И. Е. ПРОКОПОВИЧ, Ю. А. ШАФРАНОВСКИЙ, А. С. ЛИННИК

О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ К РАСЧЕТУ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ДЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ*

Задачи научно-технического прогресса и высокая степень экспериментально-теоретической проработки [1] заставляют считать настоятельно необходимым более широкое внедрение результатов теории ползучести бетона и практику проектирования. По мнению авторов, для этого, прежде всего, необходимо:

1) уточнить путем статистической обработки возможно большего массива экспериментальных данных начертания исходных семейств кривых ползучести бетона при сжатии, полученных в условиях постоянных напряжений, температур и влажностей окружающей среды, то есть в условиях исходных режимов;

2) выбрать выражения для аппроксимации исходных семейств кривых ползучести бетона и разработать расчетную методику назначения величин соответствующих параметров.

Поскольку феноменологическая теория использует принцип паллодения, то основным требованием, предъявляемым к аналитическим выражениям для описания меры ползучести, является их наиболее полное соответствие исходным экспериментальным кривым.

Ввиду недостаточной проработки вопроса о количественных оценках такого соответствия, весьма полезно использование хотя бы качественных оценок. Выполнение многочисленных расчетов показало, что в этом смысле удобна оценка [2]

$$\frac{\partial C(t, \tau_1)}{\partial t} < \frac{\partial C(t, \tau_2)}{\partial t} \quad (a)$$

Эта оценка записана, исходя из известного положения о том, что после снятия длительно действующей постоянной нагрузки происходит упругое последствие, уменьшающее величину деформаций, накопленных ранее.

Желательно, чтобы выражения, выбранные для описания мер ползучести, допускали решение основных интегральных уравнений в аналитической форме.

Предполагается, что выполнение замеченной программы создает базу, необходимую для составления таблиц, позволяющих рассчитывать конструкции при длительных воздействиях с учетом влияния свойства и

* Заметка печатается в порядке обсуждения.

соотношений исходных материалов, условий хранения и приготовления бетона, а также условий эксплуатации.

1. Для решения первого вопроса одним из авторов, совместно с М. М. Заставой, проведена систематизация и статистическая обработка результатов большого количества экспериментов, выполненных в условиях исходных режимов советскими и зарубежными исследователями и относящихся к ползучести при сжатии. Учитывая, что во многих случаях целью практического расчета является картина напряженно-деформированного состояния конструкции после окончания процесса ползучести, рассматривался период действия нагрузки, равный 2000 суток, то есть период, на протяжении которого практически происходит затухание длительных деформаций.

Прежде всего выполнен анализ пределов применимости выражения для меры ползучести [4]

$$C(t, \tau) = H(\tau) \cdot f(t - \tau) \quad (1.1)$$

основанного на гипотезе об аффинном подобии кривых ползучести образцов бетона, испытанных в условиях исходного режима при сжимающих напряжениях, не превышающих $0.5 R_{sp}$. Оказалось, что кривые ползучести бетона практически аффинноподобны в случаях, когда загрузка производится при $\tau_1 > 20$ суток, то есть когда нагрузка прикладывается к достаточно зрелому бетону [5]. А из этого следует, что в области условно линейной ползучести выражения типа (1.1) могут применяться при расчете бетонных и железобетонных конструкций на поздней стадии как эксплуатационного, так и монтажного характера, иначе говоря, на все воздействия, вызывающие напряженное состояние в достаточно зрелом бетоне.

Таким образом, при $\tau_1 > 20$ суток задача изучения начертания исходных семейств кривых ползучести бетона свелась к изучению начертания кривых, соответствующих $H(\tau)$ и $f(t - \tau)$.

На фиг. 1 показана эмпирическая линия регрессии зависимости $f(t - 28)$ для эталонного бетона, построенная на основании статистической обработки результатов 1220 исследований. В качестве эталонного, применительно к предложениям А. Е. Десона, принят бетон с такими уровнями факторов влияния: портландцемент марки 500; гранитный щебень; В Ц — 0.55; содержание цементного теста 20%; вибрирование; твердение в естественных условиях; $\tau_1 = 28$ суток; марка бетона М-400; относительная влажность воздуха — 70%; $r^{-1} = 0.20$; $\frac{s}{R_{sp}} = 0.4$.

