ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXIX, № 1, 1976 Механика

А. Г. БАГДОЕВ

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ГИДРОМЕХАНИКЕ, ПРОВЕДЕННЫЕ В АРМЯНСКОЙ ССР В ПЕРИОД 1971—1975 гг.

За рассматриваемый период с 1971 по 1975 гг. проводились исследования по ряду направлений теоретической и прикладной гидромеханики.

А. М. Мхитаряном, А. С. Акопяном и М. Г. Дагестанян написана монография [1], в которой приводятся результаты теоретических и экспериментальных исследований в области испарения и конвективного теплообмена в атмосфере. В работе излагаются результаты исследования влагообмена в зоне аэрации и испарения с поверхности суши при глубоком и высоком стоянии уровня грунтовых вод. На основании проведенных лизиметрических исследований в течение ряда лет выведена формула зависимости испарения грунтовых вод от уровня их залегания в виде

$$E = E_0 e^{-\sigma z}$$

Здесь E — расход грунтовых вод на испарение и влагообмен в зоне аэрации, E_0 — испаряемость, z — глубина стояния уровня грунтовых вод, σ — размерный параметр.

Для расчета испарения введена формула

$$E = (r + \bar{A}) \exp [-\bar{b} (T_{max} - T)^2]$$

Здесь $\bar{A}$ и $\bar{b}$ — некоторые параметры, $(r + \bar{A})$ — максимально возможное испарение при температуре $T = T_{max}$.

Эта формула позволила рассчитать суммарное испарение с рассматриваемой территории.

Во второй части работы излагаются результаты теоретических исследований влияния различных факторов в процессе испарения и конвективного оттока тепла, турбулентного обмена в вертикальном и горизонтальном направлениях, процесса влаго- и теплообмена в постановке нелинейной нестационарной задачи о локальной атмосферной циркуляции над температурно-неоднородной подстилающей поверхностью. На этой основе можно оценить точность тех полуэмпирических и полутеоретических формул, которые широко применяются на практике для расчета испарения.

А. М. Мхитаряном и А. С. Саакяном [2, 3] рассмотрены вопросы, связанные с определением коэффициента турбулентного обмена в различных условиях. При этом используется соотношение для коэффициента интегрального обмена в виде

$$D = \frac{r \dfrac{du}{dz}}{\ln \dfrac{z}{z_0}}$$

где u — скорость ветра, z — высота, l — длина пути смешения, а также другое выражение для D, получаемое с помощью уравнения теплового баланса. Показано на хорошее совпадение значений D по обеим формулам и выведена путем обработки результатов вычислений экспоненциальная зависимость D от высоты. Полученные соотношения использованы для определения коэффициента турбулентного обмена

$$P = C_p \rho D \Delta T$$

где C_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, ΔT — перепад температур. Эти результаты позволили изучить вопросы, связанные с определением контуров теплового баланса [4].

Р. М. Барсегяном [5] изучена фильтрация жидкости с произвольным числом водоносных слоев.

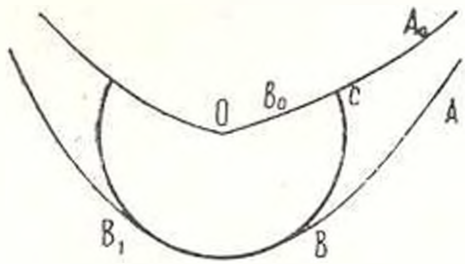
Г. А. Бабаджаняном и Л. Е. Даниеляном рассмотрена задача неустановившегося движения реального газа в трубе с проницаемыми стенками [6]. Система уравнений движения газа приводится к нелинейному уравнению параболического типа

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \sqrt{-\frac{\xi}{4\delta gRT}\frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial x}\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\alpha P}{r_0}}\sqrt{-\frac{4\xi}{gRT\delta}\frac{\partial P}{\partial x}}$$

где $P = p^2$, $p(x, t)$ и T — давление и температура газа, ξ — коэффициент сопротивления стенки, скорость отсоса $v = \alpha p$, δ — гидравлический радиус, r_0 — радиус трубы, R — газовая постоянная. Формулируется задача о начальных и граничных условиях, причем начальное условие получается из решения задачи стационарного движения газа. Решение указанного уравнения определяется численными методами.

Г. А. Бабаджаняном рассмотрена изотермическая задача о движении реального газа при наличии уклона трассы [7]. Та же задача при наличии нестационарности после линеаризации решена в [8]. Приведены кривые распределения давления скорости и расхода газа по длине. Стационарное неизотермическое движение рассмотрено в [9]. Нестационарное неизотермическое течение рассмотрено Л. Е. Даниеляном [10] методом конечных разностей.

