

Г. А. БАБАДЖАНИН, А. Е. ДАННЕЛЯН

## НЕСТАЦИОНАРНОЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ РЕАЛЬНОГО ГАЗА В ДЛИННОМ ГАЗОПРОВОДЕ С УЧЕТОМ УГЛА НАКЛОНА ТРУБОПРОВОДА

### § 1. Уравнения движения и краевые условия

Рассматривается одномерное нестационарное неизотермическое движение реального (вязкого) газа в длинном газопроводе с учетом влияния угла наклона газопровода. Влияние наклона газопровода на параметры движущегося газа становится существенным в гористой местности или когда газ подается по данному газопроводу большого диаметра с изменяющимся уклоном (даже незначительным) по отношению к горизонту. На газодинамические величины влияет также и изменение температуры газа вдоль газопровода. Это изменение обусловлено как самим движением газа, так и изменением температуры почвы, по которой проходит газопровод. Изменение температуры почвы вдоль газопровода наблюдается, когда газ подается из южных теплых краев в северные холодные края, в гористых местностях, или когда газ выходит из глубоких скважин на поверхность земли и т. д.

Нестационарность движения газа обусловлена многими факторами. Так, например, неравномерное потребление газа в течение суток, месяца, квартала и года, пусковые и отключающие режимы, различные аварийные случаи и т. п.

Решением аналогичных задач занимались многие исследователи. Так, например, в работах [1—9] рассмотрены задачи при различных геометрических, газодинамических и физико-химических условиях и найдены закономерности движения газа с той или иной точностью.

В настоящей статье принимается, что закон изменения температуры газа вдоль газопровода есть известная функция от координаты. Сделана попытка исследовать движение газа при наличии фактора нестационарности, уклона трубопровода и неизотермичности в указанном смысле.

Движение реального газа при вышеуказанных условиях описывается следующей системой уравнений [1]:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\gamma u^2}{2d} + \gamma g \sin \alpha \\ - \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) \\ p = \gamma R T \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $z$  — коэффициент сжимаемости газа,  $p$  — среднее по сечению трубы давление,  $\rho$  — плотность,  $u$  — скорость,  $\lambda$  — коэффициент сопротивления,  $d$  — диаметр трубы,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $x$  — координата,  $R$  — газовая постоянная,  $t$  — время,  $\alpha$  — угол наклона трубопровода к горизонту,  $T$  — абсолютная температура газа (заданная функция от  $x$ ).

Исключая из системы (1.1) переменные  $u(x, t)$ ,  $\rho(x, t)$ , получим следующее уравнение относительно квадрата давления:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{1}{T} \frac{dT}{dx} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{2g \sin \alpha}{zRT} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{4g \sin \alpha}{zRT} \frac{dT}{dx} P =$$

$$= \sqrt{\frac{z}{dzRT} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{2g \sin \alpha}{z^2 R^2 T^2 d} \frac{\partial P}{\partial t}} \quad (1.2)$$

где

$$P(x, t) = p^2(x, t)$$

Исходя из практических целей при решении поставленной задачи зададимся следующими краевыми условиями:

$$\text{при } x = 0 \quad P = P_0 = \text{const}$$

$$\text{при } x = L \quad \frac{\partial P}{\partial x} = - \frac{zRT_x}{ds^2} (G^2(t) - \frac{2g \sin \alpha}{RT_x} P) \quad (1.3)$$

$$\text{при } t = 0 \quad P(x, 0) = P_0(x)$$

где  $P_0$  и  $P_x$  — значения квадрата давления в начале и в конце трубопровода,  $G(t)$  — заданная функция, характеризующая закон изменения расхода в конце трубопровода,  $T_x$  — значение абсолютной температуры газа в конце трубы,  $L$  — длина трубопровода,  $P_0(x)$  — значение квадрата давления при стационарном режиме работы.

