А. А. ЛБГАРЯН

О СЛУЧАЙНЫХ КОЛЕБАНИЯХ КОСМИЧЕСКОГО
ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В СВЕТОВОМ ПОТОКЕ

Проблема управления угловым положением космического летательного аппарата (КЛА) приобретает все большую важность для заатмосферных научных исследований [1]. Одним из путей решения этой проблемы является использование солнечного светового давления [2]. В этом случае управляющие вращательные моменты формируются в результате взаимодействия солнечного света со специальными черно-белыми покрытиями, нанесенными на поверхность КЛА, плоскими или коническими рулями и т. п. [3]—[5]. Применение светового моментного привода для прецизионной ориентации и стабилизации КЛА открывает широкие возможности для проведения фундаментальных научных экспериментов и космическом пространстве. Так, например, в работе [6] обсуждается принцип организации систематического наблюдения эйнштейновского эффекта отклонения света гравитационным полем [7] со спутника Земли, постоянно ориентированного на Солнце, с помощью солнечного светового давления. Действительно, для спутника, выведенного на орбиту высотой более 1000 км, основным из астро- и геофизических факторов, создающих вращательные моменты, влияющие на его угловое положение, является солнечное световое давление [3]. При этом возмущающими вращательными моментами, возникающими за счет гравитационного градиента, аэродинамических эффектов, магнитного поля и т. п. в первом приближении можно пренебречь и считать, что продолжительно не заходящий в тень Земли аппарат и размещенные на нем приборы постоянно ориентированы на Солнце. Однако, современный научный эксперимент предъявляет высокие требования к точности поддержания ориентации приборов и КЛА: $0.01''$ и менее [8]. Поэтому учет возмущающего действия внутренних и внешних моментов, приводящих к постепенному накоплению отклонений, является существенным и представляет собой достаточно сложную задачу. Ее сложность определяется, в частности, и тем, что всякий реальный КЛА представляет собой сложный комплекс смещающихся друг относительно друга в процессе функционирования деталей и узлов, что приводит к возникновению случайным образом распределенных возмущающих внутренних моментов. Подобным же образом создают внутренние возмущения и перемещения экипажа внутри КЛА. С целью их учета и описания создаваемых ими эффектов в работе [9] использован статистический подход, заключающийся в следующем. Уравнения движения КЛА линеаризуются и определение аддитивного воздействия многих малых дискретных возмущений производится путем представления процесса в виде марковского случайного блуждания. Такой подход позволил применить к описанию поведения массивного КЛА с развитыми главными значения-

ми тензора энергии уравнение диффузии, то есть Эйнштейна—Фоккера—Планка—Колмогорова (ЭФПК) для функции плотности вероятности углового смещения. Таким образом, описание поведения КЛА, выполняющего научно-исследовательские функции, приближается к описанию работы прецизионных приборов, для которых необходим статистический учет внутренних и внешних шумов. Отметим также, что характерной чертой поведения измерительных приборов является «дрейф нуля», то есть смещение его нуля-punkта в результате постепенного накопления элементами прибора различных изменений [10]. Подобный подход представляется целесообразным распространить и на описание поведения КЛА со световым моментным приводом, захваченного в прецизионно стабилизированный режим ориентации на Солнце.

Теоретическое рассмотрение задач, возникавших при описании движения вокруг центра масс твердого тела, испытывающего влияние светового потока, велось, как правило, в идеализированной постановке, изменением со временем оптических свойств управляющих поверхностей пренебрегалось. Однако, под влиянием таких факторов космического пространства, как высокий вакуум, интенсивное излучение и т. п., оптические характеристики покрытий должны изменяться [11]. Поэтому будет изменяться и степень взаимодействия КЛА со световым потоком. В этой связи ниже рассматривается задача о малых крутильных колебаниях КЛА, ориентированного солнечным световым потоком, с изменяющимися во времени оптическими характеристиками.

Пусть аппарат представляет собой черно-белый цилиндр. Черное покрытие нанесено так, что его границы проходят по продольным образующим выше границы симметрии поверхности на малые конечные углы α , отсчитываемые от нее в плоскости круголого поперечного сечения. Нанесенное таким образом покрытие с большой степенью точности обеспечивает линейность угловой зависимости управляющего прещательного момента, ориентирующего цилиндр светлой стороной на Солнце (симметричное покрытие привело бы к квадратичной зависимости) [12]. В соответствии со сказанным выше примем, что черно-белое покрытие не идеально и характеризуется постепенно изменяющимися коэффициентами поглощения $R_1(\varphi)$ в более светлой части покрытия и $R_2(\varphi)$ в его более темной части. Расчеты дают следующее выражение для возвращающего момента при малых углах φ отклонения от направления на Солнце:

$$M \sim -2P_0 abh (R_2 - R_1) \left(\varphi - \frac{2}{3} \varphi^3 \right) \quad (1)$$

где P_0 — давление света на идеально поглощающую поверхность, b и h — радиус и длина цилиндра.

