

Г. П. ЧЕРЕПАНОВ, В. М. СМОЛЬСКИЙ, А. Г. ТАГИ-ЗАДЕ

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ НЕКОТОРЫХ ИНЖЕНЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В данной статье излагается подход, позволяющий оптимально проектировать некоторые клеевые соединения на основе принципа равнопрочности. Анализируется прямая задача о плоском напряженном состоянии многослойной клееной панели с непроскальзывающими слоями и со сквозными трещинами. Выделяются безаварийный и аварийный режимы работы панели, приводящие к сходным математическим проблемам итерационного программирования. Для решения этих проблем используется гибкая процедура перебора с правилом Балаша, реализуемая на компьютере. Рассмотрение годится также для многослойных безмоментных оболочек.

1. Принцип равнопрочности

При оценке работоспособности конструкции весьма полезен эвристический принцип равнопрочности. Прежде чем сформулировать этот принцип, остановимся на допущениях, определяющих область его применения.

А. Конструкция сделана из достаточно надежного материала, то есть не содержит опасных трещиноподобных дефектов металлургического происхождения, не обнаруженных методами неразрушающего контроля.

Б. Конструкция работает в условиях, исключающих опасное развитие в ней эксплуатационных трещин за требуемый промежуток времени. К эксплуатационным относятся усталостные, коррозионные, водорододиффузионные и др. трещины.

Эти допущения позволяют считать конструкцию «бездефектной» и для определения условия локального разрушения пользоваться феноменологическими теориями, в которых отсутствуют структурные параметры, характеризующие структурные несовершенства материала (размер трещины, величину зерен или пор и т. д.). Существенным недостатком теорий прочности является то, что в случае сложного напряженного состояния локальное разрушение часто не приводит к разрушению всей конструкции. Фактически, в опасной точке появляется либо пластическая зона, либо образуется трещина, которая развивается с увеличением нагрузок. Поэтому теории прочности дают неудовлетворительные результаты в местах надрезов, выточек и др. концентраторов напряжений. Примем следующее допущение.

С. Локальное разрушение приводит к разрушению или потере работоспособности конструкции в целом.

Тем самым, пренебрегается устойчивым развитием пластических эли и трещин от момента их возникновения до потери несущей способности всей конструкции. Очевидно, это допущение идет в запас прочности.

Конструкцию, удовлетворяющую допущениям A, B, C , будем называть равнопрочной, если она спроектирована так, что разрушение начинается в ней одновременно во всех точках конструкции (или же, если последнее невозможно, в максимально большой части конструкции).

Очевидно, что в такой конструкции материал «работает» наиболее равномерно и экстремум, получаемый на основании принципа равнопрочности, вообще говоря, будет локальным в силу зависимости от исходной геометрии конструкции. Поэтому необходимо стремиться к его использованию в проектировании на как можно более ранней стадии и в наиболее общих геометрических формах.

2. Плоско-напряженное состояние многослойных клееных панелей

Пусть панель представляет собой пластину постоянной толщины h , составленную из k различных упругих слоев толщины $h_i (i=1, 2, \dots, k)$, склеенных друг с другом. Будем считать, что панель симметрична относительно срединной плоскости (включая внешние нагрузки и геометрию панели). Введем допущение: средние смещения u, v и средние деформации $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ всех слоев одинаковы в соответствующих точках, расположенных на одной и той же нормали к срединной плоскости (x, y — прямоугольные координаты в этой плоскости). Это допущение справедливо в том случае, когда взаимное проскальзывание слоев невозможно, а величина h гораздо меньше размеров пластины в плане.

Предположим также: коэффициенты Пуассона всех слоев одинаковы. Напомним, что для большинства металлов они близки по величине.

В указанных предположениях для смещений u, v и суммарных усилий A_x, A_y, A_{xy} получаются обычные уравнения теории плосконапряженного состояния для пластины толщины h и материала с упругими постоянными

ν и E , где $E = \sum_{i=1}^k E_i h_i / h$.

