

С. Բ. ՏԱԿՅԱՆ

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ ИДЕАЛЬНОЙ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Задачи о распространении волн давления в полубесконечной среде или в слое идеальной сжимаемой жидкости, возбужденных приложенным распространяющимся внешним давлением на свободной поверхности жидкости, были предметом многих исследований. Точное решение задачи распространения двумерных волн давления в слое идеальной сжимаемой жидкости, находящейся на недеформируемом полупространстве, дано в работе [1]. При этом предполагается, что на свободной поверхности жидкости вдоль прямой внезапно приложено произвольно зависящее от времени давление, которое затем симметрично распространяется с постоянной скоростью в обе стороны вдоль этой прямой. Точное решение задачи в виде замкнутых эффективных формул получено при помощи интегральных преобразований и метода Каньярда [2]. Публикации, имеющие отношение к рассматриваемым вопросам, приведены в этой работе. Другой подход, связанный с приведением интегральных трансформант к форме аналитической функции, дан в [3].

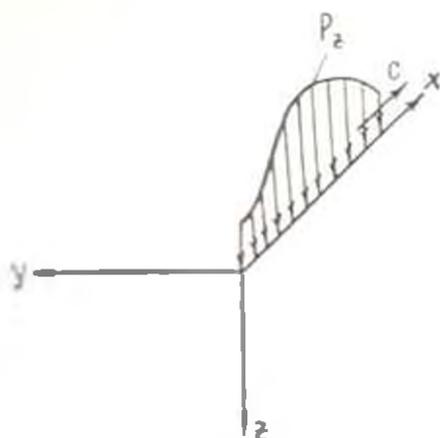
В настоящей работе исследуется распространение трехмерных нестационарных волн давления в полупространстве идеальной жидкости, когда в некоторой точке ее поверхности приложено произвольно изменяющееся во времени давление, которое непосредственно с постоянной скоростью распространяется в определенном направлении. Для получения точного решения в виде эффективных формул используются методы интегральных преобразований. Обратные преобразования выполнены модифицированным Де Гупом [4] методом Каньярда.

В качестве конкретного примера рассматривается случай, когда приложенное давление постоянно во времени. Отсюда, в частности, путем предельного перехода, получено решение задачи о распространении стационарных волн давления, возникающих при распространении вдоль прямой из поверхности полупространства жидкости постоянного давления. Кроме этого, как предельный случай, получается также решение задачи о распространении волн от постоянного давления, внезапно приложенного вдоль полупрямой на поверхности жидкости.

### § 1. Постановка задачи и ее решение

На поверхности полупространства идеальной сжимаемой жидкости в начале координат в момент времени  $t = 0$  приложено произвольно изменяющееся во времени давление, которое затем распространяется вдоль положи-

тельной оси  $x$  с постоянной скоростью  $c$  (фиг. 1). Требуется определить в линейной постановке трехмерное нестационарное поле давления в жидкости.



Фиг. 1.

Уравнение распространения волны давления в жидкости, начальные и граничные условия имеют вид

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1.1)$$

$$p|_{t=0} = \frac{\partial p}{\partial t}|_{t=0} = 0 \quad (1.2)$$

$$p|_{x=c} = P_0 H(x) H(ct - x) \delta(ct - x) \delta(y) \quad (1.3)$$

где  $c_0$  — скорость волн в жидкости,  $H$  — функция Хевисайда, а  $\delta$  — дельта-функция Дирака

Применим к уравнению (1.1) и к условию (1.3) преобразование Лапласа по  $t$  и преобразование Фурье по  $x$  и  $y$ :

$$\begin{aligned} \bar{p}(x, y, z, s) &= \int_0^\infty p(x, y, z, t) e^{-st} dt \\ \bar{p}(\alpha, \beta, z, s) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{p}(x, y, z, s) e^{-i\alpha x - i\beta y} dx dy \\ \bar{p} &= \frac{1}{4\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{p}(\alpha, \beta, z, s) e^{i\alpha x + i\beta y} d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (1.4)$$

