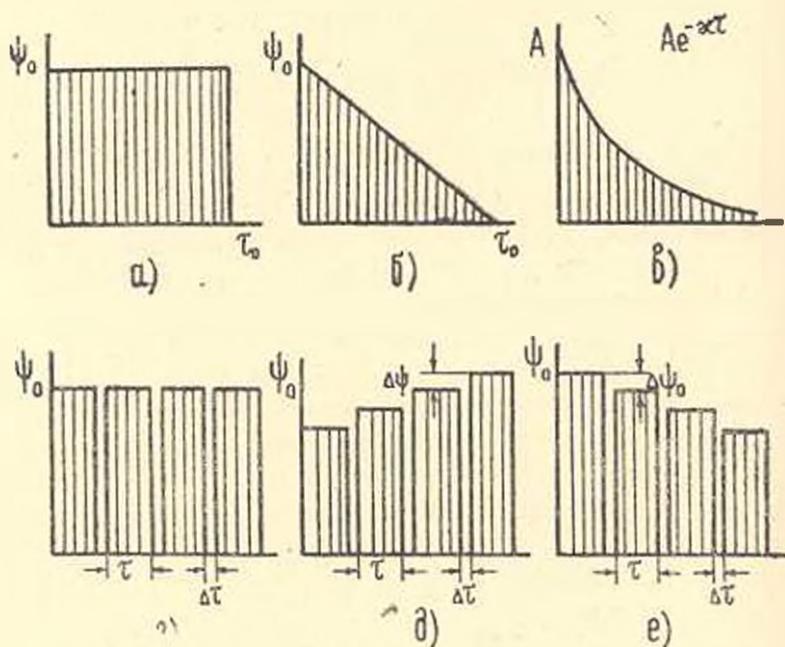


Е. А. ВОЛЬМИР

### ИССЛЕДОВАНИЕ ИМПУЛЬСИВНОГО НАГРУЖЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ

В предыдущей работе А. С. Вольмира и автора [2] было изучено упруго-пластическое поведение пластинок и пологих оболочек при импульсивном нагружении. Там же приведен перечень других трудов в области, относящейся к выпучиванию тонкостенных конструкций при динамических воздействиях. Однако, в [2] исследовались лишь две формы импульса. В настоящей статье с помощью зависимостей, полученных в [2], изучается ряд воздействий иного типа: ступенчатый импульс, экспоненциальный, треугольный, прерывистый ступенчатый с постоянной, а также увеличивающейся и уменьшающейся амплитудами нагрузки при различной скважности (фиг. 1).



Фиг. 1.

Рассматривается прямоугольная в плане пологая шарнирно опертая по всем краям панель, подвергающаяся динамически приложенному сжатию вдоль образующей. Используется теория малых упруго-пластических деформаций: при этом не учитывается эффект разгрузки и предполагается,

что пластические свойства материала проявляются лишь в направлении основного напряжения в срединной поверхности. Допускается, что секущий и касательный модули являются функциями средней интенсивности напряжений в срединной поверхности. Время действия нагрузки считается большим, чем время прохождения возмущений по длине панели, поэтому в исходных геометрически и физически нелинейных уравнениях учитывается лишь инерционный член, соответствующий нормальному прогибу панели. С помощью метода Бубнова—Галеркина в форме Папковича задача сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения

$$\begin{aligned} \frac{d^2\zeta}{d\tau^2} = & \left(\frac{m}{\lambda}\right)^2 \psi(\tau) \zeta - (\zeta - \zeta_0) \left\{ \frac{1}{16} \varphi_c (1 + 3\lambda_0) \left(\frac{m}{\lambda}\right)^4 + \right. \\ & + \frac{1}{2} \varphi_c \frac{m^2 n^2}{\lambda^2} + \frac{1}{4} \varphi_c n^4 + \frac{3}{16} (1 - \mu^2) \varphi_k \left[ \left(\frac{m}{\lambda}\right)^4 + \frac{4n^4}{3\lambda_0 + 1} \right] \zeta (\zeta + \zeta_0) + \\ & + 3(1 - \mu^2) \varphi_c \frac{1}{\pi^4} \frac{m^2 k^2}{m^2 \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4\lambda_0}\right) + \lambda^2 n^2 \left(3 - \frac{1}{\lambda_0}\right) + \frac{\lambda^4 n^4}{m^2 \lambda_0}} \left. \right\} + \quad (1.1) \\ & + \alpha \frac{1 - \mu^2}{\pi^4} (\zeta - \zeta_0) \left\{ 8\varphi_k \frac{1}{3\lambda_0 + 1} \frac{nk}{m} (\zeta + \zeta_0) + \right. \\ & + 32\zeta \varphi_c \frac{kmn}{m^2 \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4\lambda_0}\right) + \lambda^2 n^2 \left(3 - \frac{1}{\lambda_0}\right) + \frac{\lambda^4 n^4}{m^2 \lambda_0}} \left. \right\} \end{aligned}$$