А. Г. Багдоевым исследована окрестность точек (линий) касания волны AB (фиг. 1) заданного профиля с точечной или дифракционной вол-



Фиг. 1.

ной CBB_1 для произвольной линейной гиперболической системы уравнений [11]. Для произвольной граничной задачи и произвольного числа волн можно сформулировать эквивалентную задачу о начальных условиях для каждой волны в виде

$$u_i = a_i (\tau)^{\lambda} (s)^{\beta}, \qquad a_i = S_i^0 a^0 \text{ при } t = 0 \tag{1}$$

где S_i^0 есть начальное значение собственного вектора S_i системы уравнений, u_i — компоненты искомого вектора, $\tau = 0$ дает уравнение A_0B_0 или начального положения волны AB, s — координата вдоль A_0B_0, a_i, λ, β — постоянные.

Решение для уравнений с постоянными коэффициентами находится методом преобразования Фурье, а для уравнений с переменными коэффициентами — с помощью формулы Грина и формы лучевого решения в окрестности характеристического коноида и имеет вид $u_i = S_i u^0$, причем в области позади волны CBB_1

$$u^0 = \frac{a^0\Phi}{\sqrt{\pi}}\tau^{\lambda+\frac{1}{2}\beta}\frac{\Gamma(\lambda+1)\,c_0^{\frac{1}{2}\beta}}{(k_1-k_2)^{\frac{\beta-1}{2}}}\,2^{\lambda+\frac{\beta}{2}+\frac{1}{2}}\times$$

$$\times(1-z_0)^{\lambda+\beta+\frac{1}{2}}\frac{\Gamma(1+\beta)}{\Gamma\left(\lambda+\frac{3}{2}+\beta\right)}F\left(-\lambda+\frac{1}{2},\ \lambda+\frac{1}{2},\ \lambda+\frac{3}{2}+\beta,\frac{1-z_0}{2}\right) \tag{2}$$

и в области между волнами AB и CBB_1

$$u^0 = \frac{a^0\Phi}{(k_1-k_2)^{\lambda+\frac{1}{2}}}\delta^{\lambda}(\theta_0-\theta)^{\beta}F\left(-\frac{\beta}{2},\ \frac{-\beta+1}{2},\ \lambda+1,\ \frac{1}{z_0^2}\right) \tag{3}$$

Здесь

$$z_0 = \frac{\theta_0-\theta}{\sqrt{2(k_1-k_2)\tau c_0}}, \qquad \delta = -\tau + \frac{(\theta-\theta_0)^2}{2(k_1-k_2)c_0}, \qquad s = \frac{\theta_0-\theta}{k_1-k_2}$$

$\tau=0$ есть уравнение CBB_1; $\delta=0$ — уравнение AB, $\theta=\text{const}$ дает лучи волны CBB_1, θ_0 — значение θ в B; k_2 — кривизна A_0B_0, k_1 — кривизна обращенной по отношению к CBB_1 волны с центром в B, вычисленная в начальной точке: Φ и $\frac{\Phi}{\sqrt{k_1-k_2}}$ дают амплитуды лучевого решения на CBB_1 и AB; c_0 — начальное значение нормальной скорости волн. Формулы (2), (3) дают решение в окрестности касания волн различной кривизны не только в плоской, но и в пространственной задаче, в которых решение в окрестности точки или линии касания волн существенно зависит от двух переменных τ, θ по нормали и в касательном направлении к волне.

При зависимости решения лишь от τ получается в окрестности волны просто лучевое решение, а пример трехмерной задачи в окрестности волны указан далее.

Поскольку линейное решение (2), (3) не при всех значениях λ и β (например, при $\lambda=\beta=0$) является корректным, необходимо учесть нелинейные эффекты в окрестности волны. В работах [11, 12] в двумерной по г, θ задаче получены упрощенные нелинейные уравнения движения произвольной недиссипативной среды в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{c_0}{2}\frac{d(k_1-k_2)}{dt}\frac{\partial v_1}{\partial \theta} - u\frac{d\ln\Phi}{dt} + \frac{\lambda+1}{H_1}u\frac{\partial u}{\partial \tau} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \theta} = \frac{\partial v_1}{\partial \tau}$$

где u — проекция на нормаль к волне возмущенной скорости частицы, H_1 — невозмущенное значение нормальной скорости волны. $\lambda+1$ — коэффициент в формуле для нормальной скорости волны в нелинейной задаче $C_n+v_n=H_1+(\lambda+1)u$, смысл v_1 выясняется для конкретной среды из уравнений движения в проекции на направление медленного изменения искомых величин (θ).