После проведения обычных выкладок изображение давления по Лапласу принимает вид

$$\bar{p} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{f}\left(\frac{s}{c}\right)}{s + ic\tau} \exp[-(z n_0 - i\sigma x - i\sigma y)] dx dy \quad (1.5)$$

где

$$n_0 = \left(x^2 + y^2 + \frac{z^2}{c_0^2}\right)^{1/2} \quad (1.6)$$

Переходя к цилиндрическим координатам  $(r, \theta, z)$ , после замены переменных в интеграле (1.5) по  $|x|$

$$\alpha = \frac{s}{c_0} (\omega \cos \theta - q \sin \theta), \quad \beta = \frac{s}{c_0} (\omega \sin \theta + q \cos \theta) \quad (1.7)$$

получаем

$$\bar{p}(r, \theta, z, s) = \frac{1}{2\pi^2 c_0} \frac{s}{c} \bar{f}\left(\frac{s}{c}\right) \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K(\omega, q, \theta) \exp\left[-\frac{s}{c_0} (z m_0 - i\omega r)\right] d\omega dq \quad (1.8)$$

где

$$K(\omega, q, \theta) = (\gamma - i\omega \cos \theta) / [(\gamma + i\omega \cos \theta)^2 + q^2 \sin^2 \theta] \quad (1.9)$$

$$m_0 = (\omega^2 + q^2 + 1)^{1/2}, \quad \gamma = c_0 \omega \quad (1.10)$$

В плоскости комплексной переменной  $\omega$  подынтегральное выражение имеет простые полюсы

$$\omega_0^{\pm} = (-q \sin \theta + i\gamma) / \cos \theta \quad (1.11)$$

и точки ветвления

$$\omega_0 = \pm i \sqrt{q^2 + 1} \quad (1.12)$$

Чтобы обеспечить однозначность подынтегральной функции, в плоскости  $\omega$  проведены разрезы, как показано на фиг. 2, при этом  $\text{Re} m_0 > 0$ .

Рассмотрим в плоскости  $\omega$  линию  $\Gamma$ , на которой функция

$$t = \frac{1}{c_0} (z m_0 - i\omega r) \quad (1.13)$$

принимает только действительные и положительные значения. Эта линия представляет собой гиперболу

$$\omega^2 - (q^2 + 1) = \frac{c_0}{z} (i\tau - z) \sqrt{t^2 - t_0^2} \quad \text{при } t > t_0 \quad (1.14)$$

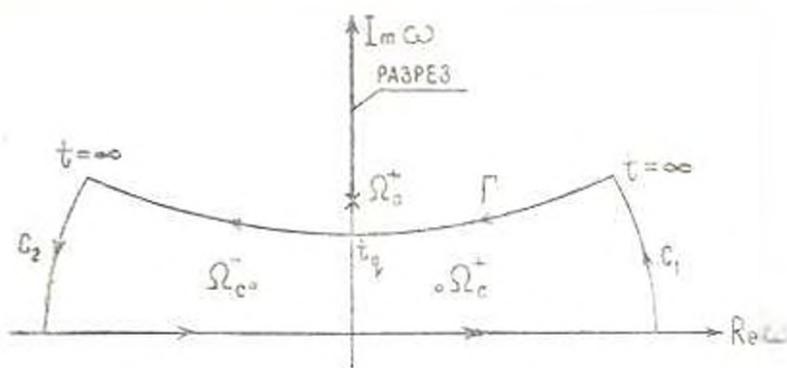
где

$$t_0 = t_0 \sqrt{q^2 + 1}, \quad t_0 = r/c_0, \quad \gamma = \sqrt{r^2 - z^2} \quad (1.15)$$

с вершиной в точке  $t = t_0$  ( $\omega = i\sqrt{q^2 + 1}r$ ). Вершина этой гиперболы всегда лежит ниже точки ветвления, так как  $r/c_0 < 1$ .