Напряжения в i -ом слое определяются через средние напряжения формулами

$$\sigma_x^{(i)} = \sigma_y \frac{E_i}{E}, \quad \sigma_y^{(i)} = \sigma_x \frac{E_i}{E}, \quad \tau_{xy}^{(i)} = \tau_{xy} \frac{E_i}{E} \quad (2.1)$$

и поэтому для сквозных трещин нормального разрыва коэффициент интенсивности напряжений в i -ом слое равен

$$K_I^{(i)} = K_I \frac{E_i}{E} \quad \left(K_I = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^k h_i K_I^{(i)} \right) \quad (2.2)$$

Величина K_I вычислена в зависимости от геометрии и внешних нагрузок в весьма многих случаях; наиболее полная сводка этих результатов имеется в книгах [1—3].

Можно показать также, что формулы (2.1), (2.2) справедливы, когда многослойная панель образует произвольную криволинейную оболочку, на-

ходящуюся в безмоментном состоянии (x, y — декартовы координаты в касательной плоскости к срединной поверхности оболочки в рассматриваемой точке).

3. Некоторые задачи оптимального проектирования

Определим прочность растягиваемой многослойной панели. Будем различать два основных режима ее работы: безаварийный, когда панель можно считать бездефектной и нужно применять обычную теорию прочности; аварийный, когда панель имеет сквозной дефект (например, усталостную трещину, брешь от метеорита или сваряда и т. п.). Сквозной дефект можно моделировать разрезом-трещиной даже в тех случаях, когда его фактическая форма довольно далека от математического разреза [1]. В зависимости от назначения конструкции тот или другой режим будет определяющим при оптимальном проектировании.

Безаварийный режим.

Пусть сплошная плоская панель растягивается напряжением σ .

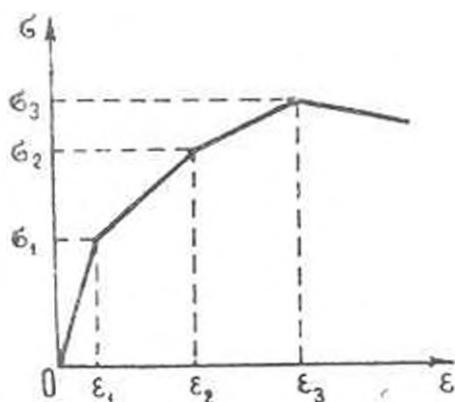
Примем следующее допущение: каждый слой работает на разрушение также, как если бы его боковые поверхности были свободны от напряжений. Это допущение справедливо [4], когда клей, соединяющий слои, сравнительно слабо сопротивляется скалывающим напряжениям, так что при разрушении одного из слоев в соседних неразрушенных слоях можно пренебречь концентрацией напряжений на продолжении разрыва вследствие образования трещины вдоль клея.

В указанном допущении диаграмма σ — ε для многослойной панели будет кусочно-линейной (фиг. 1), если можно пренебречь пластичностью. Угловые точки на диаграмме соответствуют последовательному разрушению слоев. Величины $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ суть предельные деформации отдельных слоев в момент разрушения, переименованных в порядке убывания их жесткости. Условие равнопрочности выполняется, если $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \dots = \varepsilon_n$. Однако, в большинстве случаев наибольшей удельной прочности σ/ε можно добиться на неравнопрочных панелях.

Найдем последовательно напряжения $\sigma_1, \sigma_2, \dots$ на диаграмме σ — ε (фиг. 1)

$$\sigma_1 = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n h_i \sigma^{(1)}(\varepsilon_1), \quad \sigma_2 = \frac{1}{h} \sum_{i=2}^n h_i \sigma^{(1)}(\varepsilon_2), \dots \quad (3.1)$$

Пусть наибольшее напряжение σ_{1n} , выдерживаемое панелью, достигается при разрыве n -го слоя, то есть



Фиг. 1. Диаграмма σ — ε многослойной пластины.

$$\varepsilon_k = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^k h_i \sigma^{(i)}(z_m) \quad (3.2)$$

Отсюда удельная прочность равна

$$\frac{\sigma_k}{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^k h_i \sigma^{(i)}(z_m)}{\sum_{i=1}^k h_i \rho_i} \quad \left(\gamma = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^k h_i \rho_i \right) \quad (3.3)$$

где ρ_i — плотность материала i -го слоя.