Очевидно, что точное функциональное решение нелинейного дифференциального уравнения в частных производных (1.2) при заданных краевых условиях (1.3) не представляется возможным. Для того, чтобы иметь возможность учитывать влияние всех вышеуказанных факторов на параметры движения газа, то есть интегрировать уравнение (1.2) без каких-либо упрощающих допущений или дополнительных предположений, прибегаем к численному интегрированию уравнения (1.2).

## § 2. Решение уравнения (1.2)

Предположим, что температура газа изменяется по линейному закону, то есть

$$T(x) = T_0 \left( 1 + \frac{T_x - T_0}{T_0 L} x \right) = T_0 (1 + Kx) \quad (2.1)$$

где  $K = \frac{T_x - T_0}{T_0 L}$ , а  $T_0$  — значение абсолютной температуры газа в начале трубопровода.

Значение функции  $P_0(x)$  или решение уравнения (1.2) без правой части будет [8]

$$P_0(x, z) = \frac{P_n(1 - KL) \frac{2g \sin z}{RT_n K} - P_n}{(1 + KL) \frac{2g \sin z}{RT_n K} - (1 - KL)^2} (1 - Kx)^2 - \frac{[P_n(1 - KL)^2 - P_n](1 - Kx) \frac{2g \sin z}{RT_n K}}{(1 + KL) \frac{2g \sin z}{RT_n K} - (1 - KL)^2} \quad (2.2)$$

Из второго уравнения системы (1.3) видно, что нестационарность движения обусловлена поведением функции  $G(t)$ , вид которой выбирается в зависимости от закона изменения расхода газа в конце трубопровода (от характера потребителя).

Предположим, что расход газа в конце трубопровода изменяется по следующему закону:

$$G(t, z) = G_0(z) \left( 1 - \frac{1}{2} \sin \omega t \right) \quad (2.3)$$

Здесь  $G_0(z)$  — расход газа при стационарном режиме работы,  $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ , где  $\tau$  — полный период колебания расхода газа в течение суток ( $\tau = 24$  часа).  $G_0(z)$  вычисляется по следующей формуле [8]:

$$G_0(z) = s \left[ - \frac{2d}{zRT_n} \left( K - \frac{g \sin z}{RT_n} \right) \frac{P_n(1 + KL) \frac{2g \sin z}{RT_n K} - P_n}{(1 - KL) \frac{2g \sin z}{RT_n K} - (1 + KL)^2} \right]^{1/2} \quad (2.4)$$

Переходя к безразмерным величинам в уравнении (1.2) и в краевых условиях (1.3) с помощью выражений

$$P = P_n \bar{P}, \quad T = T_n \bar{T}, \quad x = L \bar{x}, \quad t = t \bar{t}, \quad G = G_0 \bar{G} \quad (2.5)$$

получим

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \bar{x}^2} = \sqrt{- \frac{1}{z \bar{P} \bar{T}} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} - \frac{2Lg \sin z}{z^2 RT_n \bar{T}^2} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{t}}} + \left( \frac{1}{\bar{T}} \frac{d \bar{T}}{d \bar{x}} - \frac{2Lg \sin z}{z T_n RT} \right) \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} + \frac{4Lg \sin z}{z RT_n \bar{T}^2} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} \bar{P} \quad (2.6)$$

при  $x = 0$

$$\bar{P} = 1$$

при  $x = 1$

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} = AG^2(t) - \frac{2LP_n \sin z}{P_n RT_n} \quad (2.7)$$

при  $t = 0$

$$\bar{P} = P_n(x)$$

$$\text{где } A = -\frac{zRT_x L G_0^2}{2dgP_{01} s^2}$$

$P_{01}$ ,  $T_{01}$ ,  $L$ ,  $t_0$ ,  $G_0$  — соответственно характерные давление, температура, длина, время и расход.

Характерное время определяется из уравнения (1.2)

$$t_0 = \sqrt{\frac{L^2}{RT_{01}d}}$$

Для удобства записи черточки сверху опущены.