Здесь через  $\zeta$  и  $\zeta_0$  обозначены полный и начальный прогибы, отнесенные к толщине панели  $h$ ,  $\lambda = a/b$  — отношение длины панели  $a$  к ширине  $b$ , измеренной по дуге,  $k = b^2/Rh$  — параметр кривизны, где  $R$  — радиус кривизны срединной поверхности;  $m$  и  $n$  — числа полуволн вдоль образующей  $a$  и по дуге  $b$ ;  $\lambda_0$  — отношение касательного модуля к секущему. Введены безразмерные параметры времени

$$\tau = t \sqrt{\frac{\pi^4 Egh^2}{3(1 - \mu^2) \gamma b^4}} \quad (1.2)$$

и нагрузки

$$\psi(\tau) = p \left(\frac{1}{\delta}\right)^3 \frac{3(1 - \mu^2)}{\pi^2 E} \quad (1.3)$$

где  $\delta = h/b$ .

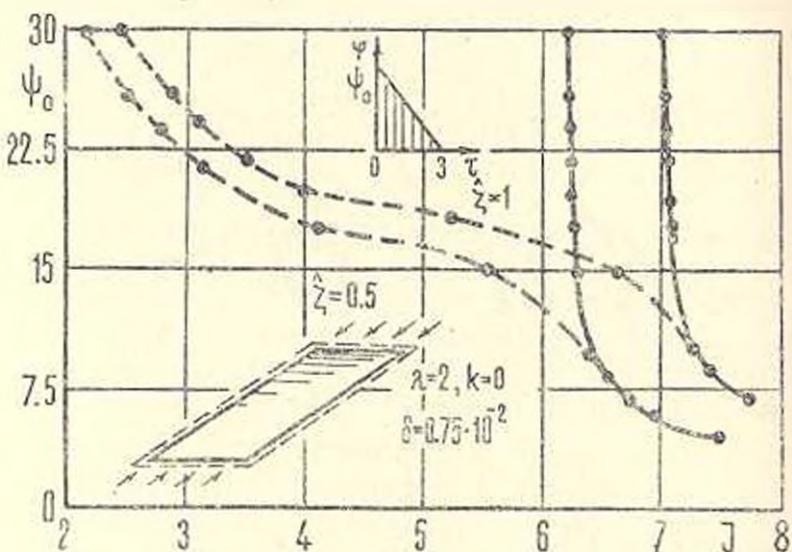
Решение уравнения (1.1) при начальных условиях

$$\begin{aligned} \zeta = \zeta_0 \quad \text{при } \tau = 0 \\ \frac{\partial \zeta}{\partial \tau} = 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

проводилось на ЭВМ БЭСМ-6 с применением метода Рунге—Кутты. Расчетные параметры, характеризующие пластические свойства материала, брались из диаграммы сжатия для дюралюминия Д16Т.

Находились зависимости стрелы прогиба от времени  $\zeta(\tau)$ , причем, подобно предыдущим исследованиям, варьировались числа полуволн по образующей  $m$  и вдоль дуги  $n$ . Предполагалось, что реализуется та форма полнообразования, которой отвечает кривая, лежащая ближе всего к оси ординат  $\zeta$ . Во всех рассмотренных примерах по ширине образовывалась одна полуволна  $n = 1$ . В некоторых случаях происходила перестройка волнообразования с уменьшением «критического» числа полуволн  $m$  вдоль образующей по времени.

