

М. А. ЗАДОЯН

ОБ ОДНОЙ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ ДЛЯ ПЛИТЫ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

1. *Исходные соотношения.* Предлагается вариационный способ исследования плоской и осесимметричной задач о прижатии сосредоточенной силой $P(t)$ бесконечной невесомой плиты, лежащей на упругом основании. Считается, что между плитой и основанием касательные напряжения отсутствуют, а область контакта должна быть определена. Плита является трехслойной с симметричными тонкими усиливающими покрытиями. Толщина покрытия Δ принимается малой по сравнению с толщиной плиты h , а материал покрытия считается линейно-упругим с модулем упругости E_1 и коэффициентом Пуассона ν_1 . Средний слой плиты считается изготовленным из нелинейного наследственно-старееющего материала, подчиняющегося соотношениям Н. Х. Арутюняна [1]. Модуль упругости и коэффициент Пуассона материала среднего слоя обозначим через E , ν , а упругого основания — E_0 , ν_0 .

Вопросам контактных напряжений при ползучести посвящены исследования [2—13] и др. В книгах [3, 9, 10] содержится подробная библиография и анализ работ в этой области.

Соотношения между кривизнами χ_{ij} и моментами M_{ij} нелинейно наследственно ползучей трехслойной плиты при изгибе принимаем согласно зависимостям [14]

$$\chi_{ij} = A[(1 + \nu) M_{ij}^* - 2\delta_{ij} M^*] - \int_0^t F(R_0) [(1 + \nu) M_{ij}^* - 2\delta_{ij} M^*] K(t, \tau) d\tau \quad (1.1)$$

Здесь δ_{ij} — символ Кронекера, $A = 12/Eh^3$, $2M^* = M_{11}^* + M_{22}^*$

$$M_{ij}^* = M_{ij} - D[(1 - \nu_2) \chi_{ij} + 2\nu_2 \delta_{ij} \chi], \quad D = \frac{E_2 \Delta h^2}{2(1 - \nu_1^2)} \quad (1.2)$$

$$2\chi = \chi_{11} + \chi_{22}, \quad F(R_0) = \frac{12}{h^3} \beta_1 + \frac{6^{\alpha-1} \beta_2 R_0^{\alpha-1}}{(m+2) h^{3m+1}} \quad (1.3)$$

$$R_0 = \sqrt{M_{11}^{*2} - 2\nu M_{11}^* M_{22}^* + M_{22}^{*2} + 2(1 + \nu) M_{12}^{*2}} \quad (1.4)$$

а ядро ползучести [1]

$$K(t, \tau) = - \frac{\partial}{\partial \tau} \varphi(\tau) [1 - e^{-\tau(t-\tau)}] \quad (1.5)$$

При этом $\varphi(\tau)$ учитывает старение материала при постоянном модуле упруго-мгновенной деформации. Согласно экспериментальным данным К. С. Карапетяна [15], относящимся к тяжелому бетону,

$$\beta_1 = 0.999995, \quad \beta_2 = 0.000005 \frac{\text{с.М}^6}{\text{кг}^1}, \quad m = 4$$

$$\varepsilon(\tau) = \frac{A_1}{b + \tau^m} + C; \quad C = 0.28 \cdot 10^{-5} \frac{\text{с.М}^2}{\text{кг}}, \quad A_1 = 4450 \cdot 10^{-5} \frac{\text{с.М}^2}{\text{кг}} \text{ дМ}^2$$

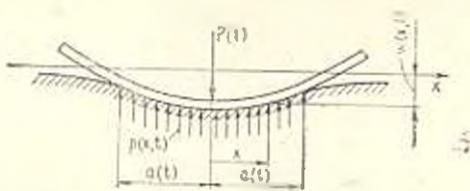
$$b = 3030 \text{ дМ}, \quad \nu = 0.03; \quad E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{кг}}{\text{с.М}^2} \quad (1.6)$$

Аналитическим представлением ядра (1.5) хорошо описывается также ползучесть полимерных материалов.

