ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXXI, № 3, 1978 Механика

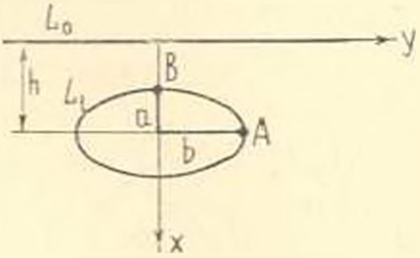
Т. И. БУГАСОВА, С. А. КАЛОЕРОВ, А. С. КОСМОДАМИАНСКИЙ

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В АНИЗОТРОПНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ ОТВЕРСТИЕМ

В работах [6, 7] даны основные соотношения для определения температурных напряжений в анизотропных пластинах. В работе [3] получен общий вид комплексных потенциалов в случае многосвязных сред. В данной статье приводится решение термоупругой задачи для полуплоскости с эллиптическим отверстием.

§ 1. Рассмотрим анизотропную полуплоскость, ослабленную эллиптическим отверстием L_1, полуоси которого равны a и b. Границу полуплоскости обозначим через L_0, расстояние между центром отверстия и границей полуплоскости — через h (фиг. 1).

Пусть на границе полуплоскости температура равна нулю, а на контуре отверстия температура $T_1 =$ = const. Внешние силовые факторы на полуплоскость не действуют.



Фиг. 1.

Определение температурного поля в такой пластинке сводится к нахождению аналитической функции $F_3(z_3)$ из граничных условий [6, 7]

$$2\,\mathrm{Re}\,F_3(z_3) = 0 \quad \text{на} \quad L_0 \qquad (1.1)$$

$$2\,\mathrm{Re}\,F_3(z_3) = T_1 \quad \text{на} \quad L_1 \qquad (1.2)$$

Определение напряженного состояния полуплоскости приводится к нахождению комплексных потенциалов $\Phi_j(z_j)$ из следующих граничных условий:

$$2\,\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{3}\Phi_j(z_j) = 0; \qquad 2\,\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{3}\mu_j\Phi_j(z_j) = 0 \qquad (1.3)$$

$$\text{на } L_0,\ L_1$$

где μ_j — комплексные параметры, зависящие от термоупругих свойств материала пластинки. Для простоты в дальнейшем будем считать их чисто мнимыми: $\mu_j = i\beta_j$.

Функции $\Phi_j(z_j)$ являются аналитическими в областях S_j, получаемых из заданной полуплоскости S аффинными преобразованиями $z_j = x + i\beta_j y$. В областях S_j контурам L_n $(n = 0, 1)$ будут соответствовать контуры L_{jn}.

Функция $\Phi_3(z_3)$ выражается через $F_0(z_3)$ по формуле [7]

$$\Phi_3(z_3) = r_3 \int F_0(z_3)\, dz_3 \qquad (1.4)$$

Здесь

$$r_3 = \frac{\alpha_1 \beta_3^2 - \alpha_2}{a_{11}(\beta_3^2 - \beta_1^2)(\beta_3^2 - \beta_2^2)} \qquad (1.5)$$

a_{11} — коэффициент деформации материала пластинки; α_1, α_2 — температурные коэффициенты линейного расширения для направления осей x и y.

§ 2. Общее представление комплексного потенциала $F_0(z_3)$ в рассматриваемом случае имеет вид [3]

$$F_0(z_3) = A_0 \ln(z_3 - h) + F_0^*(z_3) \qquad (2.1)$$

где A_0 — неизвестный коэффициент, определяемый с помощью потока тепла в область S через контур отверстия; $F_0^*(z_3)$ — функция, голоморфная в нижней полуплоскости области S_3 за исключением бесконечно удаленной точки. Последнюю функцию выберем в виде:

$$F_0^*(z_3) = B_0 \ln(z_3 - h) + F_{30}^*(z_3)$$

где $F_{30}^*(z_3)$ — функция, голоморфная в области S_3, включая и бесконечно удаленную точку.

Из граничного условия (1.1), сравнивая коэффициенты при одинаковых логарифмах, получим $B_0 = -A_0$.