В [12] определены также уравнения, описывающие окрестность точки бесконечной кривизны волны, в виде

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1}$$

$$y_1\frac{\partial^3\varphi}{\partial y_1\partial x_1^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^3\varphi}{\partial y_1^3} = 3t\frac{\lambda+1}{H_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_1}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2}\right)$$

где

$$x_1 = \alpha_0 x + \beta_0 y - t$$

$$y_1 = \frac{x+\beta_0' y}{t^{1/3}}\left(\frac{2}{\beta_0'''}\right)^{1/3}(\beta_0 - \alpha_0\beta_0')^{1/3}$$

причем $x_1=\mathrm{const}$ и $y_1=\mathrm{const}$ являются касательными в указанной точке к волне и лучу соответственно, $\beta=\beta(\alpha)$ есть дисперсионное уравнение среды, $\beta_0=\beta(\alpha_0)$.

Получено [11, 12] решение системы уравнений (4), сращиваемое с линейным решением (2) для скачкообразной волны AB ($\lambda=\beta=0$). А. Г. Багдоевым и З. Н. Данояном получены нелинейные уравнения [13, 14] для трехмерной задачи в окрестности волн

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{2}H_1\left(\frac{\partial^2\alpha}{\partial\beta^2}\frac{\partial v_{x_2}}{\partial x_2} + \frac{\partial^2\alpha}{\partial\gamma^2}\frac{\partial v_{x_3}}{\partial x_3} + 2\frac{\partial^2\alpha}{\partial\beta\partial\gamma}\frac{\partial v_{x_2}}{\partial x_3}\right) - u\frac{d\ln\Phi}{dt} =$$

$$= -\frac{\lambda+1}{H_1}u\frac{\partial u}{\partial\tau}$$

$$\frac{\partial v_{x_2}}{\partial\tau} = \frac{\partial u}{\partial x_2}, \qquad \frac{\partial v_{x_3}}{\partial\tau} = \frac{\partial u}{\partial x_3} \tag{5}$$

где $dx_2 = H_2 d\beta$, $dx_3 = H_3 d\gamma$, $\beta = \mathrm{const}$, $\gamma = \mathrm{const}$ дают уравнение луча, $\alpha = \alpha(\beta, \gamma)$ есть характеристическое уравнение в системе координат x_1, x_2, x_3, связанной с волной; $dx_1 = H_1 d\alpha$. Конкретизированы значения v_{x_1}, v_r и коэффициентов в (5) для задачи магнитной газодинамики неоднородной первоначально движущейся среды.

На примере вязкотермомагнитоупругой среды [15] показано, что уравнения (5) описывают также движение в окрестности волн для слабодиссипативной среды, что достигается формальным включением в коэффициент $(\lambda+1)$, получаемый из условий совместности на нелинейной характеристике, диссипативных членов, пропорциональных $\dfrac{\partial^2 u/\partial\alpha^2}{u\dfrac{\partial u}{\partial\alpha}}$. Отсюда, в частности, следуют [14] результаты для магнитной газодинамики. В работе [16] найдено линейное решение в окрестности точки касания плоской, цилиндрических и сферической волн в задаче об отражении плоской волны от прямого угла, а также определено нелинейное решение уравнений (5) в данной трехмерной задаче, на выходе из окрестности волны переходящее в линейное.

Показано, что в двумерной задаче уравнения (5) и (4), полученные из различных соображений, а именно, с помощью разложения характеристического многочлена по степеням малых операторов и путем сращивания с линейным решением соответственно, совпадают. М. М. Минасяном показано [17], что лучевое решение Φ, входящее в (2)—(5), в задаче магнитной газодинамики может быть получено из уравнения сохранения возмущенной энергии волн

$$\rho_0 \Sigma \bar{\Phi}^2 \frac{H_1^2}{c_n} = \mathrm{const} \tag{6}$$

Здесь ρ_0 и c_n — невозмущенные значения плотности и нормальной скорости волн относительно частиц, Σ — площадь волны внутри выбранной лучевой трубки, $\bar{\Phi}$ есть лучевое решение для полной скорости частицы, а значение лучевого решения Φ для u найдется через $\bar{\Phi}$ из условий совместности на волне.

