

Н. П. ТЕМНОВ

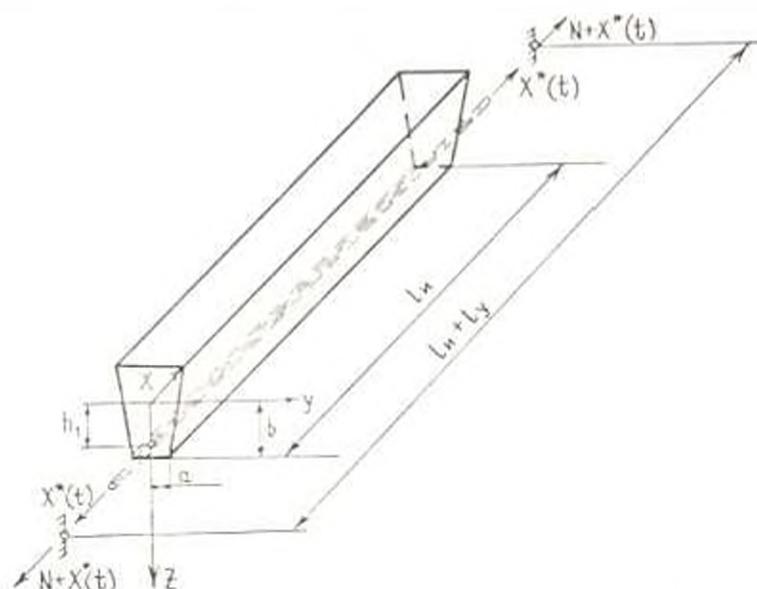
О ПРИМЕНЕНИИ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ
О НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ
ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО ЭЛЕМЕНТА В ПРОЦЕССЕ
ТЕРМООБРАБОТКИ

В настоящее время большинство предварительно напряженных элементов сборных железобетонных конструкций гражданских и промышленных зданий изготавливаются в заводских условиях. Для ускорения оборачиваемости заводского оборудования элементы подвергаются тепловой обработке, интенсифицирующей процесс вызревания бетона. Вместе с тем термообработка нередко приводит к возникновению напряжений, способных вызвать трещины или создать условия для растрескивания бетона в процессе эксплуатации. Существующая в настоящее время методика расчета термонапряженного состояния железобетонных элементов основана на дискретном учете изменения величины модуля упруго-мгновенных деформаций бетона во время термообработки [4], [5], [7], [10].

Поскольку эта методика не учитывает процесса формирования напряжений, результаты соответствующих расчетов носят, в основном, качественный характер. Для получения достаточно полного количественного описания изменения напряженного состояния железобетонного элемента в процессе термообработки, необходимо учесть процесс изменения температуры и влажности, а также влияние таких явлений, как интенсификация старения и ползучесть бетона. Принимая во внимание, что речь идет о напряжениях, необходимых для проверки трещиностойкости, то есть о растягивающих напряжениях и относительно небольших сжимающих напряжениях, допустимо полагать, что поставленную задачу можно решать на основе линейной теории ползучести [2].

1. Изготовление призматического предварительно-напряженного железобетонного элемента по стеновой технологии производится в такой последовательности: 1 — натяжение арматуры на упоры, 2 — укладка бетона, 3 — термообработка, включающая вызревание бетона при начальной температуре, повышение температуры, изотермический прогрев и охлаждение, 4 — обжатие бетона. Как правило, температура среды, окружающей элемент, постоянна по его поперечному сечению и по длине стены. Таким образом, при определении напряженного состояния в процессе термообработки необходимо рассматривать систему, состоящую из предварительно напряженной и закрепленной на упорах арматуры и бетона, жестко связанного с этой арматурой. В силу статической неопределимости такой системы при изменении температуры

происходит возникновение усилий в отдельных ее частях. В дополнение к усилию предварительного напряжения в стальной арматуре появляется усилие $X^*(t)$, в бетонированной арматуре — $N^*(t)$. Можно условно считать, что источником формирования напряженного состояния железобетонного элемента при термообработке является усилие $N^*(t)$ (фиг. 1). Дополнительно к этому необходимо учесть напряжения $\varepsilon_{\alpha}^*(y, z, t)$, формирующиеся в бетоне вследствие наличия переменной по поперечному сечению градиента температурных влажностных деформаций.