Рассмотрим в плоскости  $\omega$  замкнутый контур  $C$ , образованный действительной осью  $\omega$ , ветвью гиперболы и дугами окружности с бесконечно большим радиусом (фиг. 2). Полюсы  $\Omega_{\pm}$  лежат внутри  $C$ , если

$$\begin{aligned} 1) \quad \cos \theta > 0 \quad (x > 0) \quad 2) \quad \frac{c_1 t}{r^2} > \frac{1}{\cos \theta} \quad (t > T, \text{ где } T = \frac{r^2}{cx}) \\ 3) \quad \frac{c_2 c}{r^2} | \vec{r} - \vec{r}' | < a \operatorname{tg} \theta \end{aligned} \quad (3.16)$$

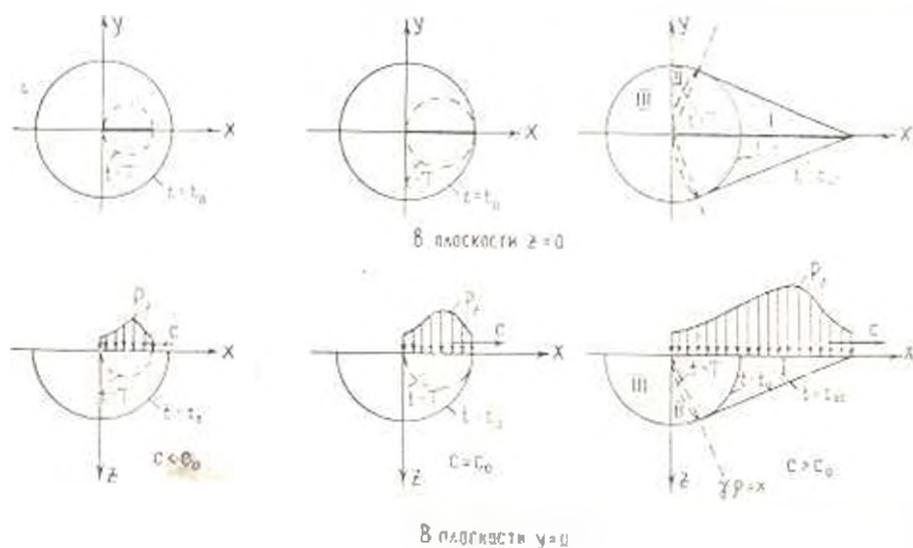


Фиг. 2.

Условия (2) и (3) эквивалентны условию  $q_1^2 > q_{\text{ли}}^2$ , где

$$q_{\text{ли}}^2 = (c_1^2 r^2 - x^2) z^2 r^2 \vec{r}, \quad l = 1 \quad \overline{y^2 - z^2} \quad (3.17)$$

По условиям (1-3) полупространство делим на три области, как показано на фиг. 3.

В плоскости  $y=0$ 

Фиг. 3.

Область I:  $x > 0, x/\gamma > \tau$ . Полюсы лежат внутри  $C$  для  $q \in [0, \infty)$ .

Область II:  $x > 0, x/\gamma < \tau$ . Полюсы лежат внутри  $C$  для  $q \in [q_0, \infty)$  и лежат вне  $C$  для  $q \in [0, q_0)$ .

Область III:  $x < 0$ . Полюсы лежат вне  $C$  для  $q \in [0, \infty)$ .

Заметим, что область I при дозвуковом распространении приложенияго давления ( $\gamma > 1$ ) отпадает, так как  $x/\gamma$  всегда меньше  $\tau$ .