Уравнение (6) значительно упрощает задачу определения лучевого решения, или решения геометрической акустики. Для газовой динамики оно получено О. С. Рыжовым и Г. М. Шефтером, а для произвольной среды — путем эвристических рассуждений, вытекающих из вариационного принципа, Бретертоном и Гарретом. Кроме того, в [17] методом, отличным от методов [13, 14], примененных при получении (4) и (5), выведены трехмерные уравнения коротких волн в магнитной газодинамике.

М. М. Минасяном также решена в линейной и нелинейной постановке магнитогазодинамическая задача о проникании клина в жидкость [18], получены нелинейные уравнения для разреженной анизотропной плазмы и изучены общие соотношения для неоднородных сред [19].

А. Г. Багдоевым получены нелинейные уравнения [12], описывающие окрестность точки бесконечной кривизны волны, которые в отличие от (5) будут уравнениями третьего порядка.

Получены нелинейные уравнения в окрестностях особых точек медленной магнитозвуковой волны, причем для точек, лежащих на направлении магнитного поля, уравнения существенно отличаются от вышеуказанных и будут различными для плоской и осесимметричной задач.

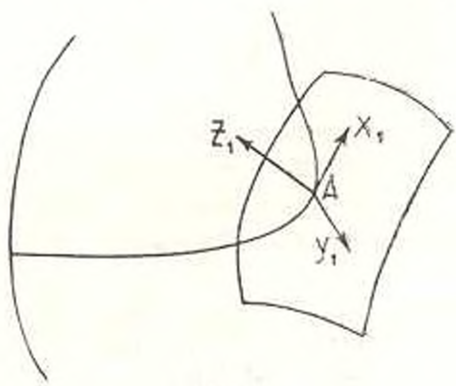
А. Г. Багдоевым продолжено исследование нелинейного решения в окрестности каустики для произвольной недиссипативной среды [20].

Для случая $n+1$ независимых переменных t, x, где t — время, x есть радиус-вектор точки, показано, что если обозначить через x^0 радиус-вектор точки A (фиг. 2) касания выбранного луча с каустикой, через $\bar{k}=\{\alpha_i\}$ и $\bar{N}=\{N_i\}$ — векторы нормали к волне и каустике в точке A, через $\Delta(\alpha_i, \lambda)$ — характеристический определитель в линейной постановке, то уравнение в окрестности каустики в переменных

$$x_1 = (x - x^0)\bar{k}, \quad y_1 = (x - x^0)\bar{N}$$

можно записать в виде

$$\left\{\frac{\partial \Delta}{\partial y_1} y_1 + (\alpha_i \Delta_{\alpha_i})(x - x^0)\frac{\partial \bar{k}}{\partial t}\right\}\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \\ + \frac{1}{2}\Delta_{\alpha_i \alpha_j} N_i N_j \frac{\partial^2 u}{\partial y_1^2} = -\frac{\alpha_i \Delta_{\alpha_i}}{H_1}(\lambda + 1)\frac{\partial}{\partial x_1}\left(u\frac{\partial u}{\partial x_1}\right) \tag{7}$$



Фиг. 2.

В плоской задаче для произвольной среды можно еще больше конкретизировать [21] коэффициенты и записать уравнение в виде

$$y_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} x \frac{1}{R} + \frac{1}{2}\Delta_{\beta\beta}^{\beta\beta''}(z)\frac{\partial^2 u}{\partial y_1^2} = \frac{\lambda + 1}{H_1}(\alpha\Delta_\alpha + \beta\Delta_\beta)\frac{\partial}{\partial x_1}\left(u\frac{\partial u}{\partial x_1}\right) \tag{8}$$

где $x_1 = \alpha(x - x_0) + \beta(y - y_0)$, $y_1 = -(x - x_0)\Delta_\beta + (y - y_0)\Delta_\alpha$, $1/R$ есть разность кривизн каустики и луча, причем это уравнение лишь множителем $\varkappa = \frac{(1+\beta'^2)^{3/2}}{\beta''}$, равным радиусу кривизны линии нормалей, отличается от уравнений вблизи каустики для неоднородной жидкости.

Уравнения (7) и (8) можно, вводя новые независимые переменные и искомые функции, записать в виде

$$(u+y)\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} \tag{9}$$

что дает правило подобия вблизи каустики для любых сред и совпадает с правилом, полученным в газовой динамике, причем [21] линейное решение вблизи каустики также следует этому правилу.

В работе [21] произведен также численный расчет приходящей к каустике ударной волны.