Фиг. 1. Схема системы: железобетонное изделие — ствольная арматура — упоры.

Таким образом, в процессе термообработки в элементе действуют следующие напряжения

$$\varepsilon_{\alpha}^*(t) = \varepsilon_{\alpha N}^* - \varepsilon_{\alpha 0}^*(t) \quad (1)$$

$$\varepsilon_{\alpha}^*(y, z, t) = \varepsilon_{\alpha}^*(t) + \varepsilon_{\alpha 0}^*(y, z, t) \quad (2)$$

При этом

$$\varepsilon_{\alpha N}^* = \frac{N}{E_{\alpha}}, \quad \varepsilon_{\alpha 0}^*(t) = \frac{N^*(t)}{E_{\alpha}}, \quad \varepsilon_{\alpha 0}^*(t) = \mu \varepsilon_{\alpha 0}(t) \left(1 - \frac{E_{\alpha} h_1}{J_0} z\right) \quad (3)$$

Если, как обычно, считать, что коэффициенты линейного температурного расширения арматурной стали и бетона одинаковы, то напряжения $\varepsilon_{\alpha 0}^*$ могут быть подсчитаны с использованием известных формул для упругого однородного и разнородного призматического элемента [3], [6]

$$\begin{aligned} \varepsilon_{yk}(y, z, t) = & - \left\{ \alpha E(t) \varepsilon(y, z, t) + \frac{N_s(y, z, t)}{E_s} - \right. \\ & \left. - \frac{M_{12}(y, z, t)}{I_0} z - \nu [\varepsilon_x(y, z, t) - \varepsilon_x(y, z, t)] \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

$$N_s(y, z, t) = - \alpha E(t) \int_{-y}^{+y} \int_{-z}^{+z} \varepsilon(y, z, t) dz dy \quad (5)$$

$$M_{12}(y, z, t) = - \alpha E(t) \int_{-y}^{+y} \int_{-z}^{+z} \varepsilon(y, z, t) z dy dz$$

Известно, что на основе линейной теории ползучести зависимость между действующей на призматический элемент (фиг. 1) силой $X^*(t)$ и усилием в арматуре $N_s^*(t)$ устанавливается таким интегральным уравнением [11]

$$\begin{aligned} N_s^*(t) = \mu m(t) \left[N_s^*(t) - E(t) \int_{\tau_0}^t N_s^*(\tau) \frac{\partial \varepsilon(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \right] = \\ = \mu m(t) \left[X^*(t) - E(t) \int_{\tau_0}^t X^*(\tau) \frac{\partial \varepsilon(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \right] \end{aligned} \quad (6)$$

где μ — коэффициент, определяющий армирование, $E(t)$ — модуль упруго-мгновенных деформаций бетона, $m(t) = E_s : E(t)$, $\varepsilon(t, \tau)$ — полная относительная деформация бетона при простом сжатии или растяжении в момент t , вызванная единичным напряжением, действующим с момента времени, соответствующего возрасту бетона τ

$$\varepsilon(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} + C(t, \tau) \quad (7)$$

$1/E(\tau)$ — упруго-мгновенная деформация бетона, $C(t, \tau)$ — деформация ползучести к моменту времени t (мера ползучести). Знаком * отмечены усилия, определяемые с учетом ползучести и старения.