Пользуясь теорией вычетов Коши и леммой Жордана, преобразуя интеграл (1.8) по действительной оси  $\omega$  к интегралу по ветви гиперболы (1.14), получим

$$\begin{aligned} \bar{p} = & \frac{s \bar{f}\left(\frac{s}{c}\right)}{\pi^2 c_0} \left[ \text{v. p.} \int_0^{\infty} \int_{q_0}^{\infty} \text{Re} \left[ K(\omega(q), q, t) \frac{\omega(q)}{q} \right] e^{-st} dt dq - \right. \\ & \left. + \frac{\pi H(x)}{\cos \gamma} [H(x - \gamma \tau) H(x - \gamma \tau) + H(\gamma \tau - x)] \right] \\ & \times \int_0^{\infty} \text{Re} \exp \left[ -\frac{s}{c_0} (z \sqrt{\Omega^2 + q^2 + 1} - i \Omega \tau) \right] dq \quad (1.18) \end{aligned}$$

где

$$\omega(q) = \omega_0(q), \quad \Omega = \Omega_0, \quad Q = \begin{cases} 0 & \text{при } x - \gamma \tau < 0 \\ q_0 & \text{при } x - \gamma \tau > 0 \end{cases} \quad (1.19)$$

Двойной интеграл в формуле (1.18) является несобственным и интегрируется в смысле главного значения по Коши. Особенность подынтегральной функции обусловлена тем, что при  $t = T$  и при  $q \rightarrow q_0$  полюсы  $\Omega_0$  лежат на контуре интегрирования.

Изменяя порядок интегрирования в двойном интеграле (1.18), получим преобразование Лапласа известной функции

$$\int_0^{\infty} [H(t - t_0) \text{v. p.} \int_0^{\infty} \int_{q_0}^{\infty} \text{Re} \left[ K(\omega(q), q, t) \frac{\omega(q)}{q} \right] dq] e^{-st} dt \quad (1.20)$$

где

$$q_0 = \sqrt{z^2 - 1}, \quad t_0 = t_0 \quad (1.21)$$

Чтобы привести второй интеграл формулы (1.18) к преобразованию Лапласа известной функции, рассмотрим в плоскости комплексной переменной  $q$  частный контур, на котором функция

$$z = \frac{k}{c_0} (z \sqrt{\Omega^2 + q^2 + 1} - i \Omega \tau) \quad (1.22)$$

принимает действительные и положительные значения. Выражение (1.22) определяет параметрическое уравнение одной ветви гиперболы

$$q^*(t) = -i\gamma \sin \theta + \frac{\gamma \cos \theta}{F} (k_0 y \pm zx) \quad \text{при } t > t_0, \quad (1.23)$$

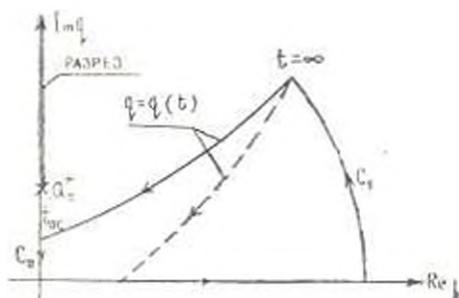
где

$$t_0 = \frac{1}{c} \left[ x + \left( \frac{c^2}{c_0^2} - 1 \right)^{1/2} l \right], \quad z = \left[ \frac{c^2}{c_0^2} - \left( \frac{c^2}{c_0^2} - 1 \right) F^2 \right]^{1/2}, \quad \xi = ct - x \quad (1.24)$$

Гипербола (1.23) с вершиной в точке  $q = -i\gamma \sin \theta - i(\gamma l / c) \times \times [1 - \gamma^2 \cos^2 \theta]$  пересекает мнимую ось  $q$  ниже точки ветвления подынтегральной функции  $Q_0 = -i\gamma \sin \theta - i \left[ \frac{c^2}{c_0^2} - \gamma^2 \cos^2 \theta \right]$  и выше действительной оси  $q$ , если  $\frac{c^2}{c_0^2} - x < 0$  (область I). В случае, если  $\frac{c^2}{c_0^2} - x > 0$  (область II), гипербола пересекает действительную ось  $q$  в соответствии с нижним пределом интеграла.