Г. Г. Оганяном проводилось [22] исследование ряда задач по распространению волн в химически активной газовой смеси при наличии диссипации. Методом, предложенным О. С. Рыжовым и А. Дж. Наполитано, получены нелинейные уравнения в окрестности волны для одномерной задачи (с плоскими и цилиндрическими волнами) для квазиравновесных и квазизамороженных процессов и получено их аналитическое решение [21, 23]. Выведены также уравнения, описывающие волновую окрестность для специального (хотя и широко распространенного) вида сред с близкими скоростями звука (для квазиравновесного и квазизамороженного процессов), причем за счет взаимовлияния релаксационных и диссипативных эффектов эти уравнения будут содержать четвертую производную, что приводит к дисперсионным эффектам и появлению осцилляций перед волной.

Г. Г. Оганяном также получены нелинейные уравнения для указанной среды вблизи каустики в плоской задаче при наличии начальной неоднородности в распределении плотности ρ_0 и скорости звука a_0 [24]. Для квазиравновесного процесса уравнение имеет вид

$$u = -\frac{1}{\sqrt{\rho_0 a_0}}\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}, \qquad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial t} - \left(a_0\frac{y_1}{R} + \alpha_0 u\right)\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + \frac{a_0}{2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y_1^2} = \frac{\delta}{2}\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x_1^4} \tag{10}$$

где α_0 есть значение $(k+1)$ в газовой динамике, δ — диссипативный коэффициент, включающий вязкость, теплопроводность, диффузию, эффект химической реакции. Интересно, что уравнения (7) и (8) получены в порядке $\gamma^{2.5}$, где γ есть интенсивность волны вдали от каустики, в то время как уравнения (10) верны в порядке $\gamma^{1.5} \sim u$. В [24] получены также уравнения вблизи каустики для остальных видов волн. В линейной постановке второе слагаемое в скобках можно отбросить и после применения преобразования Фурье по x_1 найти φ и u в виде свертки от идеального решения $(\delta=0)$. На самой каустике решение найдено в виде функций параболического цилиндра. А. Г. Багдоевым и Г. Г. Оганяном получены уравнения вблизи каустики в пространственной задаче. Уравнение (10) снова имеет место, причем при переменном δ в указанной свертке для линейного решения характерным диссипативным множителем является $\int_0^t b\,dt$. Интересно, что в (10) из всего лучевого решения (6) фигурирует лишь множитель $(\rho_0 a_0)^{-1/2}$ (здесь $H_1 = c_n = a_0$).

Этот факт имеет место и для первоначально движущейся неоднородной жидкости, если координаты (x, y, z) и скорости частицы взять в системе координат, движущейся с невозмущенной скоростью частицы в точке A, причем снова имеют место уравнения (10), только

$$u = \Phi e^{\frac{1}{2}\int_0^t a_0 k\,dt} \qquad \frac{\partial \tau}{\partial x_1}$$

где

$$k = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{\partial \ln \Sigma}{H_1 \partial \tau}, \qquad H_1 = a_0$$

k есть сумма главных кривизн волны для произвольной среды, Σ — площадь волны. Эти соотношения для u и k верны для произвольной среды, а уравнения для нее даются комбинированием (8) и (10). Впереди волны линейное решение для сред с наличием наложения диссипативных и дисперсионных эффектов содержит осцилляции.

А. Г. Багдоевым и Г. С. Безиргеняном [25] получены нелинейные уравнения в окрестности волн в стационарных течениях, в которых волна неподвижна и состоит из лучей. Выбирая криволинейные координаты τ, α_1, α_2, где $\tau = \mathrm{const}$ дает волну, α_1 отсчитывается вдоль бихарактеристик, α_2 — вдоль ортогональных к ним линий на волне, обозначая через $\Delta(\tau, \alpha_i) = 0$, где $\alpha_i = \dfrac{\partial \tau}{\partial x_i}$, характеристическое уравнение линейной задачи и вводя уравнение лучей $\dfrac{dx_i}{d\tau} = \Delta_{\alpha_i}$, можно получить уравнение вблизи волны [25]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \tau \partial z} + \Gamma \frac{\partial^2 u}{H_2^2 \partial \alpha_2^2} - \frac{\partial u}{\partial z}\frac{d \ln \Phi}{d\tau} = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{n+1}{H_1} u \frac{\partial u}{\partial z}\right) \tag{11}$$

H_1, H_2, H_3 — коэффициенты Ламе по τ, α_1, α_2, $\Gamma = \dfrac{1}{2}\Delta_{\alpha_i \alpha_j}\dfrac{\partial \alpha_2}{\partial x_i}\dfrac{\partial \alpha_2}{\partial x_j}$.