Функцию $F_{30}^*(z_3)$ представим в виде

$$F_{30}^*(z_3) = F_{30}(z_3) + F_{31}(z_3)$$

Здесь $F_{31}(z_3)$ — функция, голоморфная вне контура L_{31}; $F_{30}(z_3)$ — функция, голоморфная в нижней полуплоскости области S_3.

Отобразим конформно внешность единичного круга области изменения переменной ζ_1 на внешность эллипса L_{31}. Отображающая функция имеет вид

$$z_3 - h = R_3\left(\zeta_3 + \frac{m_3}{\zeta_3}\right) \qquad (2.2)$$

$$R_3 = \frac{a + \beta_3 b}{2}; \qquad m_3 = \frac{a - \beta_3 b}{a + \beta_3 b} \qquad (2.3)$$

В отображенной области

$$F_{31}(z_3) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_{3k}}{[\zeta_3(z_3)]^k}$$

В рассматриваемом случае коэффициенты c_{3k} получаются вещественными.

Применяя метод интегралов типа Коши [5], из граничных условий (1.1) на L_0 находим [2]

$$F_{30}(z_3) = -\sum_{k=1}^{\infty} \frac{e_{3k}}{[\bar{\zeta}_3(z_3)]^k}$$

Здесь $\bar{\zeta}_3$ связаны с z_3 следующей неявной зависимостью:

$$-z_3 - h = R_3\left(\bar{\zeta}_3 + \frac{m_3}{\bar{\zeta}_3}\right) \tag{2.4}$$

Окончательно имеем

$$F_0(z_1) = A_0 \ln \zeta_3(z_3) - A_0 \ln \bar{\zeta}_3(z_3) + \sum_{k=1}^{\infty} c_{3k} \left\{ \frac{1}{[\zeta_3(z_3)]^k} - \frac{1}{[\bar{\zeta}_3(z_3)]^k} \right\} \tag{2.5}$$

где

$$c_{3,2n-1} = e_{3,2n-1}; \qquad c_{3,2n} = e_{3,2n} + \frac{(-1)^{n-1} m_3^n}{n} A_0 \quad (n = 1, 2, \ldots)$$

Функции $\ln \bar{\zeta}_3$ и $\dfrac{1}{\bar{\zeta}_3^k}$ являются голоморфными в нижней полуплоскости S_3, а, следовательно, и внутри эллипса L_{11}. Поэтому эти функции можно разложить в ряды по полиномам Фабера для эллипса L_{11} [2]. Будем иметь

$$\ln \bar{\zeta}_3(z_3) = \sum_{n=0}^{\infty} d_{3n} P_n(z_3); \qquad \frac{1}{[\bar{\zeta}_3(z_3)]^k} = \sum_{n=0}^{\infty} A_{3kn} P_n(z_3)$$

Полиномы Фабера $P_n(z_3)$ через переменные ζ_3 выражаются так

$$P_0(z_3) = 1; \quad P_n(z_3) = \zeta_3^n + \frac{m_3^n}{\zeta_3^n}$$

Из граничных условий (1.2) на контуре отверстия методом рядов получим бесконечную алгебраическую систему уравнений относительно неизвестных коэффициентов c_{3k}:

$$d_{30} c_{3k} + \sum_{n=1}^{\infty} (d_{3n} A_{3n0} - d_{30} A_{3nk})(1 + m_3^k)\, c_{3n} = -\frac{T_1}{2}(1 + m_3^k)\, d_{3k} \tag{2.6}$$

$$(k = 1, 2, \ldots)$$

$$A_0 = -\frac{1}{d_{30}}\left(\frac{T_1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{3n0}\, c_{3n}\right) \tag{2.7}$$

После решения системы уравнений (2.6) и нахождения коэффициента A_0 по формуле (2.7) функция $F_0(z_3)$ будет полностью определена, что позволяет найти распределение температуры в рассматриваемой полуплоскости по формуле [6]

$$T(x, y) = 2\,\mathrm{Re}\,F_0(z_3) \tag{2.8}$$

§ 3. Зная функцию $F_0(z_3)$, по формуле (1.4) находим

$$\Phi_3(z_3) = [A_3(z_3 - h) + B_3]\ln(z_3 - h) + A_3 z_3 \pi i -$$

$$-[A_3(z_3 + h) - B_3]\ln(z_3 + h) + \sum_{k=1}^{\infty} b_{3k}\left(\frac{1}{\sigma_3^k} + \frac{1}{\bar\sigma_3^k}\right) \tag{3.1}$$