Рассмотрим подынтегральное выражение однопериодического интеграла (1.18) по замкнутому контуру, образованному дополнительными линиями  $C_0, C_1$ , частью гиперболы  $q(t) = q^*(t)$  и действительной положительной осью  $q$  (рис. 4). Пользуясь леммой Жордана и тем, что действительная часть интеграла по  $C_0$  равна нулю, получим

$$\begin{aligned} & \frac{\pi H(x)}{\cos \theta} \int_0^{\infty} [H(1-\gamma) H(x-\gamma t) H(t-t_0) - \\ & - H(\gamma_0-x) H(t-T)] \operatorname{Re} \frac{\partial q(t)}{\partial t} e^{-it} dt \end{aligned} \quad (1.25)$$



Фиг. 4.

Обращая преобразования Лапласа (1.20), (1.25) и пользуясь интегралом Дюамеля, получим

$$\begin{aligned} p(r, \theta, z, t) = & \frac{f(0)}{-c_0} \left[ H(t-t_0) \text{ v. p. } \int_0^{\infty} \operatorname{Re} \left[ K(w(q), q, \theta) \frac{\partial w(q)}{\partial t} \right] dq + \right. \\ & \left. + \frac{\pi H(x)}{\cos \theta} [H(1-\gamma) H(x-\gamma t) H(t-t_0) - H(\gamma_0-x) H(t-T)] \operatorname{Re} \frac{\partial q(t)}{\partial t} \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\pi^2 c_0} \left\{ H(t-t_0) \int_{t_0}^t \text{v. p.} \int_0^{\infty} \text{Re} \left[ K(i\omega(q), q, \theta) \frac{\partial \omega(q)}{\partial t} \right] \Big|_{t_0} \right. \\
& + \frac{H(x)}{\cos \theta} \left[ H(1-\gamma) H(x-\gamma) H(t-t_0) \int_{t_0}^t \text{Re} \left[ \frac{\partial q(t)}{\partial t} \right] \Big|_{t_0} \frac{d}{d\tau} f(c(t-\tau)) d\tau - \right. \\
& \left. \left. + H(\gamma_2 - x) H(t-T) \int_T^t \text{Re} \left[ \frac{\partial q(t)}{\partial t} \right] \Big|_{t_0} \frac{d}{d\tau} f(c(t-\tau)) d\tau \right] \right\} \quad (1.26)
\end{aligned}$$

На основе анализа полученного решения на фиг. 3 показана картина распространения волны в полупространстве сжимаемой жидкости для трех скоростей распространения приложенного давления: дозвуковой ( $c < c_0$ ), звуковой ( $c = c_0$ ) и сверхзвуковой ( $c > c_0$ ).

Для дозвуковой скорости распространения давления  $H(1-\gamma) = 0$ , и в жидкое полупространство распространяется только полусферическая волна с фронтом  $t = t_0$ . Для сверхзвуковой скорости картина распространения волны в жидкую среду существенно меняется: кроме полусферической волны распространяется связанная с фронтом приложенного давления коническая волна, фронтом которой является поверхность конуса  $t = t_0$ , при  $x > \gamma$  и  $x > 0$ . Позади коническая волна ограничена поверхностью  $t = T$ , которая представляет собой полусферическую поверхность с центром  $x = ct/2$ ,  $t = 0$  и радиусом  $ct/2$ . Поверхность  $t = T$  не является характеристической поверхностью или же сгибающей характеристических поверхностей волны давления, поэтому она не представляет собой фронта волны. Давление не имеет разрыва на этой линии. В отличие от метода Смирнова—Соболева метод Каньярда дает решение задачи в областях позади фронта каждой волны с подвижными границами. Не правы авторы работы [1], считающие, что ими были впервые обнаружены подвижные границы областей, так называемые «фронты» волн, которые связаны с распространяющимися давлениями, на которых исследуемые величины не терпят разрывов. Существование этих «фронтов» волн в задачах динамической теории упругости общезвестно [5, 6 и др.].