При составлении уравнения для малых крутильных колебаний КЛА вокруг оси крена воспользуемся рассмотренным выше статистическим подходом, учитывая, что на аппарат действуют внутренние возмущения стохастического характера и внешние, создаваемые аэродинамическими эффектами, магнитными полями, гравитационным градиентом, ударами микро-

метеоритов и т. п. Поскольку все эти возмущения независимы друг от друга, можно предположить, что их результирующая может быть представлена как случайная функция и ее высокочастотная составляющая на определенном интервале времени эквивалента стационарному стохастическому процессу. Введение интенсивного нелинейного демпфирования в систему, обладающую положением устойчивого равновесия, создаваемого возвращающим моментом светового привода, способствует ограничению последствий возмущений и применимости аппарата уравнений ЭФПК к описанию поведения системы.

Положим для упрощения рассмотрения задачи, что случайное воздействие не создает параметрических эффектов и носит характер случайного вращательного момента $\mu \tilde{\xi}(t)$, где μ — коэффициент, характеризующий уровень случайных возмущений. Уравнение малых колебаний, что позволяет пренебречь гироскопическими связями между осями аппарата, имеет вид:

$$\ddot{\psi} + 2\delta(1 + \gamma\dot{\psi}^2)\dot{\psi} + \omega_0^2(t)\psi = \frac{2}{3}\omega_0^2(t)\psi^3 + \mu\tilde{\xi}(t) \quad (2)$$

где $\omega_0^2(t) = \frac{2P_0 abh}{I} [R_2(t) - R_1(t)]$, I — компонента тензора инерции, δ и γ — параметры, определяющие закон демпфирования колебаний. Таким образом, КЛА в световом потоке эквивалентен нелинейному осциллятору, возбуждаемому случайной силой [13].

После замены переменных вида

$$\psi = \frac{a(t)}{|\omega} \cos \varphi, \quad \dot{\psi} = -a(t)|\omega \sin \varphi, \quad \dot{\varphi} = \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \theta(t) \quad (3)$$

с помощью асимптотического метода Крылова—Боголюбова [14] и процедуры усреднения случайных функций, разработанной Стратоновичем [15], получаются следующие эквивалентные исходному уравнению (2) дифференциальные уравнения ЭФПК для функции распределения вероятности амплитудного фактора $P(a)$ и фазы $W(\theta)$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial a} \left\{ \left[m_1 - \delta a - \frac{\gamma_1^2 a^3}{4\omega} \right] P \right\} = \frac{1}{2} \sigma_1^2 \frac{\partial^2 P}{\partial a^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \left[\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\omega} - \frac{\omega_0^2 a^2}{4\omega} \right] W \right\} = \frac{1}{2} \sigma_2^2 \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \quad (5)$$

где

$$\sigma_1^2 = \frac{\mu^2 \chi(\omega)}{2\omega}, \quad m_1 = \frac{\gamma_1^2}{2a}, \quad \sigma_2^2 = \frac{\mu^2 \chi(\omega)}{2a\omega}$$

$\chi(\omega)$ — спектральная плотность шумов на частоте ω .

Поскольку параметр $\omega_0(t)$ медленно изменяется со временем, с высокой степенью точности справедливо квазистатическое или адиабатическое приближение, при котором $\frac{\partial P}{\partial t} \approx 0$.