Если совместить оси x_1, x_2, x_3 с касательными к линиям τ, α_1, α_2 и обозначить $\alpha_3 = \gamma$, то

$$\Gamma = \Delta_{\gamma\gamma}, \qquad \frac{d\alpha_2}{d\tau} = \frac{\Delta_\gamma}{H_1}$$

В работе [25] рассматривается плановое течение бурного потока, в котором второе слагаемое (11) отсутствует. Φ дается уравнением (6), где для стационарных течений H_1 уже не есть нормальная скорость волны, а определяется из уравнений лучей (кроме того, Φ содержит множитель, соответствующий учету трения), $\lambda+1=\frac{3}{2}$.

В частности, если невозмущенное течение зависит лишь от координаты z в направлении основного потока U, то $H_1=\cos\alpha$, где $\cos^2\alpha=\frac{1}{\mathrm{Fr}}=$ $=\frac{gh\cos\nu}{V^2}$, Fr—число Фруда, ν—уклон. Проведено исследование слабых скачков, образующих в течении при сужении профиля стенки. Интересно, что если невозмущенное течение зависит от x, y, то $H_1=\sin\alpha$.

Г. С. Безиргеняном рассмотрено также линейное решение во всей возмущенной области расширяющегося потока для больших Fr [26].

На основании исследования уравнений (11) А. Г. Багдоевым и Г. Г. Гургеняном исследовано уравнение (11) для задачи обтекания крыла магнитогазодинамической химически активной смесью. От τ, a_1, a_2 делается переход к координатам (неортогональным) τ, θ, z, где $\theta=\mathrm{const}$ дает проекцию лучей на сечение $z=\mathrm{const}$. Тогда

$$a_1=a_1(z,\tau),\quad a_2=a_2(\theta,\tau),\quad \gamma=-1,\quad \Delta_1=\alpha\Delta_1+\beta\Delta_2$$

и уравнение (11) примет вид

$$\Delta_1\frac{\partial^2 u}{\partial\tau\partial z}-\frac{\beta^2(z)\,\Delta_1^2(\alpha^2+\beta^2)}{H_1^2\Delta_1^2}\frac{\partial^2 u}{\partial\theta^2}-\Delta_1\frac{\partial}{\partial\tau}\left(u\,\frac{d\ln\Phi}{dz}\right)=-\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{\lambda+1}{H_1}u^{\lambda}\frac{\partial u}{\partial\tau}\right)\qquad(12)$$

Далее удается, как и в нестационарной задаче, записать уравнение в форме (4) и найти нелинейное решение в окрестности линии касания волны, исходящей из передней кромки и коноида, произведенного вершиной крыла.

При отбрасывании производных по θ получится одномерное по τ уравнение, описывающее нелинейное решение в окрестности коноида. Наличие диссипации и дисперсии в (12) учитывается включением в $(\lambda+1)$ старших производных, причем указанная зависимость находится из условий совместности на нелинейной характеристике, в которые формально включены малые слагаемые от диссипации и дисперсии.

А. Г. Багдоевым и Л. Д. Азатян развит [27] подход, позволяющий рассчитывать дифракционные области в задаче с сильными ударными волнами в магнитной газодинамике. Он основан на применении к линеаризованным уравнениям магнитной газодинамики метода Смирнова—Соболева.

Для получения простых конформных отображений области дифракции на прямоугольник проводится разложение дисперсионного уравнения магнитной газодинамики по степеням квадрата скорости альфвеновских волн, которое используется лишь вблизи ударной волны, что позволяет привести задачу к соответствующей газодинамической задаче.

Л. Д. Азатян получила замкнутое аналитическое решение [28] задачи о дифракции сильной магнитогазодинамической ударной волны от вершины тупого клина. Кроме того, она рассмотрела задачу о прохождении волны около клина и помимо определения решения линейной задачи провела рассмотрение окрестностей слабых быстрых и медленных ударных волн в нелинейном приближении.

Л. Г. Петросяном проводились исследования движения жидкостей с моментными напряжениями как в обычной, так и в магнитной гидродинамике. В [29] получены уравнения асимметричного магнитогидродинамического пограничного слоя. В [30] дается решение задачи об асимметричном пограничном слое. В [31] дается вывод уравнений асимметричной магнитной гидродинамики и решается задача установившегося движения по трубе. Дается сравнение с пуазейлевским профилем.