## § 2. Решение для постоянного давления

Рассмотрим решение задачи, когда приложенное давление постоянное, то есть

$$f(ct - x) = P_0 = \text{const} \quad (2.1)$$

Из формулы (1.26) имеем

$$\begin{aligned}
p = & \frac{P_0 H(t-t_0)}{2\pi^2 c_0 \cos \theta} \text{v. p.} \int_0^{\infty} \frac{d}{d\tau} \left[ \arg(\gamma - i\omega(q) \cos \theta - iq \sin \theta) - \right. \\
& \left. + \arg(\gamma + i\omega(q) \cos \theta - iq \sin \theta) \right] dq
\end{aligned}$$

$$- \frac{P_0 H(x)}{c_0 \cos \vartheta} [H(1-\gamma) H(x-\gamma\rho) H(t-t_0) + H(\gamma\rho-x) H(t-T)] \operatorname{Re} \frac{\partial q(t)}{\partial t} \quad (2.2)$$

где значения функции  $\operatorname{arctg} z$  лежат в промежутке  $(-\pi, \pi]$ .

Вычисляя значения подынтегральной функции, после некоторых упрощений с помощью замены переменной интегрирования  $z = q_0 \sin \varphi$ , получим

$$p = \frac{P_0 H(t-t_0) x}{2^2 l^2 \cos \vartheta} \left\{ \text{v. p.} \int_0^{z_1} \frac{a^2 l \cos^2 \varphi x + q_0^2 \cos \varphi \cos(\varphi - \lambda)}{a^2 - q_0^2 \cos^2(\varphi - \lambda)} dz - \right. \\ \left. - \text{v. p.} \int_{z_2}^1 \frac{a^2 l \cos^2 \varphi x - q_0^2 \cos \varphi \cos(\varphi + \lambda)}{a^2 - q_0^2 \cos^2(\varphi + \lambda)} dz \right\} - \\ - \frac{P_0 H(x) z^2}{\pi a l^2} [H(1-\gamma) H(x-\gamma\rho) H(t-t_0) - H(\gamma\rho-x) H(t-T)] \quad (2.3)$$

где

$$z \cos \vartheta = l \cos \lambda, \quad p \sin \vartheta = l \sin \lambda, \quad a = (\gamma\rho - \pi x) l \quad (2.4)$$

Заменяя  $\operatorname{arctg}(\varphi - \lambda)$  и  $\operatorname{arctg}(\varphi + \lambda)$  через  $\chi$  в первом и во втором интегралах соответственно, имеем

$$p = \frac{P_0 H(t-t_0) x z}{2\pi^2 l^2 \cos \vartheta} \left\{ z + \frac{p \xi}{\gamma x} \left| \operatorname{arctg} z \frac{xz(l^2 - \xi^2)}{y^2 y} + \right. \right. \\ \left. \left. + \operatorname{arctg} \frac{y(l^2 - \xi^2)}{\gamma x} - \operatorname{arctg} \frac{\gamma^2 y}{xz(l^2 - \xi^2)} - \operatorname{arctg} \frac{\gamma x}{y(l^2 - \xi^2)} \right| \right\} + \\ + \frac{P_0 H(x) z^2}{\pi l^2} [H(1-\gamma) H(x-\gamma\rho) H(t-t_0) + H(\gamma\rho-x) H(t-T)] \quad (2.5)$$

Давление, как видно из (2.5), непрерывно на поверхности  $t=T$ ,  $\gamma\rho-x > 0$ , что и следовало ожидать из физических соображений. Однако, давление вблизи фронтов волны имеет разрыв непрерывности, причем конечный—на полусферическом фронте и бесконечный разрыв, порядка  $\frac{1}{2}$ , на коническом фронте ( $t=t_0$ ,  $\gamma\rho-x < 0$ ). На линии смыкания сферических и конических фронтов волны, то есть на линии пересечения поверхностей  $t=t_0$  и  $t=t_0$ , решение теряет смысл. Оно имеет бесконечный разрыв непрерывности на этих линиях.

