ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXIX, № 1, 1976 Механика

С. А. МОЛАСЯН

К ВОПРОСУ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА ПО НЕПОДВИЖНОЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПЛОСКОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИМПУЛЬСНОЙ СИЛЫ

В настоящее время изучению вопроса о движении тела, лежащего на шероховатой плоскости, под действием импульсной силы уделено мало внимания. Между тем оно представляет интерес в связи с теорией вибрационных двигателей [1, 2], а также в связи с другими приложениями. Целью настоящей работы является определение средней скорости и характера установившегося движения тела под действием импульсной силы.

Дифференциальное уравнение движения тела под действием импульсной силы

Твердое тело, идеализируемое в дальнейшем в виде материальной точки, массы m расположено на неподвижной шероховатой плоскости. На тело действуют сила сухого трения F и импульсная сила $Q(t)$ (фиг. 1).

Уравнение движения тела имеет вид

$$m\ddot{x} = Q(t)\sin\varphi - F \tag{1}$$

причем

$$F = \begin{cases} -fN & \text{при } \dot{x} > 0 \\ fN & \text{при } \dot{x} < 0 \end{cases} \tag{2}$$

где f — коэффициент сухого трения, N — нормальная реакция.

Импульсную силу $Q(t)$ будем считать периодической функцией с периодом T, определенной соотношениями

$$Q(t) = \begin{cases} H & \text{при } 0 \leqslant t \leqslant t_1 \\ 0 & \text{при } t_1 < t \leqslant T \end{cases} \tag{3}$$

График этой функции изображен на фиг. 2. При решении задачи предположим, что время действия импульса $t_1 \to 0$, и сила $H \to \infty$, причем

$$Ht_1 = S_0 \tag{4}$$

Допустим, что в начальный момент времени $t = 0$ до действия импульсной силы тело находится в покое, то есть $\dot{x}(0) = 0$.

Импульс, мгновенно приложенный к телу, не успевает вызвать заметного изменения его положения в интервале времени действия $(0; t_1)$, однако приводит к резкому изменению его количества движения. Исходя из сказанного, для первого периода действия импульсной силы имеем

$$m\dot{x}(t_1) = S_0(\sin\varphi - f\cos\varphi) \tag{5}$$

Отсюда видно, что движение тела из состояния покоя под действием данной импульсной силы возможно, если

$$S_0(\sin\gamma - f\cos\gamma) > 0 \quad \text{или} \quad \operatorname{tg}\gamma > f$$

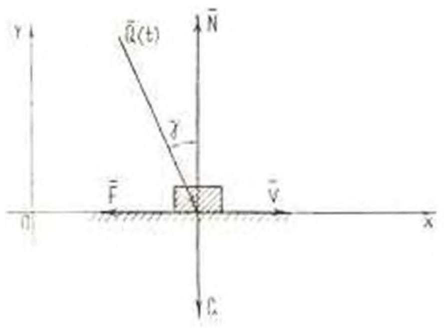
то есть линия действия импульсной силы должна лежать вне конуса трения. Рассмотрим дальнейшее движение тела. Начальные условия теперь будут при

$$t = t_1, \quad x(t_1) = 0$$

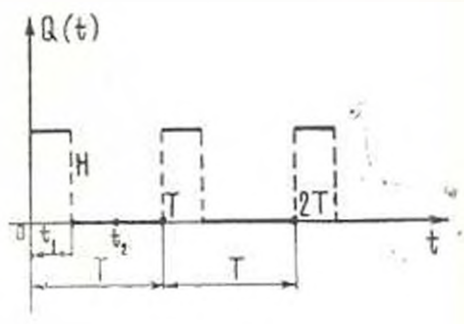
$$\dot{x}(t_1) = \frac{S_0}{m}(\sin\gamma - f\cos\gamma) = \frac{S_0}{m\cos\varphi}\sin(\gamma - \varphi) \tag{6}$$

а уравнение движения согласно (1) и фиг. 1 и 2 запишется в виде

$$\ddot{x} = -fg \tag{7}$$



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Интегрируя это уравнение при условиях (6), получим

$$\dot{x}(t) = \frac{S_0}{m\cos\varphi}\sin(\gamma - \varphi) - fg(t - t_1) \tag{8}$$

$$x(t) = (t - t_1)\left[\frac{S_0}{m\cos\varphi}\sin(\gamma - \varphi) - \frac{fg}{2}(t - t_1)\right] \tag{9}$$

Допустим, что до начала действия второго импульса тело останавливается. Определим момент остановки тела t_2. Из условия $\dot{x}(t_2) = 0$ согласно (8)

$$t_2 = t_1 + \frac{S_0\sin(\gamma - \varphi)}{mgf\cos\varphi} \tag{10}$$

Тело действительно останавливается до начала действия второго импульса, если выполняется условие

$$t_2 - t_1 < T$$

или

$$\frac{S_0}{S_t} < \frac{\cos\varphi}{\sin(\gamma-\varphi)} \tag{11}$$

где через

$$S_t = mgfT$$

обозначен импульс силы трения в предположении, что время ее действия равно периоду T.

График изменения скорости тела в рассмотренном режиме изображен на фиг. 3.