В случае линейно-упругого поведения всех слоев будет

$$\frac{\sigma_k}{\gamma} = z_m \frac{\sum_{i=1}^k h_i E_i}{\sum_{i=1}^k h_i \rho_i} \quad (3.4)$$

Поставим следующую задачу проектирования оптимальной панели. Пусть имеется n заготовок-листов, каждая из которых характеризуется величинами $\rho_i, h_i, \rho_i, \sigma^{(i)}(z_m)$ ($i = 1, 2, \dots, n$), и задана матрица взаимного склеивания

$$e_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если лист } i \text{ склеивается с листом } j, \\ 0, & \text{если склеивание листов } i \text{ и } j \text{ невозможно.} \end{cases} \quad (3.5)$$

(Склеивание может оказаться невозможным по экономическим соображениям).

Введем n бинарных независимых переменных x_i , которые характеризуют присутствие i -ой заготовки в панели.

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-ая заготовка имеется в панели,} \\ 0, & \text{если } i\text{-ой заготовки нет в панели.} \end{cases} \quad (3.6)$$

Требуется по переменным x_i и z_m максимизировать удельную прочность

$$\frac{\sum_{i=1}^n h_i \sigma^{(i)}(z_m) x_i}{\sum_{i=1}^n h_i \rho_i x_i} \quad (3.7)$$

при следующих ограничениях

$$\text{а) } \sum_{i=1}^n h_i \sigma^{(i)}(z_m) x_i \geq N_0, \quad \sum_{i=1}^n K \sigma^{(i)} h_i x_i \geq K_0 \quad (3.8)$$

$$\text{б) выполнено условие склеивания листов в панель.} \quad (3.9)$$

При выполнении (3.8) несущее усилие и вязкость разрушения панели будут не меньше некоторых величин, заданных из конструктивных соображений; условие (3.9) нет необходимости записывать аналитически.

Заметим, что к ограничениям (3.8), (3.9) могут быть добавлены другие условия; например, толщина панели может быть задана в допустимых границах.

Аварийный режим.

Пусть по каким-либо непредвиденным причинам в панели образовалась сквозная трещина: требуется так спроектировать панель, чтобы работоспособность конструкции с трещиной была максимальной. Развитие трещины в панели, подвергнутой некоторому растяжению, зависит от коэффициента интенсивности напряжений на краю трещины. Согласно условию хрупкого разрушения развитие трещины вначале произойдет в том месте, где впервые будет достигнуто равенство $K_I^{(i)} = K_{IC}^{(i)}$. Это продвижение фронта трещины вызовет перераспределение напряжений и дальнейшее поэтапное развитие фронта трещины проследить трудно. Однако предельный режим роста трещины, когда локальное разрушение на фронте трещины во всех слоях происходит одновременно

$$K_I = \frac{E}{E_i} K_{IC}^{(i)} \quad (3.10)$$

отвечает условию равнопрочности, так как каждый из слоев предельно сопротивляется разрушению на фронте трещины.

Стационарному распространению трещины отвечает напряжение

$$\sigma = \lambda \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi l}} \quad (3.11)$$

где

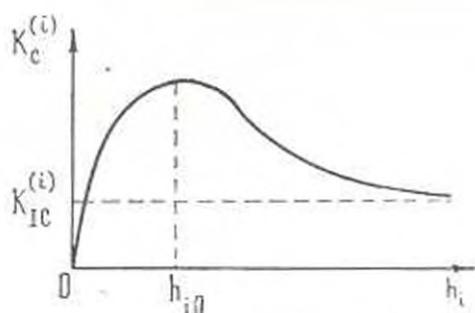
$$K_{IC} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n h_i K_{IC}^{(i)} \quad (3.12)$$

λ — некоторый безразмерный множитель, зависящий от формы панели и плане и расположения трещины, величина $K_{IC}^{(i)}$ характеризует предельное сопротивление i -ого слоя развитию трещины. Она зависит от толщины слоя h_i ; характерная зависимость $K_{IC}^{(i)}$ от h_i для металлов изображена на фиг. 2. Эта зависимость согласно допущению, сформулированному в начале анализа безаварийного режима работы, может быть определена в опытах на одном свободном слое.

