ b$$

Дисперсионное уравнение для исследуемой пластины имеет вид

$$\Omega_0^4 - [a_{11}k_1^2 + a_{22}k_2^2 + a_{66}(k_1^2 + k_2^2) + (b_{11}^2k_1^2 + b_{12}k_2^2)\,\Delta_1^{-1}k_1^2]\,\Omega_0^2 +$$
$$+ [(a_{11} + b_{11}^2\Delta_1^{-1}k_1^2)k_1^2 + a_{66}k_2^2]\,[a_{66}k_1^2 + (a_{22} + b_{12}^2\Delta_1^{-1}k_1^2)\,k_2^2] -$$
$$- (a_{12} + a_{66} + b_{11}b_{12}\Delta_1^{-1}k_1^2)^2\,k_1^2k_2^2 = 0 \qquad (3.5)$$

С учетом и без учета связанности упругого и электрического полей оно запишется соответственно так:

$$\Omega_0^4 - (0.1266\,m^2 + 0.1520\,n^2\varepsilon^2)\,\pi^2\Omega_0^2 +$$
$$+ [(0.0767\,m^2 + 0.0499\,n^2\varepsilon^2)(0.0499\,m^2 + 0.1021\,n^2\varepsilon^2) -$$
$$- 0.0036\,m^2n^2\varepsilon^2]\,\pi^4 = 0 \qquad (3.6)$$

$$\Omega_0^4 - (0.1299\,m^2 + 0.1553\,n^2\varepsilon^2)\,\pi^2\Omega_0^2 +$$
$$+ [(0.0800\,m^2 + 0.0499\,n^2\varepsilon^2)(0.0499\,m^2 + 0.1054\,n^2\varepsilon^2) -$$
$$- 0.0036\,m^2n^2\varepsilon^2]\,\pi^4 = 0$$

Из соотношений (3.6) следует, что наличие связанности вышеназванных полей ведет к уменьшению (до 2% для различных значений ε) величин собственных частот свободных колебаний рассматриваемой пластины.

Автор считает приятным долгом выразить благодарность члену-корреспонденту АН УССР А. С. Космодамианскому за неоднократные полезные обсуждения результатов исследований, изложенных в предлагаемой работе.

Институт математики
и механики АН УССР

Поступила 3 V 1979

Վ. Ն. ԼՈԺԿԻՆ

ՊՅԵԶՈԿՐԻՍՏԱԼԱՅԻՆ ՍԱԼԵՐԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հաստատուն հաստությամբ բարակ պյեզոկրիստալային սալերի կայունացված տատանումների համար կատարվել է ասիմպտոտական վերլուծություն։

Ուսումնասիրվել է նյութական անիզոտրոպիայի ընդհանուր դեպքը։

Հաստատվել է, որ միջին հաճախականության դինամիկան որոշվում է սալի միջին հարթությանը զուգահեռ կայունացված տատանումներով (սիմետրիկ տատանումներով)։

Որպես օրինակ ուսումնասիրվել են բարակ ուղղանկյունաձև սալերի սիմետրիկ ազատ տատանումները։

DYNAMICS OF PIEZOCRYSTAL PLATES

V. N. LOZKIN

S u m m a r y

An asymptotic analysis of stabilized oscillations of a thin piezocrystal plate for moderate frequencies is presented.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Амбарцумян С. А.* Теория анизотропных пластин. М., «Наука», 1967.
2. *Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В.* Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. М., «Наука», 1977.
3. *Бердичевский В. Л.* Динамические уравнения анизотропных пластин. Докл. АН СССР, 1975, т. 224, № 1.
4. *Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г.* Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях. Физическая акустика, т. 1, А. М., «Мир», 1966.
5. *Вековищева И. А.* Плоская задача теории электроупругости для пьезоэлектрической пластинки. Прикл. механ., 1975, т. 11, в. 2.
6. *Гольденвейзер А. Л.* Построение приближенной теории изгиба пластинки методом асимптотического интегрирования уравнений теории упругости. ПММ, 1962 т. 26, в. 4.
7. *Жиров В. Е.* Электроупругое равновесие пьезокерамической плиты. ПММ. 1977. т. 41, в. 6.
8. *Космодамианский А. С.* Напряженное состояние анизотропных сред с отверстиями и полостями. Киев—Донецк. «Вища школа», 1976.
9. *Космодамианский А. С., Ложкин В. Н.* Динамическая задача для пьезоэлектрического слоя. Докл. АН УССР, серия «А», 1975, № 4.
10. *Космодамианский А. С., Ложкин В. Н.* Квазистатическая задача термоупругости для анизотропного слоя с учетом пьезо- и пироэлектрических эффектов. Изв. АН АрмССР, Механика, 1975, т. 28, № 3.
11. *Космодамианский А. С., Ложкин В. Н.* Обобщенное плоское напряженное состояние тонких пьезоэлектрических пластин. Прикл. механ., 1975, т. 11, в. 5.
12. *Космодамианский А. С., Ложкин В. Н.* Обобщенное плоское напряженное состояние тонких пьезоэлектрических пластин. Прикл. механ., 1977, т. 13, в. 10.
13. *Космодамианский А. С., Ложкин В. Н.* Асимптотический анализ электроупругого равновесия тонкого пьезоэлектрического слоя. Прикл. механ., 1978, т. 14, в. 5.
14. *Космодамианский А. С., Ложкин В. Н.* Электроупругое равновесие тонкого анизотропного слоя с учетом пьезоэлектрических эффектов. ПММ, 1978, т. 42, в. 4.
15. *Кудрявцев Б. А.* Механика пьезоэлектрических материалов. Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела, т. 11, М., ВИНИТИ, 1978.
16. *Лехницкий С. Г.* Анизотропные пластинки. М.—Л., Гостехтеориздат, 1957.
17. *Мадорский В. В., Устинов Ю. А.* Симметричные колебания пьезоэлектрических пластин. Изв. АН АрмССР, Механика, 1976, т. 29, № 45.
18. *Мадорский В. В., Устинов Ю. А.* Построение системы однородных решений и анализ дисперсионного уравнения антисимметричных колебаний пьезоэлектрической плиты. Журнал прикладной механики и теоретической физики, 1976, № 6.
19. *Савин Г. Н.* Распределение напряжений около отверстий. Киев, «Наукова думка», 1968.
20. *Седов Л. И.* Механика сплошных сред. т. 2. М., «Наука», 1974.
21. *Улитко А. Ф.* К теории колебаний пьезокерамических тел. Тепловые напряжения в элементах конструкций, Киев, «Наукова думка», 1975. в. 15.
22. *Шойхет Б. А.* Об асимптотически точных уравнениях тонких плит сложной структуры. Прикладная математика и механика, 1973, т. 37, в. 5.