Обработка накопленного экспериментального материала показала наличие влияния на очертания кривых, соответствующих $f(t - \tau)$, размеров поперечных сечений образцов только при величинах обратного гидравлического радиуса $r^{-1} > 0.2$ ($\leq 20 \times 20$ см). У таких образцов при уменьшении поперечного сечения скорость деформаций ползучести на начальном участке увеличивается.

Фиг. 1. Графики функции $f(t-28)$ для эталонного бетона.

Фиг. 2. Графики функции $H(\tau)$ для бетона, изготовленного на портландцементе.

Детальная обработка собранных экспериментальных данных не позволила выявить каких-либо факторов, влияющих на начертание кривой $H(\tau)$, кроме скорости твердения цемента. На фиг. 2 нанесена эмпирическая линия регрессии функции $H(\tau)$, характеризующей старение бетона, изготовленного на портландцементе.

$$H(\tau) = \bar{H}(\tau) C_s(\infty, 28), \quad \bar{H}(28) = 1 \quad (1.2)$$

где $C_s(\infty, 28)$ — предельная мера ползучести эталонного бетона.

На фиг. 1 и 2, в целях сопоставления, показаны и кривые $f(t-\tau_1)$ и $\bar{H}(\tau)$, построенные согласно рекомендациям ЕКБ [6].

Величина $C_s(\infty, 28)$ определена путем обработки результатов 296 опытов, выполненных на образцах из тяжелого бетона, и оказалась равной $C_s(\infty, 28) = 6.36 \cdot 10^{-4}$ см²/кг. Для бетонов с уровнями факторов, отличными от соответствующих эталонному, величина $C_s(\infty, 28)$

подсчитывается путем умножения $C_\infty(\infty, 28)$ на произведение корректирующих коэффициентов [7].

2. На фиг. 1 и 2 показаны также кривые, построенные по формулам

$$f(t - \tau) = 1 - 0.85 e^{-0.006(t-\tau)}, \quad f(t - \tau) = 1 - e^{-0.006(t-\tau)} \quad (2.1)$$

$$\bar{H}(\tau) = 0.50 + 0.70 e^{-0.012\tau} \quad (2.2)$$

достаточно хорошо соответствующие эмпирическим линиям регрессии, обеспечивающие выполнение условия (а) и позволяющие, в частных случаях, получить решения основных уравнений ползучести в аналитической форме.

В соответствии со сказанным мера ползучести при сжатии бетонного образца, характеризующегося размерами (поперечного сечения), удовлетворяющего условию $r^{-1} < 0.2$, изготовленного на портландцементе и нагруженного при $\tau_1 > 28$, суток, может быть представлена в виде

$$C(t, \tau) = (C_0 + Ae^{-\tau}) [1 - Be^{-\tau(t-\tau)}] \quad (2.3)$$

Если это выражение переписать несколько иначе

$$C(t, \tau) = C_0 [1 - Be^{-\tau(t-\tau)}] + AB e^{-\tau(t-\tau)} [e^{-\tau\tau} - e^{-\tau t}]$$

то нетрудно заметить, что оно достаточно близко к формуле для меры ползучести, построенной в [8] путем рассмотрения реологической модели стареющего тела. В частности, для образца из эталонного бетона

$$C(t, \tau) = (3.0 + 4.2e^{-0.012\tau}) [1 - Be^{-0.006(t-\tau)}] 10^{-6} \quad (2.4)$$

где $B = 0.85$ или $B = 1$.

Для образца из бетона, отличного от эталонного,

$$C_0 = 0.5 \cdot C(\infty, 28), \quad A = 0.7 \cdot C(\infty, 28) \quad (2.5)$$

Как будет показано дальше (табл. 1), при вычислении предельных величин коэффициентов затухания напряжений в условиях стационарных вынужденных деформаций $H(\infty, 28)$ величина $B (0.85 \leq B \leq 1.00)$ существенно не влияет на результаты. Однако, принятие $B < 1$, то есть выделение скоропроходящей части деформации ползучести, хотя и приводит к более сложным расчетным формулам, но позволяет лучше аппроксимировать экспериментальные данные при рассмотрении конечных периодов деформирования.