Уравнение (6) в операторной форме имеет вид

$$A_s N_s^*(t) = A(1 - EK^*) N_s^*(t) - A(1 - EK) X^*(t) \quad (8)$$

где

$$(1 - EK^*) N_s^*(t) = N_s^*(t) - E(t) \int_{\tau_0}^t N_s^*(\tau) \frac{\partial \varepsilon(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (9)$$

$$(1 - EK) X^*(t) = X^*(t) - E(t) \int_{\tau_0}^t X^*(\tau) \frac{\partial \varepsilon(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau$$

На основании (11) из интегрального уравнения (6) можно получить матричное уравнение

$$A_E \vec{N}_n - A \Delta \delta_1 \vec{N}_n = A [\Delta \delta_1] \vec{X}^* \quad (15)$$

Уравнение (15) представим в виде

$$[A \delta_2] \vec{N}_n = [\Delta \delta_1] \vec{X}^* \quad (16)$$

где

$$[A \delta_2] = [A_E] - [\Delta \delta_1], \quad [\Delta \delta_1] = A [\Delta \delta], \quad [A_E] = \begin{bmatrix} A_1 \\ 0 & A_2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & A_n \end{bmatrix} \quad (17)$$

A_i определяется согласно (10).

Умножив уравнение (16) на матрицу $[A \delta_2]^{-1}$, то есть матрицу, обратную матрице $[A \delta_2]$, получим

$$\vec{N}_n = [A \delta_2]^{-1} [\Delta \delta_1] \vec{X}^* \quad (18)$$

Аналогично можно получить формулу

$$\vec{X}^* = [\Delta \delta_1]^{-1} [A \delta_2] \vec{N}_n \quad (19)$$

Вектор перемещений торцов изделий \vec{u}_i^* относительно противоположных торцов вычисляется так:

$$\vec{u}_i^* = \frac{I_0}{E_s F_s} \vec{N}_n = \frac{I_0}{E_s F_s} ([A \delta_2]^{-1} [\Delta \delta_1] \vec{X}^*) \quad (20)$$

2. После вывода формул (18), (19) и (20) можно перейти к задаче определения величины усилия $X^*(t)$ в свободной арматуре в процессе термообработки и последующего охлаждения.

Неизвестная величина усилия $X^*(t)$ в любой момент времени от начала совместной работы бетона и арматуры может быть найдена с помощью такого уравнения совместности деформаций

$$u_n^*(t) - u_0^*(t) - u_0^*(t) = 0 \quad (21)$$

В этом уравнении u_n и u_0 — суммарные изменения длины всех участков свободной арматуры и железобетонных изделий, вызванные усилием $X^*(t)$, u_0 — суммарное изменение длины участков свободной арматуры $l_n \Delta \delta_n$ и железобетонного изделия на уровне арматуры $l_0 \Delta \delta_0$ вследствие приращения температуры во времени

$$u_0 = \alpha (l_n \Delta \delta_n + l_0 \Delta \delta_0) \quad (22)$$

l_n — длина изделия, l_0 — суммарная длина свободных от бетона участков арматуры.

Решая задачу определения величин $X^*(t)$ в наперед заданные моменты времени τ_1, t_1, \dots, t_n , можно (21) переписать в векторной форме

$$\vec{n}_2^* - \vec{n}_1^* + \vec{n}_3^* = 0 \quad (23)$$

Учитывая (20), уравнение (23) в развернутом виде запишем следующим образом:

$$\frac{t_1}{E_s F_a} \vec{X}^* + \frac{t_n}{E_s F_a} (\|A\Delta\delta\|^{-1} \|\Delta\delta\| \vec{X}^*) - \alpha (t_n \Delta\dot{u}_{cp} + l_n \Delta\dot{u}_s) = 0 \quad (24)$$

либо так:

$$\|\gamma\| \vec{X}^* + (\|A\Delta\delta\|^{-1} \|\Delta\delta\|) \vec{X}^* = -\alpha E_s F_a (\Delta\dot{u}_{cp} + \gamma \Delta\dot{u}_s) \quad (25)$$