По графикам  $\zeta - \tau$  определялся момент, в который прогиб при том или ином параметре нагрузки достигал значения, равного, например, толщине панели или половине толщины — конкретные вычисления могут быть проведены для любого интересующего нас уровня прогиба. Затем вычислялся импульс  $J = \int \sigma dt$ , полученный конструкцией к этому моменту. В результате были выявлены зависимости, подобные представленным на фиг. 2.



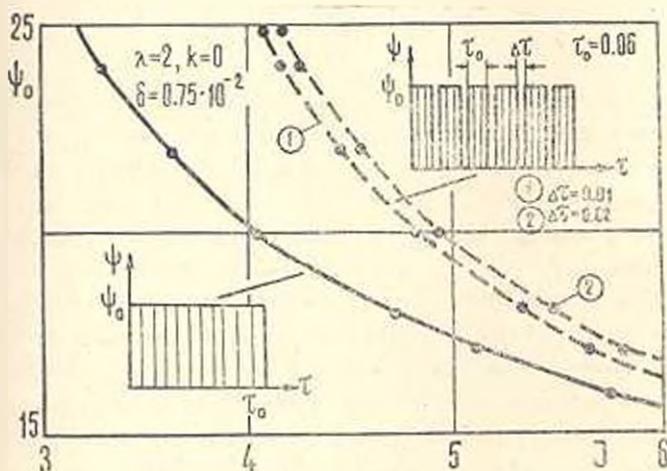
Фиг. 2.

В данном случае нагрузка считалась изменяющейся по треугольному закону (фиг. 16). Вычисления проводились для удлиненной пластинки ( $\lambda = 2$ ) с отношением толщины к ширине  $\delta = 0.75 \cdot 10^{-2}$ . Здесь сплошными линиями изображены кривые, полученные в предположении о применимости закона Гука, штриховыми — из решения уравнения (1.1). Для  $\psi_0 \leq 10$  оба решения совпадают — напряжения в материале не превосходят предела пропорциональности. Кривые 1 отвечают предельному прогибу, равному толщине панели, кривые 2 — прогибу, равному половине толщины. Здесь, так

же, как и для других видов нагружения (ступенчатого, экспоненциального), обсуждавшихся в работе [2], величина импульса для конструкции, деформирующейся в упруго-пластической области, резко снижается по сравнению со случаем идеально упругого материала.

Из рассмотрения графиков, отражающих зависимость между параметром единичной нагрузки и импульсом, необходимым для достижения того или иного значения прогиба, можно заключить, что учет упруго-пластических свойств материала существенным образом сказывается на характере таких зависимостей. Применение модели упругого материала приводит к завышенным значениям импульсов и поэтому не может быть использовано при определении расчетных нагрузок. Характер же формы прикладываемого импульса не вносит значительных изменений в картину этих зависимостей. Скорее можно отметить, что существенной оказывается лишь величина амплитуды приложенной нагрузки независимо от того, остается ли она постоянной, как в случае ступенчатого, или уменьшающейся, как в случае треугольного или экспоненциального закона изменения нагрузки.

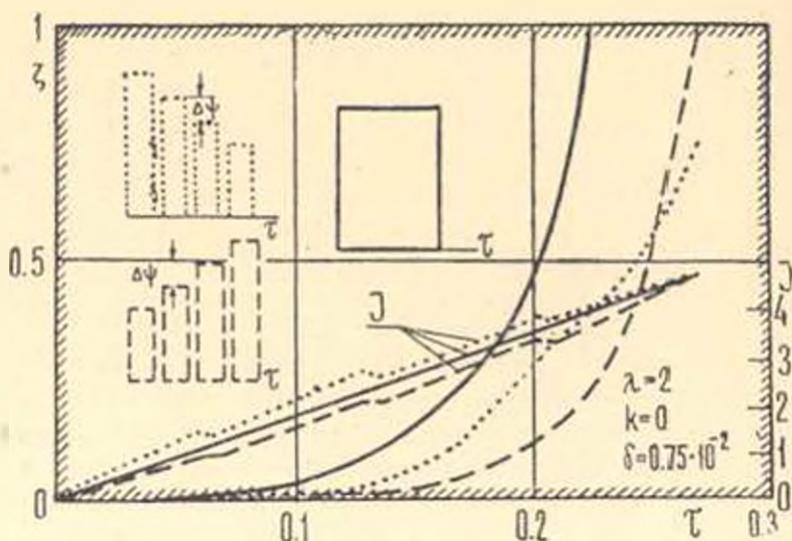
До сих пор обсуждались лишь единичные импульсы. На практике имеют место случаи, когда конструкция воспринимает прерывистый импульс, причем он может иметь как постоянную, так и изменяющуюся амплитуду.