Недостаток формулы (2.3) при $B \neq 1$, имеющим, по сути дела, формальный характер, является то, что она приводит к неравенству $C(t, t) \neq 0$.

От этого недостатка можно освободиться, если отнести скоропроходящую часть деформаций ползучести к мгновенным деформациям, то есть если представить выражения для полных относительных деформаций в виде

$$\dot{\epsilon}(t, \tau) = \frac{1}{\bar{E}(\tau)} \cdot \bar{H}(\tau) [1 - e^{-\gamma_1(t-\tau)}] \quad (2.6)$$

где

$$\bar{E}(\tau) = \bar{\nu}(\tau) E(\tau), \quad \bar{\nu}(\tau) = \frac{1}{1 + E(\tau)H(\tau)(1-B)}, \quad \bar{H}(\tau) = H H(\tau) \quad (2.7)$$

Представление $\dot{\epsilon}(t, \tau)$ в форме (2.6) рационально еще и потому, что при практических расчетах железобетонных конструкций обычно используется модуль упруго-пластических деформаций, то есть модуль $\bar{E}(\tau)$.

Фиг. 3. Экспериментальные и теоретические (2.3) кривые ползучести бетона при сжатии

Для иллюстрации возможностей выражения (2.3), а следовательно, и (2.6), при изучении деформирования на конечных периодах времени на фиг. 3 показаны экспериментальное семейство кривых ползучести бетона и соответствующее аналитическое описание. Эти кривые получены путем испытания образцов размерами $7 \times 7 \times 70$ см, изготовленных из бетона состава 1:1.32:3.86 по иссу, изолированных от влагопотерь и нагруженных нагрузкой, соответствующей $0.3 R_{пр}$. На фиг. 4 приведены аналогичные кривые для таких же образцов из исходного раствора, то есть цементного раствора состава 1:1.32. Более подробно эти опыты описаны в статье [9].

Для аналитического описания кривых на фиг. 3 и 4 применялась формула (2.3) при величинах коэффициентов:

для бетона: $C_0 = 1.078 \cdot 10^{-10}$ см²/кг, $A = 1.582 \cdot 10^{-6}$ см²/кг
 $\gamma = 0.025$ 1/сут, $\gamma_1 = 0.03$ 1/сут, $B = 0.6$, $E(28) = 4 \cdot 10^3$ кг/см²

для раствора: $C_0 = 3.225 \cdot 10^{-10}$ см²/кг, $A = 8.35 \cdot 10^{-6}$ см²/кг
 $\gamma = 0.035$ 1/сут, $\gamma_1 = 0.02$ 1/сут, $B = 0.76$, $E(28) = 2.64 \cdot 10^3$ кг/см²

Фиг. 4. Экспериментальные и теоретические (2.3) кривые ползучести раствора при сжатии

3. Таким образом, при записи интегрального уравнения релаксации удобно представить характеристики деформативности бетона согласно (2.6) и (2.7). В этом случае интегральное уравнение релаксации принимает вид

$$\varepsilon^*(t) - E(t) \int_0^t \varepsilon^*(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \lambda(t, \tau) d\tau = \bar{\varepsilon}(t) \quad (3.1)$$

причем $\varepsilon(t)$ — напряжения, развивающиеся после проявления упруго-мгновенных деформаций и скоропроходящей части деформаций ползучести; эти напряжения связаны с напряжениями упруго-мгновенной задачи $\bar{\varepsilon}(t)$ формулой

$$\bar{\varepsilon}(t) = \bar{\nu}(t) \varepsilon(t) \quad (3.2)$$

Интегральное уравнение (3.1) при удельной относительной деформации $\bar{\nu}(t, \tau)$ согласно (2.6) и $E(t) = \text{const}$ может быть сведено к дифференциальному уравнению второго порядка с переменными коэффициентами.