Напишем уравнение (2.6) в следующем виде:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{M} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{C_1 - C_2 \sin^2 \alpha}{MT} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{2C_1 C_2 \sin^2 \alpha}{MT^2} P \quad (2.8)$$

где

$$M = \frac{1}{T} \sqrt{-\frac{T}{zP} \frac{\partial P}{\partial x} - C_2 \sin^2 \alpha}$$

$$C_1 = -\frac{dT}{dx}, \quad C_2 = \frac{2Lg}{zRT_{01}}$$

Если обозначить

$$N = -\frac{C_1 - C_2 \sin^2 \alpha}{MT}, \quad H = -\frac{2C_1 C_2 \sin^2 \alpha}{MT^2}$$

уравнение (2.8) примет следующий вид:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{M} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - N \frac{\partial P}{\partial x} - HP \quad (2.9)$$

Сравнивая уравнение (2.9) с модельным уравнением (3.1) работы [6], замечаем, что схему и метод численного решения уравнения (3.1) можно применить к решению данной задачи. Конкретно задача решается методом прогонки [10]. Для этой цели на ЭВМ «Раздан-3» составлена программа, реализующая метод прогонки.

Определяя давление из уравнения (2.9), можно вычислить значения плотности, скорости и расхода с помощью следующих формул:

$$\rho = \frac{1}{zRT(x)} p(x, t) \quad (2.10)$$

$$u(x, t) = \sqrt{\frac{2dR}{z} \frac{T(x)}{p(x, t)} \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} - \frac{2d \sin^2 \alpha}{z}} \quad (2.11)$$

$$G(x, t) = \frac{s}{zRT(x)} p(x, t) u(x, t) \quad (2.12)$$

## § 3. Численный пример

Зададим следующие числовые данные:

$$\begin{aligned} L &= 10^4 \text{ м} & p_n &= 25 \text{ атм} \\ T_n &= 310^\circ & p_1 &= 10 \text{ атм} \\ T_1 &= 280^\circ & z &= 0.012 \\ k &= 50 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{град}} & d &= 0.7 \text{ м} \\ \alpha &= 0, \quad 5^\circ, \quad 10^\circ & z &= 0.93 \end{aligned}$$

Для этих данных, вычисляя значения расхода газа по формуле (2.4) и значения квадратов давления по формуле (2.2), получим

$$\begin{aligned} G_0(0) &= 25.4 \text{ кг/сек}, & G_0(10^\circ) &= 31 \text{ кг/сек} \\ G_0(-5^\circ) &= 73 \text{ кг/сек} \\ P_0(x, 0) &= 4.56(1 - 0.09677x)^2 = 3.56 \\ P_0(x, 5^\circ) &= -0.305(1 - 0.09677x)^2 + 1.305(1 - 0.09677x)^{11 \cdot 063} \\ P_0(x, -5^\circ) &= 1.276(1 - 0.09677x)^2 - 0.276(1 - 0.09677x)^{-11 \cdot 063} \\ G(t) &= G_0(x) \left(1 - \frac{1}{2} \sin 0.13t\right) \end{aligned}$$

Для решения задачи интервал  $[0; 1]$ , соответствующий длине газопровода, разбивается на 20 участков, то есть

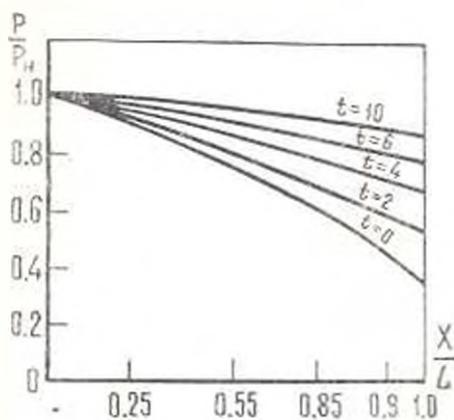
$$h = 0.05; \quad k = 0.01$$

где  $h$  — шаг по переменной  $x$ , а  $k$  — шаг по переменной  $t$ .