где

$$A_3 = r_3 A_0;\ B_3 = r_3 R_3 c_{31};\ b_{31} = -r_3 R_3 c_{32} + A_3 R_3 m_3$$

$$b_{3,2n} = \frac{r_3 R_3}{2n}(m_3 c_{3,2n-1} - c_{3,2n+1}) + \frac{(-1)^n}{n} m_3^n B_3$$

$$b_{3,2n+1} = \frac{r_3 R_3}{2n+1}(m_3 c_{3,2n} - c_{3,2n+2}) + \frac{(-1)^n}{n(n+1)} m_3^n A_3$$

Функции $\Phi_j(z_j)$ $(j = 1, 2)$ имеют вид [3]

$$\Phi_j(z_j) = [A_j(z_j - h) + B_j]\ln(z_j - h) + \Phi_j^0(z_j) \tag{3.2}$$

Здесь $\Phi_j^0(z_j)$ — функции, голоморфные в S_j за исключением бесконечно удаленной точки; A_j, B_j — коэффициенты, имеющие вид [3]

$$A_j = \frac{\beta_j[a_{22} r_3(\beta_{j+1}^2 - \beta_3^2) + a_{12}\beta_{j+1}^2]}{a_{22} r_3 \beta_3(\beta_j^2 - \beta_{j+1}^2)} A_3$$

$$B_j = \frac{\beta_j[a_{22} r_3(\beta_{j+1}^2 - \beta_3^2) + a_{12}\beta_{j+1}^2]}{a_{22} r_3 \beta_3(\beta_j^2 - \beta_{j+1}^2)} B_3$$

a_{22} — коэффициент деформации для материала пластинки; значение индекса $(j+1)$ равняется единице при $j = 2$.

Функции $\Phi_j^0(z_j)$ представим в виде

$$\Phi_j^0(z_j) = [D_{1j}(s_{1j} z_j - h) + Q_{1j}]\ln(s_{1j} z_j - h) +$$

$$+ [D_{2j}(s_{2j} z_j - h) + Q_{2j}]\ln(s_{2j} z_j - h) +$$

$$+ [D_{3j}(s_{3j} z_j - h) + Q_{3j}]\ln(s_{3j} z_j - h) + \Phi_{jl}(z_j) + \Phi_{jl}^*(z_j) \tag{3.3}$$

Здесь D_{nj}, Q_{nj}, s_{nj} $(n = 1, 3)$ — неизвестные постоянные; $\Phi_{jl}(z_j)$ — функции, голоморфные вне отверстий L_{jl} областей S_j, $\Phi_{jl}^*(z_j)$ — в нижних полуплоскостях областей S_j.

Граничные условия (1.3) можно записать так:

$$\Phi_j(t_j) = l_j\overline{\Phi_1(t_1)} + n_j\overline{\Phi_2(t_2)} + r_j\Phi_3(t_3) + k_j\overline{\Phi_3(t_3)} \tag{3.4}$$

где

$$l_j = \frac{\bar\beta_{j+1} + \beta_1}{\beta_j - \beta_{j+1}}; \qquad n_j = \frac{\bar\beta_{j+1} + \beta_2}{\beta_j - \beta_{j+1}}$$

$$r_j = \frac{\beta_{j+1} - \beta_3}{\beta_j - \beta_{j+1}}; \qquad k_j = \frac{\bar\beta_{j+1} + \beta_3}{\beta_j - \beta_{j+1}}$$

На контуре L_0

$$t_n = i\beta_n y; \qquad \bar t_n = k_{nj}t_j; \qquad k_{nj} = -\frac{\bar\beta_n}{\beta_j} \quad (n = \overline{1, 3};\ j = 1, 2)$$