Если для сокращения записи ввести обозначения

$$\varepsilon = \frac{1}{\bar{\nu}}, \quad c = E C_0, \quad a = E A e^{-\alpha t} \quad (3.3)$$

то это дифференциальное уравнение имеет вид

$$\frac{d^2 \varepsilon^*(t)}{dt^2} + \gamma_1 \left[1 - \bar{\Theta}(t) \bar{E}(t) - \varepsilon \right] \left[1 - \frac{\bar{E}(t)}{\bar{E}(\infty)} \right] \frac{d \varepsilon^*(t)}{dt} = 0 \quad (3.4)$$

и должно решаться при таких начальных условиях:

$$\varepsilon^*(\tau_1) = \bar{\nu}(\tau_1) z(\tau_1)$$

$$\left. \frac{d\varepsilon^*(t)}{dt} \right|_{t=\tau_1} = -\tau_1 B(a+c) \bar{\nu}(\tau_1) z(\tau_1) \quad (3.5)$$

где $z(\tau_1)$ — напряжения упруго-мгновенной задачи, возникающие в момент введения вынужденной деформации τ_1 .

При стационарных вынужденных деформациях решение уравнения (3.4) с начальными условиями (3.5) может быть представлено формулой

$$\varepsilon^*(t) = \bar{\nu}(\tau_1) \left[1 - \frac{B(a+c) \bar{\nu}(\tau_1)}{(1+c)\bar{\nu}(\infty)} \left| F(0) - F(t-\tau_1) K(t-\tau_1) \right| \right] \quad (3.6)$$

где

$$K(t-\tau_1) = \exp \left[-\tau_1(1+c) \bar{\nu}(\infty) (t-\tau_1) - \left[\frac{B\bar{\nu}(\infty)-1}{\xi(1-B)} - 1 \right] \ln \frac{\bar{\nu}(\tau_1)}{\bar{\nu}(t)} \right] \quad (3.7)$$

$$F(t-\tau_1) = 1 - \frac{[\xi(1-B) - B\bar{\nu}(\infty)] [\bar{\nu}(\infty) - \bar{\nu}(t)]}{[1+\xi + Bc\bar{\nu}(\infty)] \bar{\nu}(\infty) (1-B)}$$

$$+ \frac{[\xi(1-B) - B\bar{\nu}(\infty)] [2\xi(1-B) - B\bar{\nu}(\infty)]}{[1+\xi + Bc\bar{\nu}(\infty)] [1-2\xi + Bc\bar{\nu}(\infty)]} \left[\frac{\bar{\nu}(\infty) - \bar{\nu}(t)}{(1-B)\bar{\nu}(\infty)} \right]^2 + \dots \quad (3.8)$$

$$F(0) = 1 + \frac{[\xi(1-B) - B\bar{\nu}(\infty)]}{[1+\xi + Bc\bar{\nu}(\infty)]} a \bar{\nu}(\tau_1) +$$

$$+ \frac{[\xi(1-B) - B\bar{\nu}(\infty)] [2\xi(1-B) - B\bar{\nu}(\infty)]}{[1+\xi + Bc\bar{\nu}(\infty)] [1-2\xi + Bc\bar{\nu}(\infty)]} a^2 \bar{\nu}^2(\tau_1) + \dots \quad (3.9)$$

Из (3.6) следует формула для напряжений в момент $t - \tau_1 \rightarrow \infty$

$$\sigma^*(\infty) = \bar{\nu}(\tau_1) z(\tau_1) \left[1 - \frac{B(a+c) \bar{\nu}(\tau_1)}{(1+c)\bar{\nu}(\infty)} F(0) \right] \quad (3.10)$$

Соответствующий коэффициент затухания напряжений вычисляется по формуле

$$H_2^*(\infty) = \frac{\sigma^*(\infty)}{z(\tau_1)} \quad (3.11)$$

В случае $B=1$, то есть при отнесении скоропроходящей части ползучести к длительным деформациям найдем

$$\varepsilon^*(t) = z(\tau_1) \left[1 - \frac{a+c}{1-c} \left| F_1(0) - F_1(t-\tau_1) K_1(t-\tau_1) \right| \right] \quad (3.12)$$