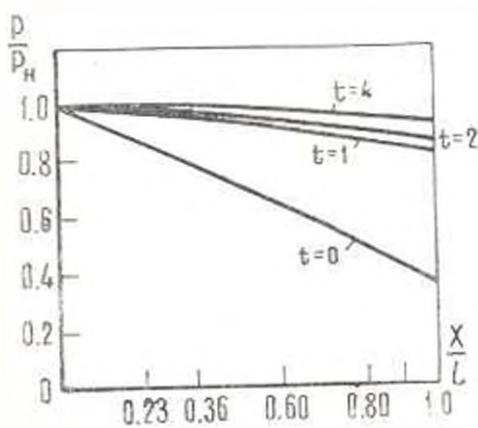
Употребляется четырехточечная неявная схема и обеспечивается практическая сходимость метода [11].

Распределения давлений и скоростей по длине газопровода в отдельные моменты времени приведены на фигурах 1, 2, 3, 4, 5, 6. На фиг. 1, 2 и 3 изображены графики распределения давлений соответственно для случаев  $\alpha = 0$ ,  $+5^\circ$  и  $-5^\circ$ , а на фигурах 4, 5 и 6 — графики распределения скоростей для этих же значений угла наклона. Из фиг. 2 и 3 видно, что при увеличении угла наклона  $\alpha$  давление увеличивается, а при уменьшении, наоборот — уменьшается. Например, давление при  $\alpha = -5^\circ$  в момент  $t = 2$  в конце трубопровода по сравнению со значением давления при  $\alpha = 0$  увеличивается в 16 раз. Это расхождение с течением времени уменьшается.

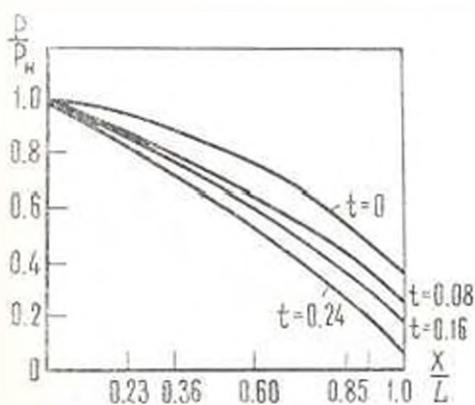
Из фигуры 5 видно, что в отличие от изотермического движения, графики скоростей при  $\alpha = -5^\circ$ , начиная с некоторого момента времени, меняют направление вогнутости относительно оси  $Ox$ .



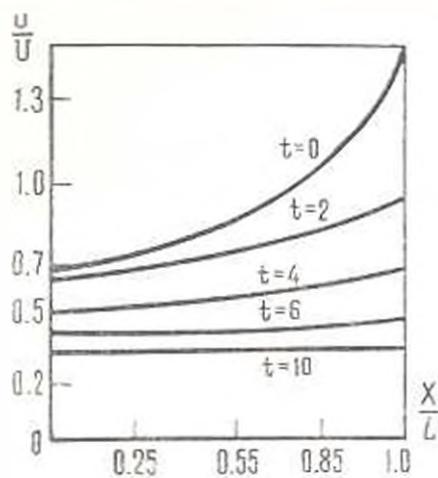
Фиг. 1.



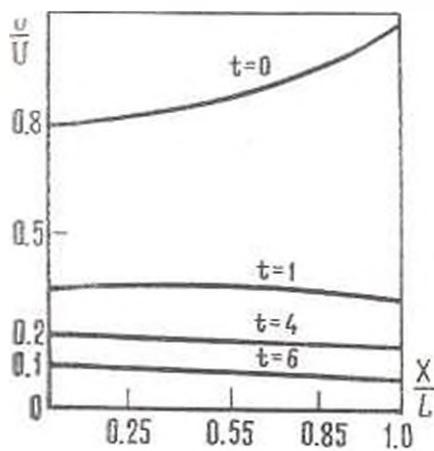
Фиг. 2.



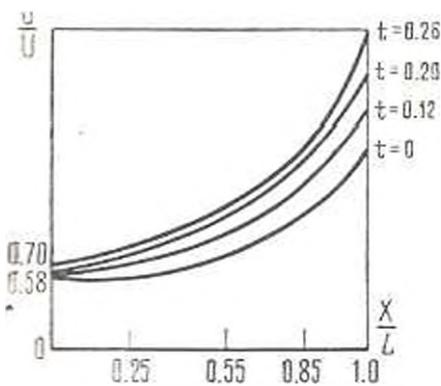
Фиг. 3.