Таким образом, если действующее в панели напряжение меньше σ , определяемого формулой (3.11), то образование щели длины $2l$ не приведет к мгновенному хрупкому разрушению. Удельная прочность панели со сквозной трещиной, σ/l , при одинаковой геометрии панели и трещины, согласно (3.11), (3.12) пропорциональна множителю

$$\frac{\sum_{i=1}^n h_i K_c^{(i)}}{\sum_{i=1}^n h_i \nu_i} \quad (3.13)$$

Поэтому при расчете и прогнозе аварийных ситуаций для обеспечения максимальной живучести конструкции естественно проектировать панель так, чтобы величина (3.13) была максимальной.



Фиг. 2. Зависимость вязкости разрушения листа от его толщины.

Таким образом, в случае n заготовок-листов заданной толщины приходим к следующей задаче оптимального проектирования: требуется максимизировать функцию

$$\frac{\sum_{i=1}^n h_i K_c^{(i)} x_i}{\sum_{i=1}^n h_i \nu_i x_i} \quad (3.14)$$

по переменным x_i при ограничениях (3.8)—(3.9).

Если толщина листов может быть любой, то есть завод-изготовитель заранее заказывает нужные ему листовые заготовки, то оптимальная толщина листов равна величине h_{i0} , соответствующей максимуму вязкости разрушения слоя (фиг. 2). Если по технологическим или экономическим соображениям этого достичь невозможно, то есть для всех заготовок $h_i \geq h_{i0}$, то оптимальная толщина листов отвечает минимальной величине h_i .

4. Реальные задачи оптимального проектирования

Получающиеся задачи дробно-линейного программирования решаются методами исследования операций. При малом числе заготовок задача легко решается полным перебором всех вариантов.

Нетрудно заметить, что из n заготовок без учета ограничений можно создать $\sum_{i=1}^n C_{i-1}^{n-1} \approx e^{n-1} \cdot 2$ различных панелей, поэтому уже при $n = 7$ ре-

шать задачу полным перебором нерационально. Для решения задачи применяется метод частичного перебора.

Кроме того, для выбранных листов панели проверка условия склеивания является достаточно сложной задачей. Поэтому для выбранного набора листов сначала проверяется выполнение (3.8), затем увеличение функции (3.7) или (3.14) и, наконец, как самое трудоемкое, выполнение условия (3.9).

Проверку ограничений (3.8) и увеличения функции (например, 3.14) лучше [5] проводить одновременно, то есть решать серию задач на линейные неравенства

$$\max_{x_i} \sum_{i=1}^n (q_i - Kc^{(i)}) h_i x_i < 0 \quad (4.1)$$

при ограничении (3.8). Эта задача решается гибкой процедурой перебора с правилом Балаша [6].

В процедуре перебора каждая переменная приобретает наименование: свободная, выбранная или помеченная. Свободные и помеченные переменные имеют значение 0, а выбранные равны единице.

Состояние поиска характеризуется списком и ранее определенным допустимым решением. Список содержит номера выбранных и помеченных переменных, причем помеченные переменные отличает знак минус перед номером: свободные переменные в список не вносятся. Например, список

$$\{2, 4, 6, -8, -7, 10, 11, 14, -3, -5, -1\} \quad (4.2)$$

определяет переменные $x_2 = x_4 = x_6 = x_{10} = x_{11} = x_{14} = 1$ как выбранные, $x_8 = x_7 = x_3 = x_5 = x_1 = 0$ как помеченные, $x_0 = x_{12} = x_{13} = 0$ как свободные переменные, тем самым, списком определяются значения всех переменных.

По значениям переменных можно составить величину невыполнения ограничений d . Так, для нашей задачи $d = \sum_{i=1}^3 d_i$, где

$$d_i = \begin{cases} s_i - 10^{-7}, & s_i < 0, \\ 0, & s_i > 0, \end{cases} \quad s_i = \sum_{j=1}^n (Kc^{(j)} - q_j) h_j x_j \quad (4.3)$$

соответствует ограничению (4.1) (малая постоянная 10^{-7} обеспечивает $d_i = 0$ при выполнении (4.1)), остальные d_i строятся аналогично, а именно, если (3.8) записать в виде $s_j > 0$ ($j = 2, 3$), то

$$d_j = \begin{cases} |s_j|, & s_j < 0 \\ 0, & s_j > 0 \end{cases} \quad j = 2, 3 \quad (4.3)$$

Допустимым решением считается набор значений переменных, для которых выполнены ограничения ($d = 0$). Цель процедуры — перебрать допустимые решения с большими значениями максимизируемой функции.