Теперь определим перемещение тела за период T. Из (9) получим

$$x(t_2) = (t_2 - t_1)\left[\frac{S_0}{m\cos\varphi}\sin(\gamma-\varphi) - \frac{fg}{2}(t_2 - t_1)\right]$$

или

$$x(t_2) = \frac{S_0^2\sin^2(\gamma-\varphi)}{m^2 g\sin 2\varphi} \tag{12}$$

Средняя скорость движения тела под действием импульсов в рассматриваемом режиме будет

$$V = \frac{x(t_2)}{T} = \frac{S_0^2\sin^2(\gamma-\varphi)}{m^2 gT\sin 2\varphi} \tag{13}$$

Допустим теперь, что тело до момента поступления импульса $t = T$ не останавливается. Исходя из (8), определим скорости движения тела в этот момент времени

$$\dot{x}(T) = \frac{S_0}{m\cos\varphi}\sin(\gamma-\varphi) - fg(T - t_1)$$

Перемещение тела за промежуток времени $(0; T)$, согласно (9), будет

$$x(T) = (T - t_1)\left[\frac{S_0}{m\cos\varphi}\sin(\gamma-\varphi) - \frac{fg}{2}(T - t_1)\right]$$

Так как $t_1 = 0$, последние формулы могут быть записаны в более простом виде

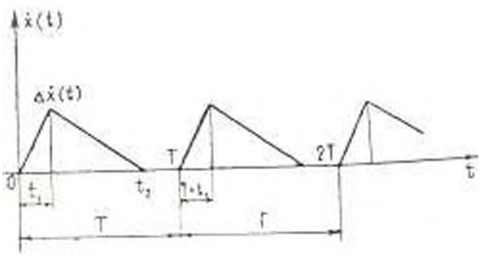
$$\dot{x}(T) = \frac{S_0\sin(\gamma-\varphi)}{m\cos\varphi} - fgT \tag{14}$$

$$x(T) = T\left[\frac{S_0\sin(\gamma-\varphi)}{m\cos\varphi} - \frac{1}{2}fgT\right] \tag{15}$$

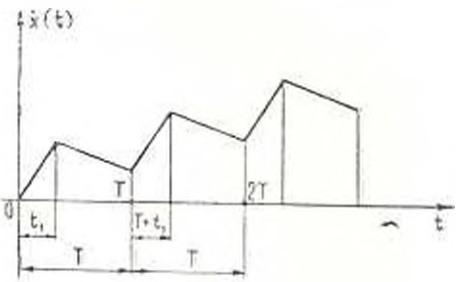
Нетрудно заметить, что формула (14) одновременно дает приращение скорости тела за произвольно выбранный период времени $[kT; (k+1)T]$, то есть

$$x[T(k+1)] - x(kT) = \frac{S_0 \sin(\gamma - \varphi)}{m \cos\varphi} - fgT \qquad (16)$$

График изображения скорости тела в ускоренном режиме движения изображен на фиг. 4.



Фиг. 3.



Фиг. 4.

Для среднего ускорения тела в этом последнем режиме имеем

$$w = \frac{\dot{x}[(k+1)T] - \dot{x}(kT)}{T} = \frac{S_0 \sin(\gamma - \varphi)}{mT \cos\varphi} - fg$$

Итак, если ранее рассмотренный режим с остановками тела был регулярным [3], то данный режим без остановок является ускоренным.

Заметим в заключение, что скорость и координата тела в двух возможных режимах движения могут быть приближенно определены соответственно по формулам

$$\dot{x}(t) \approx w; \quad x(t) \approx x(0) + wt$$

$$\dot{x}(t) \approx \dot{x}(0) + wt; \quad x(t) \approx x(0) + \dot{x}(0)t + \frac{1}{2}wt^2$$

Ленинаканский филиал Ереванского
политехнического института
им. К. Маркса

Поступила 4 IX 1975

Ս. Ա. ՄՈԼԱՍՅԱՆ

ԱՆԾԱՆՐ ԱՆՀԱՐԹ ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱՅՈՎ ԻՄՊՈՒԼՍԱՅԻՆ ՈՒԺԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՏԱԿ ՄԱՐՄՆԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ՀԱՐՑԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հոդվածում ստացված է այն անհրաժեշտ պայմանը, որի դեպքում պինդ մարմինն իր վրա ազդող իմպուլսային ուժի ազդեցության տակ կարող է շարժվել անշարժ անհարթ հարթության վրայով:

Դիտարկվում է մարմնի շարժումը կանգառումներով անհարթ հարթության վրայով, որի դեպքում ստացված է իմպուլսային ուժի յուրաքանչյուր պարբերությունը և տեղափոխման չափը:

Դիտարկվում է նաև մարմնի անընդհատ շարժումը։ Պարզվում է, որ վերջին դեպքում մարմինը շարժվում է արագացումով։ Ստացվել է մարմնի այդպիսի շարժման միջին արագությունը և արագացումը։

ON MOTION OF A SOLID OVER A FIXED ROUGH PLANE SURFACE UNDER THE ACTION OF IMPULSE FORCE

S. A. MOLASIAN

Summary

The necessary condition is obtained under which a solid can move over a fixed rough plane surface under the action of impulse force.

The stop-motion of a solid over a fixed rough plane surface with the mean velocity and transference of each impulse force period is considered.

The non-stop motion of a solid is also discussed. In the latter case the solid moves with acceleration: the mean velocity and acceleration of the solid for a particular motion are determined.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рагульскис К. М., Бансевичюс Р. Ю.* О преобразовании высокочастотных механических колебаний в непрерывное движение. Научн. тр. высших учебных заведений Литовской ССР. Каунас, 1973. Вибротехника, 3 (20).
2. *Бансевичюс Р. Ю., Грублауските Д. Л., Кочикян А. В., Можелис В. В., Рагульскис К. М., Славинас А. Ю., Улозас Р. В.* Некоторые вопросы высокочастотного вибрационного перемещения. Научн. тр. высших учебных заведений Литовской ССР. Каунас, 1973, Вибротехника, 3 (20).
3. *Блехман И. И. и Джанелидзе Г. Ю.* Вибрационное перемещение. Изд. «Наука», М., 1964.