Р. Ш. Соломоняном рассмотрена задача определения нестационарного скоса потока за крылом конечного размаха при сверхзвуковом движении [32].

Н. А. Асрян [33] исследовал удар твердой пластинки о поверхность несжимаемой жидкости при наличии между ними несжимаемого или сжимаемого слоя газа.

В. С. Галоян и О. А. Барсегян рассмотрели задачи термодинамической теории движения нелетучих аэрозольных частиц в поле градиентов температуры и концентрации в бинарной газовой смеси [34]. В [35] рассматривается методом Каньяра распространение волн в слое жидкости под действием переменной нагрузки.

Институт механики АН
Армянской ССР

Поступила 22 I 1976

Ա. Գ. ԲԱԳԴՈԵՎ

ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՀԻԴՐՈՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ԱՍՊԱՐԵԶՈՒՄ, ՈՐՈՆՔ ԿԱՏԱՐՎԵԼ ԵՆ ՀՍՍՀ-ՈՒՄ 1971—1975 ԹՎԱԿԱՆՆԵՐԻ ԺԱՄԱՆԱԿԱԸՆԹԱՑՔՈՒՄ

Բերված է նշված ժամանակաընթացքում հիդրոմեխանիկայի բնագավառում կատարված աշխատանքների քննարկումը։

THE INVESTIGATIONS ON HYDROMECHANICS CARRIED OUT IN ARM. SSR DURING 1971—1975

A. G. BAGDOEV

S u m m a r y

The survey of the studies on hydromechanics carried out during the above period is presented. The investigations deal with meteorology, gas motion in tubing, asymmetric hydromechanics, the theory of flow

around the wing, the penetration of body into fluid, the filtration theory. A special attention is paid to the problem of propagation of linear and nonlinear waves in continuous media.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мхитарян А. М., Акопян А. С., Дагестанян М. Г.* Закономерности расхода грунтовых вод на испарение и количественный учет факторов, влияющих на испарение и конвективный теплообмен. Тр. ЗакНИГМИ, вып. 51 (57), 1972.
2. *Мхитарян А. М., Саакян А. С.* Определение коэффициента турбулентного обмена. Докл. АН АрмССР, 1973, т. 57, № 1, 19—25.
3. *Мхитарян А. М., Саакян А. С.* Определение турбулентного теплообмена. Докл. АН АрмССР, 1974, т. 59, № 2, 97—103.
4. *Мхитарян А. М., Акопян А. С., Саакян А. С.* Контуры теплового баланса. Докл. АН АрмССР, 1974, т. 59, № 3, 172—178.
5. *Балсегян Р. М.* Неравномерная фильтрация жидкости в прямоугольном массиве с произвольным числом водоносных горизонтов. Изв. АН АрмССР, Механика, т. XXV, № 1, 1972, 64—75.
6. *Бабаджанян Г. А., Даниелян А. Е.* Неустановившееся движение реального газа в цилиндрической трубе с проницаемыми стенками. Изв. АН АрмССР, Механика, 1971, т. XXIV, № 6, 3—13.
7. *Бабаджанян Г. А.* Движение реального газа в длинном газопроводе с учетом влияния уклона профиля трассы. Изв. АН АрмССР, Механика, 1973, т. XXVI, № 3, 85—89.
8. *Бабаджанян Г. А.* Стационарное неизотермическое движение реального газа в длинном газопроводе с учетом влияния уклона профиля трассы. Изв. АН АрмССР, Механика, 1975, т. XXVIII, № 3, 47—53.
9. *Бабаджанян Г. А.* Нестационарное движение реального газа в длинном газопроводе с учетом влияния угла наклона газопровода. Изв. АН АрмССР, Механика, 1974, т. XXVII, № 3, 21—30.
10. *Даниелян А. Е.* Неустановившееся неизотермическое движение реального газа в длинном газопроводе. Изв. АН АрмССР, Механика, 1974, т. XXVII, № 4, 37—44.
11. *Багдоев А. Г.* Исследование окрестности волны вблизи особой линии. Изв. АН АрмССР, Механика, 1971, т. XXIV, № 1, 16—37.
12. *Багдоев А. Г.* Определение нелинейных уравнений движения среды в окрестности точки касания ударных волн. Докл. АН АрмССР, 1971, т. LII, № 4, 201—208.
13. *Багдоев А. Г., Даноян З. Н.* Вывод нелинейных уравнений движения среды вблизи волны. Изв. АН АрмССР, Механика, 1972, т. XXV, № 1, 51—63.
14. *Багдоев А. Г., Даноян З. Н.* Исследования движения среды в окрестности точки касания ударных волн в линейной и нелинейной постановке. Журнал вычисл. матем. и матем. физики, 1972, т. XII, № 6, 1512—1529.
15. *Багдоев А. Г.* Уравнения нелинейной вязкотермомагнитоупругой среды вблизи фронтов волн. Изв. АН АрмССР, Механика, 1974, т. XXVII, № 1, 63—77.
16. *Багдоев А. Г.* Определение параметров движения жидкости в задаче отражения ударной волны от пластинки в линейной и нелинейной постановке. Изв. АН АрмССР, Механика, 1974, т. XXVII, № 6, 18—32.
17. *Минасян М. М.* О распространении слабых возмущений в магнитной газодинамике. Докл. АрмССР, 1972, т. LV, № 5.
18. *Минасян М. М.* Проникание тела в полупространство сжимаемой жидкости при наличии магнитного поля. Изв. АН АрмССР, Механика, 1972, т. XXV, № 3, 29—39.
19. *Минасян М. М.* Распространение слабых ударных волн в неоднородных движущихся средах. Ученые записки ЕрГУ, № 1, 1975.