При этом

$$k_{mn}k_{np} = -k_{mp}; \quad k_{mn}k_{pn} = -k_{pm}; \quad k_{mn}k_{nm} = 1 \tag{3.5}$$

Полагая в формулах (3.3) $s_{nj} = k_{nj}$ и учитывая соотношения (3.5), из граничных условий (3.4) на контуре L_0, приравнивая коэффициенты при одинаковых логарифмах, получим

$$\begin{gathered} D_{1j} = l_jA_1;\ D_{2j} = n_jA_2;\ D_{3j} = c_jA_3 \\ Q_{1j} = l_jB_1;\ Q_{2j} = n_jB_2;\ Q_{3j} = c_jB_3 \end{gathered} \tag{3.6}$$

При выполнении этих соотношений имеют место и следующие равенства:

$$\begin{gathered} l_jD_{n1} + n_jD_{n2} = \delta_j^nA_j; \qquad l_jQ_{n1} + n_jQ_{n2} = \delta_j^nB_j \\ l_jD_{31} + n_jD_{32} + c_jA_3 = 0;\ \ l_jQ_{31} + n_jQ_{32} + c_jB_3 = 0 \\ (n,\ j = 1, 2) \end{gathered} \tag{3.7}$$

где δ_j^n — символ Кронекера; $c_j = k_j + r_j$.

Учитывая соотношения (3.3), (3.6), (3.7), из условий (3.4) на контуре L_0 методом интегралов типа Коши найдем

$$\Phi_{j0}^{*}(z_j) = l_j\bar\Phi_{11}(z_j) + n_j\bar\Phi_{21}(z_j) + c_j\bar\Phi_{31}(z_j)$$

С учетом того, что

$$A_j + l_jA_1k_{1j} + n_jA_2k_{2j} + c_jA_3k_{3j} = 0$$

для функций $\Phi_j(z_j)$ окончательно получим

$$\begin{gathered} \Phi_j(z_j) = [A_j(z_j - h) + B_j]\ln(z_j - h) + l_j[A_1(k_{1j}z_j - h) + \\ + B_1]\ln(-k_{1j}z_j + h) + n_j[A_2(k_{2j}z_j - h) + B_2]\ln(-k_{2j}z_j + h) + \\ + c_j[A_3(k_{3j}z_j - h) + B_3]\ln(-k_{3j}z_j + h) + A_jz_ji + \Phi_{j1}(z_j) + \\ + l_j\bar\Phi_{11}(z_j) + n_j\bar\Phi_{21}(z_j) + c_j\bar\Phi_{31}(z_j) \end{gathered} \tag{3.8}$$

Как и в формулах (2.2) и (2.4), введем переменные ζ_j и $\overline{\zeta}_{nj}$, которые связаны с z_j следующими неявными зависимостями:

$$z_j - h = R_j\left(\zeta_j + \frac{m_j}{\zeta_j}\right); \quad k_{nj} z_j - h = R_n\left(\zeta_{nj} + \frac{m_n}{\zeta_{nj}}\right)$$

$$R_j = \frac{a+\beta_j b}{2}; \quad m_j = \frac{a-\beta_j b}{a+\beta_j b} \quad (n = \overline{1, 3};\ j = 1,\ 2) \tag{3.9}$$

Функции $\Phi_{j1}(z_j)$ разложим в ряды Лорана

$$\Phi_{j1}(z_j) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_{jk}}{[\zeta_j(z_j)]^k} \tag{3.10}$$

Тогда, как следует из равенств (2.2), (2.4), (3.1), (3.8), (3.9) и (3.10), функции $\Phi_n(z_n)$ примут вид

$$\Phi_j(z_j) = \left[A_j^0\left(\zeta_j + \frac{m_j}{\zeta_j}\right) + B_j\right]\ln\zeta_j + l_j\left[A_1^0\left(\overline{\zeta}_{1j} + \frac{m_1}{\overline{\zeta}_{1j}}\right) + B_1\right]\ln(-\overline{\zeta}_{1j}) +$$