откуда

$$\vec{X}^* = -\|\Delta\gamma\|^{-1} \vec{P}_b \quad (26)$$

где $\|\Delta\gamma\|^{-1}$ — матрица, обратная матрице $\|\Delta\gamma\|$, причем

$$\|\Delta\gamma\| = \|\gamma\| + \|A\Delta\delta\|^{-1} \|\Delta\delta\|, \quad \|\gamma\| = \begin{pmatrix} \gamma \\ 0 & \gamma \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 \dots \dots \gamma \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$\vec{P}_b = \alpha E_s F_a (\Delta\dot{u}_{cp} + \gamma \Delta\dot{u}_s) \quad (28)$$

Напряжения $\sigma_{st}^*(t)$, $\sigma_{st}^*(t)$ соответственно в свободной и обетонированной арматуре и бетоне $\sigma_b^*(t)$ в соответствии с (18), (19) и (3) определяются по формулам

$$\vec{\sigma}_{st}^* = \frac{1}{F_s} \vec{X}^*, \quad \vec{\sigma}_{st}^* = \frac{1}{F_s} \vec{X}^*, \quad \vec{\sigma}_b^* = -\frac{M}{F_s} \left(1 + \frac{F_s h_1}{J_b} z\right) \vec{X}^* \quad (29)$$

Известно, что при напряженном состоянии, характеризующемем (4), продольные перемещения стержня отсутствуют. Тогда вектор температурно-влажностных напряжений с учетом ползучести и старения на основе принципа наложения будет иметь вид [14]

$$\vec{\sigma}_{th}^* = \|H\| \Delta\vec{\sigma}_{th} \quad (30)$$

где $\|H\|$ — матрица коэффициентов затухания напряжений

$$\|H\| = \begin{pmatrix} 1 \\ H_{11} & 1 \\ H_{11} & H_{22} & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ H_{n1} & H_{n2} & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} H_{11} &= H(t_{21}, \tau_1) \\ H_{22} &= H(t_{22}, \tau_2) \\ H_{n1} &= H(t_n, \tau_2) \end{aligned} \quad (31)$$

$\|\Delta\delta\|^{-1}$ — матрица, обратная матрице $\|\Delta\delta\|$

$$\|B\| = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (32)$$

$\Delta\epsilon_{ij}$ — приращения напряжений.

3. Естественно, что для достаточно полного представления о процессе формирования температурных напряжений матрицу $\|B\|$ и вектор \vec{E} необходимо построить на основе экспериментальных данных, полученных для бетона, находящегося в условиях термообработки. В качестве примера для приближенного выявления характера процесса использованы данные, приведенные в [16].

Модуль упруго-мгновенных деформации бетона аппроксимирован формулой

$$E(\tau) = 2.92(1 - 0.65e^{-2.6\tau}) \cdot 10^3$$

мера ползучести, содержащаяся в (12), зависимостью [1]

$$C(t, \tau) = \left\{ (3.42 - 27.26e^{-0.002t} + 138.6e^{-0.001t}) - [(3.42 - 27.26e^{-0.002t} + 138.6e^{-0.001t}) - (1.05 + 9.86e^{-0.001t} + 165.5e^{-0.001t})] \cdot \frac{e^{0.001t} - 0.7}{e^{0.001t} - 0.7} - (1.05 + 9.86e^{-0.001t} + 165.5e^{-0.001t}) e^{-0.001t} \right\} \cdot 10^{-1}$$

Изделие рассматривается с симметричным армированием и следующими характеристиками $R(28) = 400 \text{ кгс/см}^2$, $F_b = 45 \times 45 \text{ см}$, $F_a = 30 \text{ см}^2$, $l_a = 24 \text{ мм}$, $\gamma = 0.18$, $F_a = 2 \cdot 10^3 \text{ кгс/см}^2$; продолжительность термообработки — 16 час.