2. *Плоская задача.* Рассмотрим цилиндрический изгиб сосредоточенной силой $P(t)$ прямоугольной плиты (балочная плита) на упругом основании (фиг. 1). Длину неизвестной переменной во времени контактной области обозначим $2a(t)$, а прогиб плиты (осадка основания) — $w(x, t)$. Тогда реактивное давление основания в случае плоской деформации будет [16]

$$p(x, t) = - \frac{E_0}{2z(1-\nu_0^2)} \sqrt{a^2(t) - x^2} \int_{-a(t)}^{a(t)} \frac{\partial w(\xi, t)}{\partial \xi} \frac{d\xi}{\sqrt{a^2(t) - \xi^2}} \quad (2.1)$$

Для цилиндрического изгиба плиты (фиг. 1), принимая прямоугольную систему координат (x, y) , будем иметь



Фиг. 1.

$$\Delta_x w = - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad w_{x=0} = w_y = 0 \quad (2.2)$$

Из (1.1), (1.2) и (1.4) получаем

$$M_y = \nu M_x, \quad M_x = M_z - Dz_x,$$

$$P_0 = |1 - \nu^2| M_x^* \quad (2.3)$$

Тогда соотношение между кривизной и моментом примет вид

$$z_x = (1 - \nu^2) \left[AM_x^* + \int F(R) M_x^* K(t, \tau) d\tau \right] \quad (2.4)$$

Введем обозначение — $w_*(x, t) = w(0, t) - w(x, t)$,

$$W = z_x M_x^* + \frac{D}{2} z_x^2 - (1 - \nu^2) \left[\frac{A}{2} M_x^{*2} + \int F(R) M_x^* M_x^*(t) K(t, \tau) d\tau \right] \quad (2.5)$$

В момент t величинам x , и M , сообщим вариации δx , и δM , которые считаем независимыми, причем $\delta M = \delta M_1 - D\delta x$. Принимаем x , M , w и p зависящими от x , t и от длины контактной поверхности $a(t)$. Тогда смешанное вариационное уравнение нашей задачи с учетом изменения неизвестной границы области контакта будет

$$\delta \int_0^{a(t)} \left[W(x, a, t) - W(x, x, t) - \int_x^{a(t)} p(x, a, t) \frac{\partial w(x, a, t)}{\partial a} da \right] dx = 0 \quad (2.6)$$

Здесь кривизна и момент варьируются независимо.

Вариационное уравнение (2.6) с переменной границей области контакта, где кривизна и момент варьируются независимо, эквивалентно совокупности зависимостей, состоящей из уравнений равновесия, граничных условий и соотношений между кривизной и моментом.

Действительно, производя операцию варьирования в (2.6), приходим к уравнению

$$\int_0^{a(t)} \delta W(x, a, t) dx - \int_0^{a(t)} p(x, a, t) [\delta w(0, t) - \delta w(x, t)] dx = 0$$

где

$$\delta W = \left[x - (1 - \nu^2) \left[AM_1 - \int_x^{a(t)} F(R_0) M_1(z) K(t, z) dz \right] \right] \delta M_1(t) + (M_1 + D\delta x) \delta x$$

Далее, учитывая (2.3) и условие статики

$$2 \int_0^{a(t)} p(x, t) dx = P(t)$$

после преобразования, принимая во внимание независимость вариаций δw и δM_1 , приходим к вышеуказанному заключению.

Прогиб плиты ищем в виде разложения степенного ряда по четным степеням x

$$w(x, t) = \varphi_0(t) + \varphi_2(t)x^2 + \varphi_4(t)x^4 + \dots \quad (2.7)$$

где $\varphi_i(t)$ — неизвестные функции времени. Ограничиваясь первыми двумя членами и обозначая $\psi_2(t) = -\varphi_2(t)$, из (2.1) будем иметь

$$p(x, t) = \frac{E_0 \psi_2(t)}{1 - \nu_0^2} \sqrt{a^2(t) - x^2} \quad (2.8)$$

Из условия ограниченности напряжений на концах контакта [16]

$$\int_{-a(t)}^{a(t)} \frac{\partial \omega(x, t)}{\partial x} \frac{dx}{1 - a^2(t) - \varepsilon^2} = - \frac{\varepsilon^2 E_0}{2(1 - \nu_0^2)} P(t) \quad (2.9)$$