Фиг. 4.



Фиг. 5.



Фиг. 6.

Таблица 1

Изменение расхода газа при  $\alpha = 0$ 

$t \backslash x$	0	0.25	0.40	0.55	0.65	0.80	0.90	0.95	1
0	3.073	3.069	3.066	3.061	3.057	3.046	3.031	3.011	2.990
1	3.012	3.006	2.996	2.981	2.967	2.938	2.914	2.873	2.840
2	2.831	2.825	2.815	2.798	2.783	2.753	2.728	2.686	2.670
3	2.623	2.618	2.608	2.594	2.582	2.557	2.536	2.512	2.490
4	2.421	2.417	2.410	2.398	2.388	2.368	2.352	2.333	2.320
5	2.235	2.232	2.226	2.217	2.209	2.193	2.180	2.165	2.150
6	2.068	2.066	2.061	2.053	2.047	2.035	2.025	2.013	2.001
7	1.922	1.920	1.916	1.910	1.905	1.896	1.888	1.879	1.870
8	1.798	1.797	1.794	1.789	1.785	1.778	1.772	1.766	1.760
9	1.699	1.697	1.695	1.692	1.689	1.684	1.680	1.675	1.670
10	1.625	1.624	1.623	1.620	1.619	1.615	1.612	1.609	1.600

Таблица 2

Изменение расхода газа при  $\alpha = 5$ 

$t \backslash x$	0	0.25	0.40	0.55	0.65	0.80	0.90	0.95	1
0	6.571	5.978	5.559	5.162	4.908	4.543	4.309	4.082	3.97
1	2.779	2.764	2.733	2.686	2.647	2.576	2.522	2.464	2.43
2	2.188	2.185	2.179	2.172	2.165	2.152	2.141	2.129	2.12
3	1.884	1.882	1.877	1.870	1.865	1.854	1.845	1.835	1.82
4	1.572	1.570	1.566	1.561	1.556	1.546	1.539	1.531	1.52
5	1.243	1.241	1.238	1.233	1.229	1.221	1.215	1.208	1.20
6	0.875	0.874	0.872	0.868	0.865	0.859	0.854	0.848	0.84
7	0.355	0.354	0.353	0.351	0.348	0.344	0.340	0.336	0.331

Таблица 3

Изменение расхода газа при  $\alpha = 5^\circ$ 

$t \backslash x$	0	0.25	0.40	0.55	0.65	0.80	0.90	0.95	1
0	2.026	2.145	2.252	2.378	2.472	2.627	2.737	2.834	2.842
0.04	2.172	2.210	2.281	2.341	2.477	2.621	2.731	2.832	2.845
0.08	2.241	2.268	2.326	2.415	2.491	2.625	2.724	2.808	2.794
0.12	2.294	2.316	2.364	2.441	2.507	2.628	2.716	2.781	2.720
0.16	2.338	2.356	2.398	2.465	2.525	2.632	2.710	2.752	2.621
0.20	2.385	2.391	2.428	2.488	2.541	2.636	2.703	2.719	2.473
0.24	2.409	2.422	2.455	2.508	2.555	2.640	2.696	2.681	2.142
0.26	2.424	2.436	2.467	2.517	2.560	2.641	2.692	2.660	2.630

Сравнивая результаты при  $\alpha = +5^\circ$  и  $\alpha = -5^\circ$ , замечаем, что изменение угла наклона газопровода приводит к существенным количественным изменениям параметров газа.

Изменения расхода газа при  $\alpha = 0, \pm 5^\circ$  приведены в таблицах 1, 2 и 3. Из таблиц видно, что при одинаковых остальных условиях расход в случае  $\alpha > 0$  меньше, чем при  $\alpha < 0$ . Сравнивая результаты, полученные в этой работе, с результатами работы [7], можно утверждать, что неадиабатичность движения также влияет на характерные величины газа.