20. *Багдоев А. Г.* Определение нелинейных уравнений движения среды вблизи каустики. Докл. АН АрмССР. 1971. т. LIII. № 1. 3—10.
21. *Манукян С. М.* Определение параметров движения среды вблизи каустики. Ученые записки ЕрГУ, 1974. № 3.
22. *Оганян Г. Г.* Распространение слабых ударных волн в химически активной среде в нелинейной постановке. Изв. АН АрмССР. Механика. 1973. т. XXVI. № 6. 3—17.
23. *Оганян Г. Г.* Слабые цилиндрические волны в химически активной среде. Изв. АН АрмССР. Механика. 1975. т. XXVIII. № 2. 31—43.
24. *Оганян Г. Г.* Определение параметров движения химически активной среды в окрестности каустики. Изв. АН АрмССР. Механика. 1974. т. XXVII. № 3. 31—46.
25. *Багдоев А. Г., Бегларенян Г. С.* Исследование сверхкритического течения в открытом водоводе конфузорной формы с произвольным продольным уклоном. Изв. АН АрмССР. Механика. 1975. т. XXVIII. № 2. 44—60.
26. *Бегларенян Г. С.* Расчет бурного потока в расширяющемся открытом водоводе с произвольным продольным уклоном. Изв. АН АрмССР. Механика. 1974. т. XXVII. № 5. 63—80.
27. *Азатян А. Д., Багдоев А. Г.* Некоторые задачи дифракции волн в электропроводящей жидкости. VI Всесоюзный симпозиум по дифракции и распространению волн. Цахкадзор. т. II. 1973.
28. *Азатян А. Д.* Задача о дифракции сильной магнитогазодинамической ударной волны около клина. Изв. АН АрмССР. Механика. 1974. т. XXVII. № 5. 47—62.
29. *Петросян Л. Г.* Уравнения пограничного слоя асимметрической магнитной гидродинамики. Изв. АН АрмССР. Механика. 1972. т. XXV. № 6. 50—60.
30. *Петросян Л. Г.* Об одной задаче пограничного слоя жидкости с моментными напряжениями. Изв. АН АрмССР. Механика. 1973. т. XXVI. № 3. 47—57.
31. *Петросян Л. Г.* Об одной задаче асимметрической магнитной гидродинамики. Изв. АН АрмССР. Механика. 1974. т. XXVII. № 6. 44—55.
32. *Соломонян Р. Ш.* Нестационарный скос потока за треугольным крылом при сверхзвуковом движении. Изв. АН АрмССР. Механика. 1972. т. XXV. № 5. 45—64.
33. *Асрян Н. Г.* Удар твердой пластинки о поверхность несжимаемой жидкости при наличии между ними газового слоя. Изв. АН АрмССР. Механика. 1972. т. XXV. № 6. 32—49.
34. *Галоян В. С., Варсегян О. А., Яламов К. Я.* Термодинамическая теория движения нелетучих умеренно крупных и крупных аэрозольных частиц. Сб. научных трудов Ер. Пед. ин-та. вып. 7. 1975.
35. *Саакян С. Г.* Распространение трехмерных нестационарных волн давления в полупространстве. Изв. АН АрмССР. Механика. 1975. т. XXVIII. № 6.