находим

$$\psi(t) = \frac{2(1 - \nu_0^2)}{\pi E_0} P(t) a^{-2}(t) \quad (2.10)$$

Подставляя в (2.5) – (2.6) $\omega = \psi(t)x^2$, значение $p(x, t)$ из (2.7) и $x_0 = 2\psi(t)$, приходим к вариационному уравнению

$$\left\{ \delta - \frac{1 - \nu^2}{2} \left[AM_x^* + \int_0^t F(R) M_x^* K(t, \tau) d\tau \right] \right\} \delta M_x^* + \left[M_x - \frac{\varepsilon E_0 a^2 \psi}{32(1 - \nu^2)} \right] \delta \psi = 0 \quad (2.11)$$

Приравняв нулю множители при вариациях, исключая ψ и вводя обозначения $K_1(t, \tau) = EK(t, \tau)$, $X(t) = a(t)a_0$, где $a_0 = a(\tau_1)$,

$$a_0 = h \sqrt[3]{\frac{16}{3\pi} \frac{1 - \nu_0^2}{1 - \nu^2} \frac{K}{E_0} (1 - \nu)}, \quad \mu = 6 \frac{1 - \nu^2}{1 - \nu_0^2} \frac{E_0 \Delta}{Eh} \quad (2.12)$$

при $P(t) = P_0 = \text{const}$, приходим к нелинейному интегральному уравнению

$$X^{-2} = X + \int_0^t H(X) K_1(t, \tau) d\tau \quad (2.13)$$

причем

$$H(X) = B_1 (X - \mu_1 X^{-1}) + B_m (X - \mu_1 X^{-1})^m \quad (2.14)$$

$$B_m = \frac{3^2 m}{m+2} \left(1 - \frac{3P_0 a_0}{8h^2} \right)^{m-1}, \quad \mu_1 = \frac{\mu}{1 + \mu} \quad (2.15)$$

Для случая старого материала имеем $K_1(t, \tau) = EC_0 e^{-\gamma(t-\tau)}$, и уравнение приводится к нелинейному дифференциальному уравнению первого порядка с разделяющимися переменными, решение которого приводится в квадратурах

$$t - \tau_1 = \frac{1}{\gamma} \int_X^{t-\tau_1} \frac{(2 - x^2) dx}{x[ECx^2 H(x) + x^3 - 1]} \quad (2.16)$$

Переходя к пределу при $t \rightarrow \infty$, для случая старого материала из (2.13) для значения $X_0 = X(\infty)$ получаем алгебраическое уравнение

$$X_*^3 + ECX_*^2 H(X_*) = 1 \quad (2.17)$$

При $m = 4$ и отсутствии усиливающих покрытий $\mu_1 = 0$ находим

$$X_* = \sqrt[3]{-\frac{1 + EC\beta_1}{2ECB_1}} + \sqrt[3]{\left(\frac{1 + EC\beta_1}{2ECB_1}\right)^2 + \frac{1}{ECB_1}} \quad (2.18)$$

где B_1 определяется из (2.15), где положено $m = 4$

$$B_1 = \frac{\beta_4}{2} \left(1 - \sqrt[3]{1 - \frac{3P_0 a_0}{8h^2}}\right)^2 \quad (2.19)$$