где

$$K_1(t-\tau_1) = \exp \left[-\tau_1(1+c)(t-\tau_1) - \frac{a}{\xi} \left| 1 - e^{-\xi(t-\tau_1)} \right| \right] \quad (3.13)$$

$$F_1(t - \tau_1) = 1 - \frac{ae^{-1(t-\tau_1)}}{1+c+\xi} + \frac{a^2 e^{-2(t-\tau_1)}}{(1+c+\xi)(1+c+2\xi)} \dots \quad (3.14)$$

$$F_1(0) = 1 - \frac{a}{1+c+\xi} + \frac{a^2}{(1+c+\xi)(1+c+2\xi)} \dots \quad (3.15)$$

Формула (3.10) примет вид

$$\sigma^*(\infty) = \sigma(\tau_1) \left| 1 - \frac{a-c}{1+c} F_1(0) \right| \quad (3.16)$$

Если в (3.12) — (3.16) положить $\tau_1 = \tau_0$, то придем к известным формулам [2].

Фиг. 5. Экспериментальные и теоретические (3.6) кривые релаксации напряжений в сжатых бетонных и растворных образцах

В табл. 1 приведены величины коэффициентов затухания напряжений $H(\infty, 28)$, подсчитанные согласно изложенному выше для элементов из эталонного бетона, а также по теории упругой наследственности (ТУН) и теории старения (ТС).

Таблица 1
Величины коэффициентов затухания напряжений $H(\infty, 28)$ для эталонного бетона

Теория	Характеристика аппроксимаций	$H_2(\infty, 28)$
НТС	$B = 0.85$	0.256
	$B = 1.00$	0.228
	$B = 1.00; \gamma = 1.5$	0.277
ТУН	$\varphi = 1.89$	0.346
ТС	$\varphi = 1.89$	0.151

Для проверки соответствия опытным данным результатов расчетов, выполненных по формуле (3.6), использованы кривые релаксации, изображенные на фиг. 5 и построенные одним из авторов. Кривые относятся к образцам $7 \times 7 \times 70$ см, изготовленным из бетона и из раствора, характеризующихся кривыми ползучести, показанными на фиг. 3 и 4 и приведенными выше коэффициентами. Образцы в течение 168 суток находились в условиях вынужденных деформаций, вызванных в момент загрузки $\tau_1 = 38$ суток сжимающие напряжения $\sigma = 0.3R_{сж}$ и сохранившихся постоянными во времени путем соответствующего сбрасывания нагрузки.

Выводы

1. Если сжимающие напряжения приложены к бетону в возрасте $\tau_1 > 20$ суток, то есть приложены к достаточно затвердевшему бетону, то исходные кривые ползучести аффриноподобны. Расчеты бетонных и железобетонных конструкций на длительные воздействия эксплуатационного характера могут выполняться на основе представления меры ползучести в форме (1.1) и, в частности, на основе (2.3).

2. При размерах поперечных сечений элементов бетонных и железобетонных конструкций, удовлетворяющих условию $r^{-1} < 0.20$, мера ползучести бетона при сжатии может приниматься согласно формулам (2.4) и (2.5), последняя из которых учитывает влияние свойств и соотношений исходных материалов, условий хранения и приготовления бетона, а также условий эксплуатации.

3. Формулы (3.6) и (3.10), построенные на основе аппроксимации (2.3), достаточно достоверно описывают процесс релаксации в сжатых бетонных образцах. Следовательно, выражение для меры ползучести (2.3) может с успехом применяться при медленно и монотонно убывающих напряжениях. Дополнительный анализ показал, что (2.3) применимо и в случаях медленного монотонного возрастания напряжений с последующим возможным уменьшением.