Рассмотрим некоторые частные задачи, решение которых получается из (2.5) с помощью предельных переходов.

а) В случае несжимаемой жидкости  $c_0 \rightarrow \infty$  ( $\gamma \rightarrow \infty$ ) и решение имеет вид

$$p = \frac{P_0 H(t) xz}{2\pi^2 t_0^3} \left\{ \pi + \frac{\gamma_0}{xz} \left[ \operatorname{arctg} \frac{xz(t_0^2 - iz)}{z_0^2 y} + \operatorname{arctg} \frac{y(t_0^2 - iz)}{z_0^2 x} + \right. \right. \\ \left. \left. + \operatorname{arctg} \frac{z_0^2 y}{xz(t_0^2 - iz)} + \operatorname{arctg} \frac{z_0^2 x}{y(t_0^2 - iz)} \right] \right\} + \frac{P_1 H(x) H(t - T) z^2}{\pi^2 z_0} \quad (2.6)$$

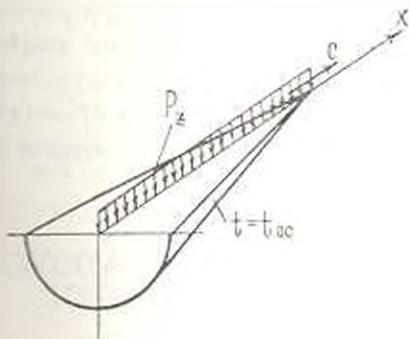
где

$$z_0 = \sqrt{z^2 + l^2} \quad (2.7)$$

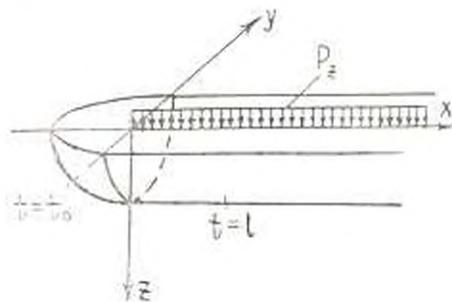
б) Рассмотрим решение (2.5) после длительного времени, когда переходные процессы затухают и  $\epsilon > \epsilon_0$ . При этом  $H(t - T) = 1$ ,  $H(t - t_0) = 0$  и оставшиеся члены (2.5) дают решение задачи о распространении стационарных волн давления в полупространстве идеальной сжимаемой жидкости, обусловленные движущимся вдоль прямой постоянным давлением (фиг. 5). Таким образом, получим

$$p = \frac{P_0 H(t - t_0) z^2}{\pi z l^2} \quad (2.8)$$

Заметим, что для случая  $\epsilon < \epsilon_0$  формула (2.8) не является стационарным решением. В этом случае, при  $t \rightarrow \infty$ , необходимо учесть наличие полусферических волн. Эти вычисления мы не приводим.



Фиг. 5.



Фиг. 6.

в) Наконец, решение задачи о распространении волн давления в жидком полупространстве, поверхность которого возбуждается внезапно приложенным вдоль некоторой полупрямой постоянным давлением (фиг. 6), получим путем перехода к пределу при  $\epsilon \rightarrow \infty$  ( $\gamma \rightarrow 0$ ).

$$p = \frac{P_0 H(t - t_0) xz}{2\pi^2 t_0^3} \left\{ \pi - \frac{\gamma_0}{x} \left[ \operatorname{arctg} \frac{z_0 x^2 z}{y l^2} + \operatorname{arctg} \frac{z_0 y}{z} + \right. \right. \\ \left. \left. + \operatorname{arctg} \frac{y l^2}{z_0 x^2 z} + \operatorname{arctg} \frac{z}{z_0 y} \right] \right\} + \frac{P_0 H(x) H(t - T) z_0 z}{\pi l^2} \quad (2.9)$$

где

$$z_0 = \frac{\gamma_0 l}{\sqrt{c_0^2 t_0^2 - l^2}} \quad (2.10)$$

Решения последних задач получаются также указанным здесь методом и совпадают с полученными результатами.