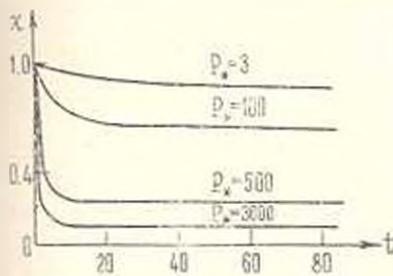
При учете старения материала интегральное уравнение (2.13), вводя обозначение $\tau' = t_*$, а затем опуская знак (*), можно привести к системе из двух дифференциальных уравнений

$$\dot{X} = V$$

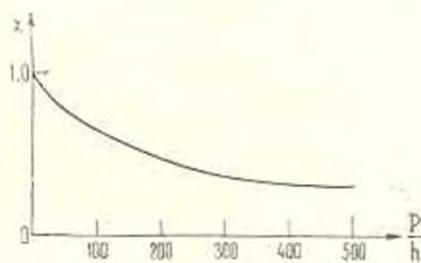
$$X(X^2 + 2)\dot{V} = 6V^2 -$$

$$- [X^2 + 2 + E\varepsilon_\tau(t)(X^2 + 2)\beta_1] [\beta_1 + mB_m(X - \beta_1 X^{-2})^{m-1}] V$$

с начальными условиями $X(\tau_1) = 1$, $V(\tau_1) = -\frac{1}{3} \tau_1 E H(1)$, решение которой реализуется на ЭВМ.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

Интегральное уравнение (2.13) можно решить также непосредственно итерационным способом на ЭВМ.

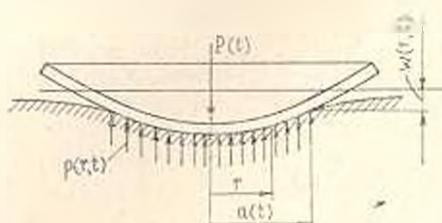
На фиг. 2 и 3 изображены графики изменения X_* (2.18) и X (2.16) соответственно для числовых значений параметров (1.6) и $E_0 = 2 \cdot 10^4$ кг/см².

§ 3. *Оссиметричная задача.* В случае оссиметричного изгиба плиты на упругом основании сосредоточенной силой $P(t)$ (фиг. 4) радиус неизвестной переменной во времени контактной области обозначим $a(t)$, а прогиб плиты (осадка основания) — $\omega(r, t)$. Тогда реактивное давление основания определится формулой [16]

$$p(r, t) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{a(t)} \frac{\partial F_1(\xi, t)}{\partial \xi} \frac{d\xi}{\sqrt{a^2 - r^2}} \quad (3.1)$$

$$F_1(r, t) = \frac{2E_0}{1-\nu_0^2} \left\{ w(0, t) + r \int_0^r \frac{1}{|r^2 - \xi^2|} \frac{\partial w(\xi, t)}{\partial \xi} d\xi \right\} \quad (3.2)$$

В случае осевой симметрии имеем



Фиг. 4.

$$\begin{aligned} \chi_r &= -\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}, & \chi_\theta &= -\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \\ \chi_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Введем обозначения $w_*(r, t) = w(0, t) - w(r, t)$

$$\begin{aligned} W(r, t) &= \chi_r M_r^* + \chi_\theta M_\theta^* + \\ &+ \frac{D}{2} \chi_\theta^2 - \frac{A}{2} R_0^2 - \int_0^r F(R_1) [(M_r^* - \nu M_\theta^*) M_r^*(t) + \\ &+ (M_\theta^* - \nu M_r^*) M_\theta^*(t)] K(t, r) dr \end{aligned} \quad (3.4)$$

где

$$\begin{aligned} \chi_0^2 &= \chi_r^2 + 2\nu \chi_r \chi_\theta + \chi_\theta^2 \\ R_0^2 &= M_r^{*2} - 2\nu M_r^* M_\theta^* + M_\theta^{*2} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Принимаем, что кривизны, моменты, прогиб и реактивное давление зависят от радиуса контактной области. Вариационное уравнение рассматриваемой задачи представим в виде

$$\delta \int_0^{a(t)} \left\{ W(r, a, t) - W(r, r, t) - \int_0^r p(r, a, t) \frac{\partial w_*(r, a, t)}{\partial a} da \right\} r dr = 0 \quad (3.6)$$

Это смешанное вариационное уравнение с переменными границами эквивалентно совокупности соотношений, состоящей из уравнений равновесия плиты, граничных условий и зависимостей между кривизнами и моментами. Действительно, производя варьирование в (3.6), получим

$$\int_0^{a(t)} \delta W(r, a, t) r dr - \int_0^{a(t)} p(r, a, t) [\delta w(0, t) - \delta w(r, t)] r dr = 0$$