Ереванский государственный  
университет

Поступила 17 VI 1975

## Ք. Ա. ԲԱԲԱԺՅԱՆԻ, Ա. Ե. ԴԱՆԵԼՅԱՆԻ

### ԻՐԱՎԱՆ ԳԱՅԻ ՈՋ ԱՏԱԾԻՐՈՒՄԸ ՈՋ ԻՉՈՒԹՆԵՐԻ ՇԱՐՃՈՒԹՅՆ ԵՐԿԱՐ ՉԱՅՂԱԿՐԵՒՄԻՆԻ ԳԱՅՈՎՈՐՈՒՄԻ ԻՆՎԵՐՏԻԱՆ ԱՆԿՅԱՆ ՉԱՇՂԱԿՐԵՒՄԻՈՎ

#### Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Իրադրվում է իրական գազի ոչ ստացիոնար շարժումը երկար գազամուղում: Հետազոտվում է գազամուղի լերովյան անկյան և գազի շարժատրամանի փոփոխության ազդեցությունը գազոդինամիկական պարամետրերի վրա:

Խնդիրը բերվում է մասնական սահմանային երկրորդ կարգի ոչ զմային դիֆֆերենցյալ չափաօրման լուծման որոշակի եզրային պայմանների առկայությամբ: Ստացվում չափաօրման լուծվում է թվային մեթոդով «Հրապարակ» 3» էՄԻ-ի վրա:

Իրոջվում են ճնշման, արագության և ելքի փոփոխման օրենքները վերը նշված պայմանների առկայության դեպքում:

## NON-STATIONARY, NON-ISOTHERMAL MOTION OF REAL GAS IN A LONG GAS PIPE WITH REGARD FOR THE EFFECT OF THE LATTER'S SLOPE

G. A. BABADJANIAN, I. E. DANIELIAN

### S u m m a r y

Non-stationary motion of real gas in a long gas pipe is considered with regard for the effect of the latter's angle of slope and of motion non-isothermality on gasodynamic characteristics. The problem is reduced to the solution of a non-linear differential equation of the second order in partial derivatives with fixed boundary conditions. The differential equation obtained is solved by the difference method. The laws of variation in pressure, velocity and discharge are found with regard for the above factors.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Черный И. А. Неустойчившееся движение реальной жидкости в трубах. Гос. изд. тех.-теор. литературы, М.—А., 1951.
2. Галиулин Э. Т., Черников В. И. Некоторые вихри неустойчившегося движения в трубопроводах. Изв. ВУЗ-ов, «Нефть и Газ», № 12, 1960.
3. Бабаджанян Г. А. Движение газа в длинном газопроводе при переменном расходе на конце трубы. Изв. ВУЗ-ов, «Нефть и Газ», № 1, 1961.
4. Шалимов Б. В. Неизотермические течения реального газа в газопроводе. ИФЖ, т. VI, № 2, 1963.
5. Кривошшин Б. А., Минская Е. М., Радченко В. П., Ходонович И. Е., Хублярян М. Г. ИФЖ, т. I, № 4, 1967.
6. Бабаджанян Г. А., Даниелян А. Е. Неустойчившееся движение реального газа в цилиндрической трубе с пористыми стенками. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. XXIV, № 6, 1971.
7. Бабаджанян Г. А. Нестационарное движение реального газа в длинном газопроводе с учетом влияния уклона профиля трассы. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. XXVII, № 3, 1974.
8. Бабаджанян Г. А. Стационарное неизотермическое движение реального газа в длинном газопроводе с учетом влияния уклона профиля трассы. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. XXVIII, № 3, 1975.
9. Горохова Н. Г. К вопросу о неустойчившемся режиме течения «горячих» трубопроводов. Изв. ВУЗ-ов, «Нефть и Газ», № 5, 1973.
10. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений, т. II. Гос. изд. физ.-мат. литературы, М., 1960.
11. Рунтмайер Р. Д. Разностные методы решения краевых задач. ИЛ, М., 1960.