В указанном адиабатическом приближении имеем

$$P(a, t) = \sqrt{\frac{\delta\gamma}{2\sigma_1^2\pi^0}} a e^{\left[-\frac{\lambda a^2}{\sigma_1^2} - \frac{\delta\gamma a^4}{8\sigma_1^2\omega} - \frac{2\delta\omega}{\sigma_1^2} \right]} \left[\Phi\left(\frac{2}{\sigma_1} \sqrt{\frac{\delta\omega}{\gamma}}\right) \right]^{-1}$$

где

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

Приближенное решение уравнения (5) для диффузионного расплывания фазы получается в виде

$$W(\theta, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2 t}} e^{-\frac{[\theta - \int_0^t \delta\gamma \omega(t) dt]^2}{2\sigma_1^2 t}}$$

где

$$B = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\omega} = \frac{\omega_0^2 a^2}{4\omega^2}$$

Полученные результаты позволяют определить величину наибольшего попятного отклонения КЛА от направления на Солнце

$$\theta_{\text{п.к.}} = \left| \frac{2}{\gamma} + \sqrt{\frac{4}{\gamma^2} + \frac{2\sigma_1^2}{\delta\gamma\omega(t)}} \right|^{1/2}$$

Как видно из (8), это отклонение зависит от уровня возмущающих воздействий, убывает с увеличением параметров демпфирования и медленно увеличивается со временем, что свидетельствует о постепенном ухудшении качества светового моментного привода.

Считаю приятным долгом выразить свою благодарность М. М. Клеву за постановку рассмотренного вопроса.

Ա. Ա. ԱՐԿԱՐԻԱՆ

ԼՈՒՅՍԱՐ ԷՆՍՔՐՈՒՄ ԴՏՆՎՈՂ ՏՆԵՋԵՐԱԿԱՆ ԹՈՉՈՂ ՈԱՐՔԻ ՊԱՏԱՆԱԿԱՆ
ՏԱՏԱՆՈՒՄԻՆԻՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ս ո ս

Էտղվածոմ ալփսմ է տիեղերական թոչող սարքի փոքր միտարաղաղրի տա-
տանտանների փիճակաղրական ձևարալրոսփյունը, նկատի տանենալով ինչպես
մի շարք անխոսափելի պատահական աղղեցությունները, այնպես էլ արևի
ճառագայթումից առաղաղող մոմենտը:

ON ACCIDENTAL VIBRATION OF THE SPACECRAFT
IN THE STREAM OF LIGHT

A. A. ARKARIAN

S u m m a r y

A statistic description is presented of small monocomponent vi-
bration of the spacecraft radiationally stabilized, under the effect of
accidental disturbance, with monotonically changing parameters of the
light moment drive.

Լ Ի Ե Ր Ա Տ Ր Ա Ր Ա

1. Գուրադյան Դ. Ա. Некоторые вопросы астрономической ориентации и прецизионной стабилизации астрономической аппаратуры на космических кораблях. Тезисы доклада, VI симпозиум ИФАК, управление в пространстве, Цаххадзор, август 1974 г.
2. Цандер Ф. А. Проблема полета при помощи реактивных аппаратов. Межпланетные полеты. М., Оборонгиз, 1961.
3. Алексеев К. Б., Бабенин Г. Р. Управление космическими двигательными аппаратами М., «Машиностроение», 1974.
4. Галицкая Э. Б., Киселев М. И. О радиационной ориентации космических аппаратов. Космические исследования, 1965, III, 3, 391.
5. Джуманалиев Н. А., Киселев М. И., Кресчгайков О. В. О солнечном руле. Космические исследования, 1971, IX, 4, 610.
6. Киселев М. И., Крайнов В. Е. О возможности повышения метрологического уровня изучения эффекта Эйнштейна. Научные труды ВНИИВФТРИ. Проблемы физической оптики и метрологии, стр. 38. М., 1975.
7. Эйнштейн А. Сущность теории относительности. М., ИЛ, 1955.
8. Proise M. AIAA-Paper, 1972, 853, 11 pp.
9. Дэвидсон И. Р., Армстронг Р. А. Влияние движений «кичажа» на ориентацию космического корабля. Ракетная техника и космонавтика, 1971, IX, № 2, 33.
10. Абарян А. А., Киселев М. И. Статистическое описание эволюции режима работы частотного преобразователя. Измерительная техника, 1975, № 7, 21.
11. Naumann R. I. Skylab induced environment. AIAA Paper, 1974, No. 1225.
12. Джуманалиев Н. А., Киселев М. И. О малых колебаниях черно-белых тел, стабилизированных световым потоком. Космические исследования, 1967, V, 4, 636.

13. Киселев М. Н., Руденко В. Н. Параметрическая неустойчивость космических тел в световом потоке. Научные труды ВНИИФТРИ. Проблемы гравитационных измерений, стр. 36, М., 1974.
14. Бозолобов Н. Н., Михропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., Наука, 1974.
15. Стратонович Р. А. Радиотехника и электроника, 1958, вып. 3, № 4.