где

$$\delta W = \{M_r^* + D(z_r + \nu_1 z_{rr})\} \delta z_r + \{ \} \delta z_{rr} + \{z_r - A(M_r^* - \nu_1 M_0^*) - \\ - \int_0^t F(R_0) (M_r^* - \nu M_0^*) K(t, \tau) d\tau\} \delta M_r^*(t) + \{ \} \delta M_0^*(t)$$

Далее, учитывая условие статки

$$2\pi \int_0^{a(t)} p(r, t) r dr = P(t)$$

после определенных преобразований, принимая во внимание независимость вариаций δw и δM_r^* , δM_0^* , приходим к вышеуказанному заключению.

Разложим прогиб плиты в степенной ряд по четным степеням r

$$w(r, t) = \psi_0(t) + \psi_2(t) r^2 + \psi_4(t) r^4 + \dots \quad (3.7)$$

и ограничимся первыми двумя членами, причем обозначим $\psi_2(t) = -\psi(t)$. Тогда

$$z_r = z_{rr} = 2\psi(t), \quad M_r = M_0 \quad (3.8)$$

$$M_r^* = M_0 - 2(1 + \nu_1) D \psi, \quad z_0 = \sqrt{2(1 + \nu_1)} |z_r|, \quad R_0 = \sqrt{2(1 - \nu)} |M_r^*| \quad (3.9)$$

Соотношение между кривизнами и моментами в этом случае будет

$$z_r = (1 - \nu) \left[A M_0^* + \int_0^t F(R_0) M_r^* K(t, \tau) d\tau \right] \quad (3.10)$$

Подставляя выражение (3.7) в (3.1)–(3.2) и интегрируя, получим

$$p(r, t) = \frac{4E_0 \psi(t)}{2(1 - \nu)} \sqrt{a^2(t) - r^2} \quad (3.11)$$

Условие ограниченности напряжений на границе контактной области $F_1(a, t) = 0$ и статическое условие [16]

$$\int_0^{a(t)} F_1(r, t) dr = P(t) \quad (3.12)$$

дают

$$\psi_0(t) = \frac{3}{4} \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} P(t) a^{-2}(t), \quad \psi(t) = \frac{3}{8} \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} P(t) a^{-3}(t) \quad (3.13)$$

Выражение (3.4) примет вид

$$W(r, t) = 2x, M_0^* + D(1 + \nu_1) x_0^2 - \\ - 2(1 - \nu) \left[\frac{A}{2} M_0^* + \int_0^t F(R_0) M_0^* M_0^*(t) K(t, \tau) d\tau \right] \quad (3.14)$$

Тогда вариационное уравнение (3.6) принимает вид

$$\left\{ \delta_2 - \frac{1-\nu}{2} \left[A M_0^* + \int_0^t F(R_0) M_0^* K(t, \tau) d\tau \right] \right\} \delta_2 M_0^* + \\ + \left[M_0^* + 2(1 + \nu_1) D_0 - \frac{4}{15} \frac{E_0 a^2}{z(1-\nu)} \right] \delta_2 = 0 \quad (3.15)$$

Приравняв нулю множители при вариациях, исключая ψ , вводим обозначение $X(t) = a(t)/a_0$, где $a_0 = a(\tau_0)$,

$$a_0 = h \left[\frac{5(1-\nu) E}{8(1-\nu) E_0 (1+\nu)} \right]^{1/2}, \quad \mu = 6 \frac{1-\nu E_0 \Delta}{1-\nu E h} \quad (3.16)$$

и принимая $P(t) = P_0 = \cos \omega t$, приходим к нелинейному интегральному уравнению

$$X^{-3} = 1 + \int_0^t H(X) K_1(t, \tau) d\tau \quad (3.17)$$

Здесь

$$H(X) = \beta_1 (1 - \mu X^{-3}) + B_m (1 - \mu X^{-3})^m \quad (3.18)$$

$$B_m = \frac{3\beta_m}{m+2} \left[\frac{3}{5} \frac{2(1-\nu)}{5z} \frac{P_0}{h^2} \right]^{m-1}, \quad \mu = \frac{\mu}{1+\mu} \quad (3.19)$$