Для получения начального списка найдем допустимое решение вспомогательной задачи линейного программирования

$$\max \sum_{i=1}^n \frac{K_i^{(0)}}{c_i} x_i \quad (4.4)$$

при ограничениях (3.8). Искомое решение получается последовательным включением в панель заготовки с наибольшей удельной вязкостью разрушения, пока (3.8) не выполняются. Начальный список процедуры перебора составляется по полученному решению и состоит только из выбранных переменных; это же решение с критерием (3.14) является начальным допустимым решением.

Шаг процедуры состоит из анализа списка, его изменения и проверки допустимого решения, если оно встретится.

При анализе списка определяется возможность выполнения ограничений, если некоторым или всем свободным переменным придать значение 1. Так, если для нашей задачи и текущего списка не выполнено условие (4.1) ($d_i < 0$), то придав значение 1 тем свободным переменным, для которых $K_i^{(0)} - c_i \geq 0$, посчитаем снова d_i . Если $d_i < 0$, то выполнить ограничения, в частности, первое, свободными переменными нельзя. Аналогично осуществляется проверка других ограничений. Если ограничения можно выполнить свободными переменными, то определяется та из них, перевод которой в выбранные и внесенные в список сделает для нового списка максимальной величиной d . Если для нового списка $d = 0$, то он определяет допустимое решение: для этого решения вычисляется максимизируемая функция и сравнением с z определяется, фиксировать ли новое допустимое решение (и менять z) или нет. Так, например, если список (4.2) допускает выполнение ограничений и в выбранную переменную надо обратить x_{11} , то новый список будет

$$\{2, 4, 6, -8, -7, 10, 11, 14, -3, -5, -1, 12\}$$

Если ограничения выполнить свободными переменными нельзя или допустимое решение найдено, то определяется, есть ли в списке выбранные переменные. При отсутствии их поиск заканчивается. Если выбранные переменные в списке есть, то из последней группы (крайней справа) выбранных переменных переводится в помеченные та, которая для нового списка сделает максимальным d . Новая полученная переменная ставится в списке в конце (справа) группы выбранных переменных, к которой она принадлежала, все помеченные переменные справа от нее переименовываются в свободные (исключаются из списка). Так, если для списка (5.2) в помеченные надо перевести переменную x_{11} , то новый список будет $\{2, 4, 6, -8, -7, 10, 14, -11\}$.

Итак, на шаге процедуры, либо в список вносятся одна переменная и возможно допустимое решение, либо список не увеличивается и возможен конец поиска.

В процессе решения задачи каждое допустимое решение проверяется на «склеиваемость» следующим образом. Составим матрицу из тех элемен-

тов c_{ij} для номеров i и j которых $i = j - 1$. Полученную матрицу дополняем единичными строкой и столбцом и нулевым элементом по диагонали.

В этой матрице порядка $n_1 = \sum_{i=1}^n x_i + 1$ требуется отыскать n_1 элементов, равных единице, из которых можно составить замкнутый маршрут, то есть так упорядочить, чтобы номер столбца предыдущего элемента совпадал с номером строки последующего и номер столбца последнего элемента совпадал с номером строки первого.

Для решения этой задачи использован алгоритм ветвления, аналогичный [7]. Объектом ветвления является набор элементов исходной матрицы и матрица, корядок которой равен разности n_1 и числа элементов в наборе (сначала набор элементов объекта пуст).

Для объекта определяется возможность ветвления: если матрица содержит нулевую строку или столбец, то ветвление объекта заканчивается.

Для ветвления объекта определяются элементы ветвления и замыкания. Элемент ветвления $c_{ij} = 1$ является единственной единицей в строке i или столбце j , а если такого элемента в матрице нет, то для него сумма элементов в строке и столбце наименьшая. Элемент замыкания с некоторыми или всеми элементами набора и элементом ветвления составляет замкнутый маршрут.

Ветвление объекта A сводится к получению двух объектов. Один объект содержит тот же набор элементов, что и A , а маршрут его отличается лишь элементом ветвления c_{ij} , равным 0. Набор другого объекта содержит набор A и элемент c_{ij} . Матрица другого объекта получается из матрицы объекта A исключением строки i и столбца j и обращением в 0 элемента замыкания.