Одесский инженерно-строительный институт

Поступила 13 XII 1973

Ի. Պ. ՊՐԻՆՈՎՈՎԻՉ, Յ.Ս. Ա. ՇԱՅՆԱՆՈՎՍԿԻ, Ա. Ս. ԴԵՆԵՉԻ

ԵՐԿԱՐԱՏԵԿ ԶԱՆԱԿՈՐՈՄԱՆ ԱԶԳԻՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՍԱՐ ԵՐԿԱԹՐԵՏՈՆԱՅԱ ԿԱՌՈՒՅՎԱԿԱՔՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԻՆ ՍՈՂՔԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԿՐԻԱՌՈՒԹՅԱՆ ԽՐՔԱՆԻ ՀԱՐՑԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ս լ

Երկարատև շահագործման բնթացքում ազդեցությունների որոշման համար բևտոնյա և երկաթբևտոնյա կառուցվածքների հաշվարկները կարող են կատարվել բևտոնի սողքի չափը սողքի կորեկին աֆինային նմանություն ձևով ներկայացնելու ճանապարհով: Այստեղ սեղմող շարումներ կիրառվում են բավական ամրացած բևտոնի վրա ($\tau > 20$ օր):

Սրաշխարհագրություններ են արվում բետոնի սպորի շափր ալյուպիսի էլեմենտների համար որոշելու, որոնց լայնական կտրվածքների շափերը բնորոշվում են հիդրատիկական $r^{-1} < 0.20$ շառավիղի հակադարձ մեծությունով: Ընդ որում հաշվի են առնված նախնական նյութերի հատկությունները և հարթերությունները, բետոնի պատրաստման, պահման և շահագործման պայմանները:

Սպորի ինտեգրալ հավասարումների լուծումը հիմնված է բետոնի սպորի շափի համար առաջարկված արտահայտության վրա: Այդ լուծումը սեղմված բետոնային նմուշում ըստ ժամանակի լարումների թուլացման համար տալիս է լրիվ պատկերը և կարող է հաջողաբար կիրառվել դանդաղ և աստիճանաբար փոփոխվող լարումների համար:

CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE DURABLE STRUCTURES (USING SOME ASPECTS OF THE THEORY OF CREEP)

I. E. PROKOPOVICH, Y. A. SHAFRANOVSKY

Summary

The calculation of concrete and reinforced concrete structures designed for prolonged operation can be made by presenting the creep measure of concrete in terms of creep affinity. Here the compressive stresses are applied to a sufficiently hardened concrete (at $t > 20$ days).

Some recommendations are given on defining the compressive creep measure of concrete for the elements whose cross-sections are characterized by the inverted hydraulic radius, $r^{-1} < 0.20$. The effect of properties and proportions of initial materials, the conditions of casting, storing and using concrete are taken into account.

The solution to the integral creep equation is based on the expression suggested for the creep measure of concrete. It provides a complete pattern of the relaxation stress process in compressed concrete samples and can be successfully applied to slowly and monotonously changing stresses.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Арутюнян Н. Х. Механика в СССР за 50 лет. «Наука», 1972.
2. Прокопович И. Е. Влияние длительных процессов на напряженное и деформированное состояние сооружений. Госстройиздат, М., 1963.
3. Александровский С. В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменение температуры и влажности окружающей среды. Стройиздат, М., 1973.
4. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехиздат, М., 1952.
5. Застава М. М. (X) статистической оценке влияния возраста нагружения на ползучесть бетона при сжатии. Сб. «Строительные конструкции», в. XVI, Киев, 1970.
6. Европейский комитет по бетону. Международные рекомендации для расчета и осуществления обычных и предварительно напряженных железобетонных конструкций. М., 1970.

7. Прокопович И. Е., Застова М. М. О расчетном определении предельных длительных деформаций тяжелого бетона. „Бетон и железобетон“, №5, 1972.
8. Васильев П. И., Гаврилин Б. А., Харлаб В. Л. Реологическая модель стареющего бетона. Сб. тр. АИСИ, №63, А., 1970.
9. Шафринковский Ю. А. Ползучесть бетона при повторных нагрузках. Известия вузов „Строительство и архитектура“, №3, 1969.