Фиг. 3.

На фиг. 3 изображены кривые «амплитуда нагрузки — импульс» для удлиненной пластинки с отношением сторон, равным 2, в упруго-пластической области, причем сплошная кривая относится к непрерывно воздействующей нагрузке, а штриховые — к нагрузке прерывистого типа той же амплитуды. Все кривые отвечают предельному прогибу, равному толщине пластинки. Из рассмотрения этих зависимостей можно заключить, что непрерывно воздействующая нагрузка представляет большую опасность для конструкции. Об этом же свидетельствуют данные экспериментов, приведенные в [1]. Время, в течение которого действует сигнал, для обеих штриховых кривых одинаково: оно составляет по (1.2) 0.06, а время разрыва

между отдельными импульсами для кривой 1 составляет 0.01, а для кривой 2 — 0.02. Таким образом, можно сделать вывод о том, что с увеличением скважности конструкция способна воспринять больший импульс.



Фиг. 4.

На фиг. 4 приведены данные, относящиеся к удлиненной пластинке, подвергающейся действию волн нарастающей интенсивности (они изображены штриховыми линиями), а также волн, следующих друг за другом в обратном порядке (пунктир). Время действия отдельного импульса составляет 0.06, время между отдельными импульсами — 0.01. Параметр нагрузки по (1.3) изменяется от 17 до 23 с интервалом, равным 2. Таким образом, каждое из воздействий само по себе заведомо не является опасным. Две ломаные внизу отражают закон изменения импульса от времени для обоих случаев нагружения. Максимальное значение его составляет 4.8. Кривые характеризуют изменение прогиба пластинки во времени. Из рассмотрения этих зависимостей можно заключить, что для достижения одного и того же значения прогиба (в данном случае равного 0.55 толщины пластинки) в случае увеличивающейся нагрузки необходим импульс меньший, чем в случае уменьшающейся. Этот вывод подтверждается экспериментальными данными, приведенными в монографии [1]. В [1] изображены кривые, с качественной стороны совпадающие с представленными здесь. Из этой же фигуры сплошными линиями отражены результаты, относящиеся к непрерывно действующему ступенчатому импульсу средней по отношению к предыдущим амплитуды. Можно отметить, что время, необходимое для достижения того же уровня прогиба (0.55 от толщины) и импульс, воспринимаемый к этому моменту конструкцией, здесь меньше, чем для прерывистого характера изменения нагрузки.

Ե. Ա. ՎՈԼՄԻՐ

ԻՒԱՆԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻ ԻՄՊՈՒԼՍՈՎ ԲԵԻՆԱՎՈՐՄԱՆ  
ՈՒՍՈՒՐԸ ԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՊԼԱՍՏԻԿԱԿԱՆ  
ԿԵՆՏՐՈՒԿԱՑԻՄԱՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՌՈՒՄՈՎ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Զիտարկվում է փոքր թեքությունից պլանում ուղղանկյունաձև կլոր զլանային պանելի վարքը այն ենթադրությամբ, որ նա ենթարկվում է մեխիկերկայնքով դիսանիզական սեղմման կյուրի պլաստիկական հասկությունների հաշվառումով: Որոշվում է իմպուլսի ձևի ազդեցությունը կառուցվածքի ուսուցիկացման ընթացքի վրա:

THE INVESTIGATION OF THE IMPULSE LOADING OF  
ELASTIC-PLASTIC CYLINDRICAL SHELLS

E. A. VOLMIR

## S u m m a r y

The influence of the mode of impulse compression loading upon the behaviour of rectangular in plane circular cylindrical shallow panel is considered. The elastic-plastic deformations developed during the finite deflections of the panel are taken into account.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Вольмир А. С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи аэроупругости. М., «Наука», 1976.
2. Вольмир А. С., Вольмир Е. А. Упруго-пластическое поведение пластинок и плоских оболочек при импульсивном нагружении. Изв. АН Арм ССР, сер. техн. н., 1975, т. XXIII, № 5.