Алгоритм заключается в ветвлении объекта, набор которого содержит наибольшее число элементов. Если закончено ветвление всех объектов, то выбранные листы образуют панель не могут. Если матрица одного из объектов имеет вид $\|1\|$, то листы склеиваются в панель; порядок склеивания предписывается набором этого объекта.

Физический смысл алгоритма проверки (3.9) заключается в том, что к уже отображенным коммуникациям c_{ij} всегда добавляется такая, чтобы оставшиеся разрешенные коммуникации создавали как можно больше склеиваемых комбинаций.

3. Численный пример

На ЭЦВМ М-20 численно сконструированы 4 панели из 10 наборов заготовок из трех материалов (алюминиевые и титановые сплавы, характеристики заготовок даны в табл. 1). В каждом наборе имелось по 2 заготовки. Требовалось создать 2 панели с максимальной удельной вязкостью разрушения при ограничениях на их толщины $2 \text{ см} \leq h \leq 4 \text{ см}$ и $4 \text{ см} \leq h \leq 6 \text{ см}$ соответственно, возможность склеивания не проверялась. Аналогичный расчет приведен с проверкой условия склеивания (матрица склеивания помещена в табл. 3). Удельная вязкость разрушения оптимальных па-

Таблица 1

№ заготовки	Характеристики материалов											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Материал	Сталь ВКС-1	Алюминиевый сплав 1201			Титановый сплав BT14			Сталь ВА1Д	Алюминиевый сплав 7075-T6			
Состав в %	C 0.39, Cr 1.75 Si 1.08, Ni 0.6 Mn 0.83, V 0.07 Mo 0.53	Cu 5.8-6.8 Mn 0.3 Ti 0.02-0.1 Zr 0.1-0.25 V 0.05-0.15 Si 0.2 Fe 0.3 Mg 0.2			Al 3.5-5.5 Mo 2.5-3.8 V 0-1.5 Zr 0.01-0.1			C 0.3 Mn 0.9 Ni 1 W 1.07 Si 0.9 Cr 0.5 Mo 0.5	Zn 5-7, Mg 1.8-2.8 Cu 1.4-2.0, Mn 0.2-0.6 Cr 0.1-0.25			
Состояние материала	Закалка 940 и охлажд. на возд. отпуск 3 часа при 270	Закаленное и состаренное			Закаленное и состаренное			Закалка 930 охлажд. на воздухе отпуск 3 часа при 210	Закаленное и охлажденное до исходного состояния			
$\rho \cdot 10^3, \text{кг/см}^3$	7.79	2.6			4.52			7.9	2.6			
$E, \text{кг/мм}^2$	20500	7330			11500			20500	7100			
$\sigma_{0.2}, \text{кг/мм}^2$	157	24			120			140	42			
$\sigma_b, \text{кг/мм}^2$	185	36			130			171	50			
$\delta, \%$	5	6			6			7	8			
$h, \text{см}$	0.2	0.35	0.6	1	0.12	0.14	0.24	0.2	0.26	0.3	0.4	0.5
$K_t, \text{кг/см}^3$	7.25	6110	5350	4660	8900	8124	5714	18.800	9165	8367	7714	7000

нелей и номера входящих в них заготовок представлены в табл. 2. Проверка на склеиваемость значительно увеличивает время счета задачи. Так, определение оптимальной панели без проверки условия склеивания потребовало 0.4 и 3 мин, а с проверкой этого условия 8 и 17 мин для соответствующих ограничений на толщину.