В табл. 1 приведены элементы вектора \vec{P}_b и подсчитанные при помощи формул (2), (3), (4), (29) и (30) напряжения в кгс/см^2 в угловых и центральной точках поперечного сечения изделия, вызванные как изменением температуры, так и деформациями ползучести и стирания бетона за время его термообработки, полагая, что совместность работы бетона и арматуры обеспечивается через 5 час. после укладки смеси.

Из таблицы видно, что при $t = 22, 25, 26, 27$ и 28 час., то есть когда элементы вектора \vec{P}_b практически постоянны, дополнительные напряжения в свободной арматуре и напряжение в бетоне вследствие ползучести уменьшаются, а напряжение в обетонированной арматуре продолжает увеличиваться. К окончанию термообработки суммарные растягивающие напряжения в бетоне составляют 36.6 кгс/см^2 . Эти напряжения и являются причиной растрескивания поверхностей изделий, наблюдаемого после охлаждения.

Таблица 1

i	r_i	r_i^2	r_i^3	r_i^4	$\sum_{i=1}^n r_i$ (0, 0, 1)	$\sum_{i=1}^n r_i^2$ (0, 0, 1)	$\sum_{i=1}^n r_i^3$ (0, 0, 1)	$\sum_{i=1}^n r_i^4$ (0, 0, 1)
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1926	150	37	1,70	-0,40	-2,10	0,80	-0,90
6	4230	347	78	3,9	-0,50	-4,40	0,80	-3,10
7	6954	554	132	6,2	-0,20	-6,40	-0,70	-0,9
8	10608	815	187	9,3	-0,90	-8,4	-1,6	-10,9
9	13962	1126	263	12,7	-1,70	-11,0	-2,2	-14,9
10	16926	1419	309	16,1	-2,27	-11,2	-2,1	-18,8
14	29736	2373	561	26,0	2,50	-23,5	-2,8	-23,8
18	34952	2574	698	27,7	0,10	-27,6	-2,3	-25,4
22	36800	2587	755	27,0	-3,60	30,6	6,8	-20,2
25	36840	-2521	-772	-25,8	-5,60	-31,1	8,8	-17,0
26	36870	-2482	-786	-25,0	-6,10	31,1	9,6	-15,4
27	36850	-2454	-797	-24,4	7,20	-31,6	-12,6	-11,8
28	36810	-2433	-804	-23,9	-8,40	-38,8	-15,4	-6,5
30	35832	-2351	793	-24,4	13,00	-37,4	-21,5	-2,9
32	33723	-2033	-678	-20,0	-17,0	-57,0	-26,0	-6,0
34	31070	-1772	-648	-16,6	-29,0	-36,6	29,4	-12,8
36	27936	-1409	-603	-11,9	22,6	-31,5	-31,9	-20,0
38	24180	-1050	-568	-7,70	-24,0	-31,7	-32,9	-25,2
40	20760	-606	-507	-1,40	-25,5	-26,9	34,0	+32,6
42	16842	261	443	+2,2	-26,3	-21,1	34,0	+36,2
46	10572	-357	-446	10,4	-21,0	-10,6	-25,7	36,1

Одесский инженерно-строительный институт

Восточная 3 \ 1973

Ե. Լ. ՏԵՏՅՈՎ

ՆՐԱԿԱՆԱԿՈՒՄԱՆ ԲՆԱԿԱՇԽՈՒՄ ԷԼԵՄԵՆՏԻ ԼՍՐՎԱՆ ՎԵՂԱԿՈՎ ՎԵՐԱԲԵՐՔԱՎ ԵՆԴԵՐ ԼՈՒՆՏԱՆ ՀԱՄԱՐ ԽՈՎԵՐ ՏՅՈՒՆԹՅԱՆ ԿԵՐԱՍԽՈՒԹՅԱՆ ԽՈՒՄՆ

Ա մ փ ո փ ո ո մ

Առաջարկվում է եզանակ՝ երկաթբետոնյա էլեմենտ, ազատ սրմամասերա, ննտարտաներ սրտակմի շարժված վիճակի որոշման համար:

Նզանակը թույլ է տալիս էլեմենտներում նշանել ճիգերի աստիճաններ ասք գործընթացների ազդեցության և սեղմումից նկատ:

Նզանակը հաշվի է առնում բոտ ժամանակի և բոտ լայնական կտրվածքի առաձգական, ջերմաչին, սպրային և ձերայման զեֆորմացիաների փոփոխությունը բնական վարգացող ջերմախոնավաչին շարժաները և ձեղքազիմությունը պատմնափոխում է հասակ սրինակում:

ON APPLICATION OF THE CREEP THEORY TO SOLVING
THE PROBLEM OF REINFORCED CONCRETE MEMBER STRESSED
CONDITION IN THE STEAM CURING PROCESS

I. I. TEMNOV

S u m m a r y

A method of solving a stressed condition of the system including a reinforced concrete member, free reinforcement and supports is suggested.

The method allows to trace the formation of stresses in the member during steam curing and after compression of concrete.

The method takes into account the variation with time and the cross-section of elastic, thermal, creeping and ageing deformations.

The thermo-moisture stresses developing in concrete and crack resistance are analysed in a specific example.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зарембова-Савицкая С. В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменение температуры и влажности с учетом ползучести. Стройиздат, 1974.
2. Зинченко Н. А. Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехиздат, 1952.
3. Белов А. В. Температурные напряжения в бетонной призме прямоугольного поперечного сечения. Изв. ВНИИТ, т. 51. Госэнергоиздат, 1954.
4. Белов А. В., Мирманов Н. А. Технологические факторы прочности и трещиностойкости предварительно напряженных железобетонных конструкций. Стройиздат, 1964.
5. Березинский Г. П., Мирманов Н. А., Шабанова Г. П. О возможности образования трещин бетона предварительно напряженных конструкций после парового Бетон в железобетон, № 7, 1961.
6. Васильев Н. М., Кисинев Ю. П. Температурные напряжения в бетонных железобетонных конструкциях. Стройиздат, 1969.
7. Давыдкин Е. Ю., Мирманов Н. А. Определение потерь предварительно напряженных арматур от температурных перепадов с учетом роста прочности при термообработке. Материалы к VII-ой Всесоюзной конференции «Проблемы развития бетона и железобетона». Вильнюс, 1972.
8. Давыдкин Е. Ю., Березинский Г. П. Матричная зависимость между напряжениями и деформациями в задачах линейной теории ползучести. Прикладная механика, т. X, вып. 11, 1969.
9. Митин Г. П. Термонапряженное состояние в бетонных массивах с учетом ползучести. Изв. ВНИИТ, т. XXVII, 1941.
10. Митин Г. П. Предварительно напряженные железобетонные конструкции. М., 1963.
11. Прокопович Н. Е. Влияние длительных процессов на напряженное и деформированное состояние сооружений. Гостройиздат, 1965.
12. Прокопович Н. Е., Рехина В. П. О возможности деформированного состояния тела, обладающего ползучестью и упругим связями. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. 22, № 1, 1969.
13. Темнов И. И. Изгиб железобетонных балок с обшивкой арматурой при длительной нагрузке. Изв. вузов, «Строительство и архитектура», № 3, 1962.

14. Темнов Н. Н. О выделении коэффициентов затухания температурно-влажностных напряжений в бетонных сооружениях. Гидротехническое строительство, № 10, 1969.
15. Шенков А. В. Приближенный способ определения собственных напряжений в бетоне с учетом переменности его деформационных свойств. Гидротехническое строительство, № 8, 1952.
16. Янин А. В. Излучение бетона в раннем возрасте. ГИИЗЖБ, вып. 1. Гостройиздат, 1959.