Интегральное уравнение (3.17) для случая старого материала приводится к нелинейному дифференциальному уравнению первого порядка с разделяющимися переменными, решение которого приводится в квадратурах

$$t - \tau_0 = \frac{1}{\mu} \int_1^{X^{-3}} \frac{d\zeta}{1 - \zeta + EC H(\zeta)} \quad (3.20)$$

Для однородной плиты $\mu_1 = 0$ из (3.17) получим

$$X = \left[1 + (\beta_1 + B_m) E \vartheta(\tau_1) \left| 1 - e^{-\mu(t-\tau_1)} \right| \right]^{-1/3} \quad (3.21)$$

Переходя к пределу при $t \rightarrow \infty$, из (3.21) получаем значение $X_\infty = X(\infty)$ для однородной плиты

$$X_\infty = \left[1 + (\beta_1 + B_m) E \vartheta(\tau_1) \right]^{-1/3} \quad (3.22)$$

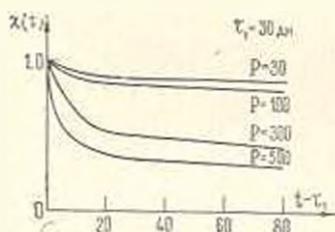
Для составной плиты при учете старения материала интегральное уравнение (3.17), введя обозначения $\psi^i = I_{\psi^i}$, а затем опуская индексы, можно привести к системе из двух дифференциальных уравнений

$$-3X^{-1}X' = V$$

$$V = - [1 + E_0(t) \mu_1 [\lambda_1 + mB_m(1 - \mu_1 X^{-3})^{m-1}]] V \quad (3.23)$$

с начальными условиями $X(t_1) = 1$, $V(t_1) = E_0(t_1)H(1)$, решение которой можно реализовать на ЭВМ.

Недифференциальное интегральное уравнение (3.17) можно решить применением итерационного процесса на ЭВМ.



Фиг. 5.

На фиг. 5 изображен график изменения X (3.21) для значений параметров (1.6) и $E_0 = 2 \cdot 10^3$ кг/см².

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила 4 I 1979

И. А. ЗИГНАС

ԱՅՈՒՋԿԱԿԱՆ ՀԻՄՔԻ ՎԻՍ ԳՏԵՎՈՂ ՍԱՆԻ ՀԵՄԱՐ ՍՈՂՔԻ
ՈՉ ԳՆՍՅԻՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԿՈՆՏՐԱԿՏՈՅԻՆ ՄԻ ԽՆԴԻՐ ԸՆԴՍՈՐ

Ա մ փ ո թ ո ս մ

Վարիացիոն եղանակով ուսումնասիրվում է ոչ գծային սողորով օժտված սալի ծոուժր առածպական հիմքի վրա կենտրոնացած ուժի ազդեցության տակ: Սալը բնդունվում է եռաչերտ սիմետրիկ ուժեղացնող ծածկույթներով, իսկ հպումը հիմքի հետ ենթադրվում է առանց կապակցող ուժերի: Ողովկելով սալի միջին մակերևույթի կորույթյունների և սամնտների միջև շղինակի նախող աշխատանքում առաջարկված անբացահայտ առնչությունից, Իկյանների ընդհանրացած վարիացիոն հավասարումից, ինչպես նաև սալի ճկվածքի պարարտական ձևի ենթադրությունից կոնտակտի, ժամանակակից կախված, անհայտ շափի համար ստացվում է ոչ գծային ինտեգրոլ հավասարում: Այդ հավասարումը ձերացած նյութի և հաստատուն ուժի դեպքում բերվում է առաջին կարգի դիֆերենցիալ հավասարման, որի լուծումը սրվում է քառակուսայման միջոցով: Ուսումնասիրվում են հարթ և առանցքասիմետրիկ խըն-