Таблица 2

Результаты расчета			
Ограничения	Проводилась проверка условия склеивания	Номера заготовок, входящих в оптимальную панель	Критерий ($\text{см}^3/\text{д}$)
$2 \text{ см} \leq h \leq 4 \text{ см}$	нет	2, 9, 10, 11, 11, 10, 9, 2	$3.001 \cdot 10^6$
	да	4, 9, 10, 11, 11, 10, 9, 1	$2.48 \cdot 10^6$
$4 \text{ см} \leq h \leq 6 \text{ см}$	нет	3, 9, 10, 11, 12, 12, 11, 10, 9, 3	$2.743 \cdot 10^6$
	да	5, 3, 2, 6, 9, 10, 11, 11, 10, 9, 6, 2, 3, 5	$2.56 \cdot 10^6$
Аварийный режим	1, 2, 3, 5, 9, 10, 11, 12, 12, 11, 10, 9, 5, 3, 2, 1		$2.53 \cdot 10^6$
Безаварийный режим	1, 5, 6, 7, 8, 8, 7, 6, 5, 1		25200 д.м

В двух других примерах из всего множества материалов табл. 1 сконструированы 2 панели для работы в аварийном ($K_0 = 1500 \text{ кг/см}^2$) и безаварийном ($K_0 = 10000 \text{ кг/см}^2$) режимах. Условие склеивания не проверялось. Как видно из табл. 2, две последние панели состоят, в основном, из различных листов.

Таблица 3

Фиктивная матрица склеивания (11 — номер заготовки в табл. 1)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
3	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
5	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
6	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
8	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
9	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1
10	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
11	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
12	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0

Следует заметить, что при ограничениях (3.8) изложенный выше алгоритм следует применять при «дефиците» заготовок в наборе. Если допустить произвольное число заготовок в наборе, то по всем примерам оптимальной по критерию максимума удельной вязкости разрушения будет панель из одинаковых заготовок № 9 табл. 1, а при учете склеивания — панель из заготовок № 9 и 10, склеенных поочередно: 9—10—9—10—9 для $2 \text{ см} \leq h \leq 4 \text{ см}$.

6. Заключение

В данной статье задачи оптимального проектирования многослойных клеевых панелей с помощью принципа равномерности сведены к задачам целочисленного программирования, для которых предложен алгоритм решения, реализуемый на ЭВМ.

Московский орден Трудового Красного
Знамени горный институт

Поступила 24 II 1976

Պ. Պ. ՉԵՐԵՊԱՆՈՎ, Վ. Մ. ՏՄՈԼՍԿԻ, Ա. Գ. ԹԱԳԻ-ՅԱԴԵ

ՈՐՈՇ ԻՆՏԵՆՏԻՎԱԿԱՆ ՆՅՈՒԹԵՐԻ ՈՍԻՏԵՐԱԿԱՆ ԿՈՆՍՏՐԱԿՏԻՆԻ ՄԱՍԻՆ

Ա ճ զ ի ռ զ ի ռ լ ը

Արդյունաձեռքով համասարամասնության սկզբունքի հիման վրա բազմաշերտ ստեղծված պակեիկի օպտիմալ նախագծման խնդիրը բերվել է ամբողջաթիվ ծրագրավորման խնդրին, որի համար առաջարկվել է կլաստրոնային հաշվարկման մեթոդային գրաքննարկվող լուծման ալգորիթմը:

ON OPTIMAL DESIGN OF A LAMINATED PANEL

G. P. CHEREPANOV, V. M. SMOLSKY, A. G. TAGY-ZADE

S u m m a r y

In this paper, on the basis of the uniform strength principle, the problem of optimal design is reduced to an integer programming problem and, for the solution of the latter, an algorithm is suggested to be computerized.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Черепанов Г. П. Методы хрупкого разрушения. М., Изд. «Наука», 1974, 640.
2. Sih G. C. Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems. Noordhoff Intern. Publishing, Leyden, 1973, 517 p.
3. Tada H., Paris P. C., Irwin G. R. The Stress Analysis of Cracks. Handbook DEL. Res. Corporat., 1973, 488 p.
4. Черепанов Г. П. Вязкость разрушения листов, панелей и многослойных клеевых панелей из алюминия. Тр. Америк. общ. механиков, пер. Д., 1967, т. 87, № 3, 57-62.
5. Johnson R. J. Computational Experiments with a "Balancing" Integer Programming Algorithm. Oper. Research, 1955, t. 11, No. 15, 935-941.
6. Johnson Ph. Tackling a Flexible Tree-Search Method for Integer Programming Problems. Oper. Research, 1971, t. 19, No. 1, 115-122.
7. Little J. D. C., Murty M. G., Swenson D. W., Karel G. An Algorithm for the Travelling Salesman Problem. Oper. Research, 1973, t. 21, No. 11, 972-989.