$$+ n_j\left[A_2^0\left(\overline{\zeta}_{2j} + \frac{m_2}{\overline{\zeta}_{2j}}\right) + B_2\right]\ln(-\overline{\zeta}_{2j}) + c_j\left[A_3^0\left(\overline{\zeta}_{3j} + \frac{m_3}{\overline{\zeta}_{3j}}\right) +\right.$$

$$\left. + B_3\right]\ln(-\overline{\zeta}_{3j}) + A_j^0 \ln R_j\zeta_j + l_j A_1^0 \ln R_1\overline{\zeta}_{1j} - n_j A_2^0 \ln R_2\overline{\zeta}_{2j} +$$

$$+ c_j A_3^0 \ln R_3\overline{\zeta}_{3j} + A_j^0\left(\zeta_j - \frac{m_j}{\zeta_j}\right)\pi i +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{a_{jk}}{\zeta_j^k} + \frac{l_j a_{1k}}{\overline{\zeta}_{1j}^k} + \frac{n_j a_{2k}}{\overline{\zeta}_{2j}^k} + \frac{c_j a_{3k}}{\overline{\zeta}_{3j}^k}\right); \quad (j = 1,\ 2) \tag{3.11}$$

$$\Phi_3(z_3) = \left[A_3^0\left(\zeta_3 + \frac{m_3}{\zeta_3}\right) + B_3\right]\ln\zeta_3 + \left[A_3^0\left(\overline{\zeta}_3 + \frac{m_3}{\overline{\zeta}_3}\right) +\right.$$

$$\left. + B_3\right]\ln(-\overline{\zeta}_3) + A_3^0 \ln R_3\zeta_3 + A_3^0 \ln R_3\overline{\zeta}_3 +$$

$$+ A_3^0\left(\zeta_3 + \frac{m_3}{\zeta_3}\right)\pi i + \sum_{k=1}^{\infty} a_{3k}\left(\frac{1}{\zeta_3^k} + \frac{1}{\overline{\zeta}_3^k}\right)$$

Здесь a_{1k}, a_{2k} — неизвестные коэффициенты, выражающиеся через b_{1k} и b_{2k}; $A_n^0 = A_n R_n$:

$$a_{31} = -r_3 R_3 c_{32} + A_3^0 m_3 (\ln R_3 + 2)$$

$$a_{3,\,2k} = \frac{r_3 R_3}{2k}\left(m_3 c_{3,\,2k-1} - c_{3,\,2k+1}\right)$$

$$a_{3,\,2k+1} = \frac{r_3 R_3}{2k+1}\left(m_3 c_{3,\,2k} - c_{3,\,2k+2}\right)$$

Разложим следующие функции, голоморфные внутри эллипсов L_{nj}, в ряды по полиномам Фабера:

$$\left[\bar{\zeta}_{nj}(z_j) + \frac{m_n}{\bar{\zeta}_{nj}(z_j)}\right]\ln\left[-\bar{\zeta}_{nj}(z_j)\right] = \sum_{r=0}^{\infty} \alpha_{jr}^{(n)} P_r(z_j)$$

$$\ln\left[-\bar{\zeta}_{nj}(z_j)\right] = \sum_{r=0}^{\infty} \beta_{jr}^{(n)} P_r(z_j); \quad \bar{\zeta}_{nj}(z_j) = \sum_{r=0}^{\infty} \gamma_{jr}^{(n)} P_r(z_j) \tag{3.12}$$

$$\frac{1}{[\zeta_{nj}(z_j)]^k} = \sum_{r=0}^{\infty} A_{jkr}^{(n)} P_r(z_j)$$

$$\left[\bar{\zeta}_3(z_3) + \frac{m_3}{\zeta_3(z_3)}\right]\ln\left[-\bar{\zeta}_3(z_3)\right] = \sum_{r=0}^{\infty} \alpha_{3r} P_r(z_3)$$

$$\ln\left[-\bar{\zeta}_3(z_3)\right] = \sum_{r=0}^{\infty} \beta_{3r} P_r(z_3)$$

$$\bar{\zeta}_3(z_3) = \sum_{r=0}^{\infty} \gamma_{3r} P_r(z_3)$$

Учитывая представления (3.11) и разложения (3.12), из граничных условий (3.4) на контуре отверстия методом рядов получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$a_{jk} + \sum_{n=1}^{\infty} (L_{jnk} a_{1n} + N_{jnk} a_{2n}) = M_{jk} \tag{3.13}$$