Ереванский политехнический институт  
им. К. Маркса

Поступила 9 VI 1975

Ս. Գ. ՍԱԿՅԱՆ

ՃՆՇՄԱՆ ԵՌԱԶԱՓ ՉԿԱՏԱՆԱՅՎԱԾ ԱՎԻԵՆԻԻ ՏԱՐԱԿՆՈՒՄԸ  
ԻԳՆԱՎԱԿԱՆ ՍԵՂՄԵԼԻ շԵՂՈՒԿ ԿԻՍՏԱՏԱՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆՈՒՄ

Ա մ փ օ փ ո ս մ

Հարվածում բերվում է հեղուկ կիսատարածությունում ճնշման ալիքների տարածման մասին խնդրի լուծումը, երբ կիսատարածության մակերևույթի որևէ կետում կիրառված է ժամանակակից կամայական կախված ճնշում, որն անմիջապես հաստատուն արագությամբ տարածվում է մակերևույթի վրա որոշակի ուղղությամբ: Խնդրի ճշգրիտ լուծումը ստացվում է ինտեգրալ մեթոդների և կանյարդի մեթոդի օգնությամբ:

Այնուհետև քննարկվում է մասնավոր դեպք, երբ կիրառված ճնշումը ըստ ժամանակի հաստատուն է, որից սահմանային սեղման միջոցով, ստացվում է կայունացված ճնշման ալիքների տարածման մասին խնդրի լուծումը: Այդպիսի ալիքներ առաջանում են հեղուկ կիսատարածությունում մակերևույթի վրա ուղիղ զծով տարածվող հաստատուն ճնշումից: Բացի այդ, որպես սահմանային դեպք ստացվում է նաև հեղուկի մակերևույթի վրա կիսաուղիղի երկայնությամբ հանկարծակի ազդող հաստատուն ճնշումից առաջացած ալիքների տարածման մասին խնդրի լուծումը:

PROPAGATION OF THREE-DIMENSIONAL NON-STATIONARY  
PRESSURE WAVES IN A HALF-SPACE OF PERFECT  
COMPRESSIBLE LIQUID

S. G. SAHAKIAN

S u m m a r y

A solution is presented to the propagation problem of pressure waves in a half-space of liquid where at a certain point of its surface the pressure is applied varying arbitrarily with time and propagating immediately in a definite direction over the surface at a constant velocity. The accurate solution to the problem is obtained by the method of integral transformations and that of Cagniard.

Some particular cases are discussed where the applied pressure is constant in time.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Chwalczyk G., Raja J. and Wlodarczyk E. Propagation of Two-dimensional Non-Stationary Pressure Waves in a Layer of Perfect Compressible Liquid. Proc., Vibr. Probl., v. 14, No. 3, 1973.
2. Cagniard L. Reflection and Refraction of Progressive Seismic Waves. McGraw-Hill, N. Y., 1962.
3. Байдос А. Г. и Мартиросян Л. И. Решение ряда нестационарных пространственных задач для сплошной среды при наличии сосредоточенных импульсов. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. 27, № 2, 1974.
4. De Hoop A. T. A Modification of Cagniard's Method for Solving Seismic Pulse Problems. Applied Scientific Research, v. 2, 1959.
5. Gakenhelmer D. C. Response of an Elastic Half Space to Expanding Surface Loads. Transactions of the ASME, E 37, No. 1, 1970.
6. Саакян С. Г. Волны в упругом полупространстве, вызванные бегущей несимметричной нормальной нагрузкой. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. 27, № 1, 1974.