պիրները: Տեսական և փնջին օրինակների հիման վրա: ստացված արդյունքները ցույց են առիւ, որ ժամանակի ընթացքում սողրի ճեռեանքով կոնտակտի չափը նվազում է: Ստացվում է նաև կոնտակտի չափի կախումը կենտրոնացած ուժի մեծութունից: Սժի մեծանալուց փոքրանում է կոնտակտի չափը:

ON A CONTACT PROBLEM IN THE NON-LINEAR THEORY OF CREEP FOR A PLATE ON ELASTIC FOUNDATION

M. A. ZADOYAN

Summary

Non-linear creep in the problem on the bending of a plate on elastic foundation under concentrated force is investigated by the variational method. The plate is assumed to be three-layered with a symmetric strengthening covering, and the contact with foundation is taken to be without cohesion. Using the implicit relations between curvatures and moments, proposed earlier by the author, and the generalized variational equation of Reissner, as well as the assumption of a parabolic shape of flexure, for the size of contact a non-linear integral equation is obtained, which in the case of constant force and aged material is solved in quadratures.

A plane and axisymmetric problem is discussed as well. The conclusions, drawn on the basis of theoretical investigations and numerical calculations, show in particular that in the case of constant force due to creep the size of contact decreases. The relation between the contact length and the value of concentrated force is also obtained.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Н. X. Некоторые вопросы теории ползучести. М.—Л., ГИИТА, 1952.
2. Арутюнян Н. X., Абрамян Б. А. О температурных напряжениях в прямоугольных блоках. Изв. АН Арм. ССР, серия ФМЕТ наук, 1955, т. 8, № 4.
3. Работная Ю. Н. Ползучесть элементов конструкции. М., «Наука», 1966.
4. Арутюнян Н. X. Плоская контактная задача теории ползучести. ПИММ, 1959, т. 23, в. 5.
5. Задоян М. А. Термонапряженное состояние бетонных блоков с учетом ползучести материала. Изв. АН Арм. ССР, сер. физ.-мат. наук, 1957, т. 10, № 5.
6. Задоян М. А. Об одной вариационной задаче о прижатии слоя к основанию при учете реологических свойств материалов. Изв. АН Арм. ССР, сер. техн. наук, 1977, т. 30, № 5.
7. Прокопович И. Е. О решении плоской контактной задачи с учетом ползучести. ПИММ, 1956, т. 20, в. 6.
8. Leo H. H., Radok J. R. M. The contact problem for viscoelastic bodies. J. Appl. Mech., 1960, v. 27, No. 3.
9. Ширинкулов Т. Ш. Методы расчета конструкции на сплошном основании с учетом ползучести. Ташкент, Изд-во «ФАН», Узб. ССР, 1969.

10. Развитие теории контактных задач в СССР, АН СССР, Ин-т пробл. механики. М., «Наука», 1976.
11. *Розовский М. И.* О влиянии реологических свойств основания и лежащих на нем полос и круглой плиты на показатели их гибкости. Сб. «Реологические вопросы механики горных пород», Алма-Ата, изд-во АН Каз.ССР, 1964.
12. *Шестин А. А.* Осесимметричная контактная задача нелинейной теории неустановившейся ползучести. Изв. АН Арм.ССР, Механика, 1978, т. 31, № 6.
13. *Гайтова А. М.* Расчет на изгиб упруго-ползучей железобетонной плиты на упруго-ползучем основании. Изв. АН Арм.ССР, сер. техн. наук, 1976, т. 29, № 4.
14. *Задоян М. А.* Смешанное вариационное уравнение для пластин и оболочек из нелинейного наследственно-стареющего материала. Изв. АН СССР, МТТ, 1979, № 6.
15. *Карапетян К. С.* Влияние старения бетона на зависимость между напряжениями и деформациями ползучести. Изв. АН Арм.ССР, сер. ФМЕТ наук, 1959, т. 12, № 4.
16. *Штаерман И. Я.* Контактная задача теории упругости. М., Госиздат, 1949.