$$(j = 1, 2; \quad k = 1, 2, \ldots)$$

Здесь

$$L_{jnk} = m_j^k l_j A_{jnk}^{(1)} - l_j l_1 A_{1nk}^{(1)} - n_j l_2 A_{2nk}^{(1)}$$

$$N_{jnk} = m_j^k n_j A_{jnk}^{(2)} - l_j n_1 A_{1nk}^{(2)} - n_j n_2 A_{2nk}^{(2)}$$

$$M_{jk} = l_j R_{1k} + n_j R_{2k} + (r_j m_3^k + k_j) R_{3k} + r_j a_{3k} - m_j^k R_{jk} +$$

$$+ \delta_k^1 (l_j A_1^0 \ln R_1 + n_j A_2^0 \ln R_2 + k_j A_3^0 \ln R_3)$$

$$R_{jk} = l_j (A_1^0 \alpha_{jk}^{(1)} + B_1 \beta_{jk}^{(1)} + A_1^0 \gamma_{jk}^{(1)} \ln R_1) +$$

$$+ n_j (A_2^0 \alpha_{jk}^{(2)} + B_2 \beta_{jk}^{(2)} + A_2^0 \gamma_{jk}^{(2)} \ln R_2) +$$

$$+ c_j \left(A_3^0 \alpha_{jk}^{(3)} + B_3 \beta_{jk}^{(3)} + A_3^0 \gamma_{jk}^{(3)} \ln R_3 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{3n} A_{jnk}^{(3)}\right)$$

$$R_{3k} = A_3^0 \alpha_{3k} + B_3 \beta_{3k} + A_3^0 \gamma_{3k} \ln R_3 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{3n} A_{3nk}$$

После решения систем уравнений (2.6) и (3.13) комплексные потенциалы (3.11) станут известными, что позволяет найти напряжения в полуплоскости по следующим формулам [4, 7]:

$$\sigma_x = -2\,\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{3}\beta_j^2\Phi_j(z_j)$$

$$\sigma_y = 2\,\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{3}\Phi_j(z_j) \qquad (3.14)$$

$$\tau_{xy} = -2\,\mathrm{Re}\sum_{j=1}^{3}i\beta_j\Phi_j(z_j)$$

§ 4. На ЭВМ ЕС-1020 были проведены численные исследования напряженного состояния полуплоскости, изготовленной из стеклотекстолита КАСТ-В [1], для которого

$$a_{11} = 0.508\cdot 10^{-5}\ см^2/кг;\qquad \alpha_1 = 3\cdot 10^{-5};\quad \alpha_2 = 4\cdot 10^{-5}$$

$$a_{22} = 0.735\cdot 10^{-5}\ см^2/кг;\qquad \beta_1 = 1.20443$$

$$a_{12} = -0.0882\cdot 10^{-5}\ см^2/кг;\qquad \beta_2 = 0.99869$$

$$a_{66} = 1.42\cdot 10^{-5}\ см^2/кг;\qquad \beta_3 = 0.79101$$

Температура на контуре отверстия T_1 считалась равной единице.

В полученном решении граничные условия на границе полуплоскости удовлетворяются точно, а на контуре отверстия — приближенно. Степень точности удовлетворения последним зависит от количества уравнений оставляемых в системе (3.13) при численном решении задачи. Это количество варьировалось от 10 до 28, что позволяло удовлетворить граничным условиям с точностью до 1%.

Таблица 1

h/a	y/a					
	0	1	2	3	4	5
10	−0.133	−0.272	−0.382	−0.548	−0.750	−0.967
3	−1.457	−2.291	−4.463	−6.609	−7.121	−6.925
2	−3.236	−5.949	−11.75	−15.24	−12.41	−9.823
1.5	−5.725	−14.93	−27.73	−27.97	−26.64	−22.70
1.25	−8.571	−37.76	−55.83	−51.02	−38.99	−26.12

Для случая, когда $b = 3a$, в табл. 1 приведены значения напряжений σ_y вблизи прямолинейной границы, а в табл. 2 — значения напряжений σ_ϑ, действующих вблизи контура отверстия на площадках, перпендикулярных к нему. В табл. 3 даны значения максимальных напряжений в точках контура отверстия (фиг. 1), когда $h = 2a$.

Таблица 2

ϑ°	b/a					
	100	10	3	2	1.5	1.25
0	−6.135	−9.184	−15.52	−21.88	−32.29	−48.63
30	−6.189	−9.036	−15.14	−21.38	−31.67	−48.04
60	−6.474	−7.915	−12.17	−17.34	−26.55	−42.22
90	−7.852	−1.171	9.41	16.67	23.76	28.68
120	−6.446	−7.413	−7.31	−4.147	3.783	16.02
150	−6.178	−8.964	−14.59	−19.21	−22.79	−37.59
180	−6.147	−9.259	−17.61	−29.04	−52.66	−100.1

Таблица 3

Точки	b/a						
	10	5	3	2	0.5	0.2	0.1
A	48.30	25.26	16.67	12.64	7.232	6.436	6.231
B	−53.15	−35.68	−29.04	−26.49	−35.94	−68.96	−126.2

Из табл. 1, 2 видно, что при сближении отверстия с границей полуплоскости значения напряжений вблизи контуров и в зоне между ними возрастают. Изменяется также характер их распределения. Наибольшая концентрация напряжений наблюдается вблизи точки перемычки, лежащей на контуре отверстия. Из табл. 3 следует, что характер распределения напряжений и их концентрации изменяются также с изменением величины отношения полуосей b/a. Если это отношение мало или велико по сравнению с единицей, то наблюдается резкое повышение концентрации напряжений вблизи точки B.

Донецкий государственный
университет

Поступила 9 III 1977

Տ. Ի. ԲՈՒԳԱՅՈՎԱ, Ռ. Ա. ԿԱԼՈՒՐՈՎ, Ա. Ս. ԿՈՍՄՈԴԱՄԻԱՆՍԿԻ

ԷԼԻՊՍԱՁԵՎ ԱՆՑՔՈՎ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊ ԿԻՍԱՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ ՋԵՐՄԱՅԻՆ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԸ

Ամփոփում

Դիտարկվում է էլիպսաձև անցքով անիզոտրոպ կիսահարթության համար ջերմա-առաձգականության հարթ խնդիրը:

Խնդրի լուծումը բերվում է գծային հանրահաշվական հավասարումների անվերջ սիստեմների: Բերվում են թվային ուսումնասիրությունների արդյունքները:

THERMAL STRESSES IN AN ANISOTROPIC SEMI-INFINITE PLATE WITH AN ELLIPTICAL HOLE

T. I. BUGASOVA, S. A. KALOEROV, A. S. KOSMODAMIANSKY

S u m m a r y

A plane problem of thermoelasticity for an anisotropic semi-infinite plate with an elliptical hole is considered. The solution of the problem is reduced to the infinite systems of linear algebraic equations. Numerical calculations are performed.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Амбарцумян С. А., Дургарьян С. М.* Некоторые нестационарные температурные задачи для ортотропной пластинки. Изв. АН СССР, ОТН, «Механика и машиностроение», 1962, 3.
2. *Калоеров С. А., Космодамианский А. С.* Действие сосредоточенной силы в анизотропной полуплоскости с эллиптическим отверстием. «Прикладная механика», 1969, т. V, вып. 11.
3. *Калоеров С. А., Космодамианский А. С.* Представление комплексных потенциалов в задачах термоупругости многосвязных анизотропных пластин. Сб. «Теоретическая и прикладная механика», вып. 8. Киев—Донецк, «Вища школа», Головное издательство, 1977.
4. *Лехницкий С. Г.* Анизотропные пластинки. М., Гостехиздат, 1957.
5. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., «Наука», 1966.
6. *Прусов И. А.* Некоторые задачи термоупругости. Минск, изд. БГУ, 1972.
7. *Уздалев А. И.* Некоторые задачи термоупругости анизотропного тела. Саратов, изд. СГУ, 1967.