

Լ. Ե. ԴԱՆՆԵԼՅԱՆ

НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ РЕАЛЬНОГО ГАЗА В ДЛИННОМ ГАЗОПРОВОДЕ

Для проектирования длинных газопроводов в горных пересеченных местностях особое значение имеет учет угла наклона газопровода и изменения температуры вдоль газопровода. В настоящей работе рассматривается нестационарное неизотермическое движение газа по длинному газопроводу и с помощью численных методов исследуется влияние температуры и угла наклона газопровода на изменение газодинамических параметров.

§ 1. Дифференциальные уравнения движения. Начальные и граничные условия

Рассмотрим одномерное нестационарное неизотермическое движение реального газа в длинном газопровode. Такое движение можно описать системой дифференциальных уравнений [1]

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\lambda \rho u^2}{8r} + \rho g \sin \alpha \\ -\frac{\partial z}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) \\ p &= \rho R T, \quad G = g s \rho u \end{aligned} \quad (1.1)$$

где p , u и ρ — соответственно средние по сечению давление, скорость и плотность газа, λ — безразмерный коэффициент сопротивления, r — гидравлический радиус сечения трубы, α — угол наклона газопровода, R — газовая постоянная, g — ускорение силы тяжести, G — весовой расход, s — площадь поперечного сечения трубы, T — абсолютная температура.

В данном случае принимается, что температура — любая заданная функция x . Такие задачи встречаются при добыче газа из больших глубин.

Требуется определить давление, плотность, скорость и расход газа в любой момент времени в любом сечении газопровода при нестационарном режиме работы, обусловленном переменным потреблением газа, и произвести исследование вышеуказанных величин в зависимости от изменения температуры газа вдоль трубопровода и от угла наклона трубы.

Пусть начало координат расположено в начале трубы, а ось ox направлена по длине трубопровода. Тогда считая, для определенности, что

температура газа по длине газопровода меняется по линейному закону, можно $T(x)$ выразить следующей формулой:

$$T(x) = T_n - (T_n - T_k) \frac{x}{L} \quad (1.2)$$

где T_n — температура газа в начале трубы, T_k — температура газа в конце трубы, L — длина трубопровода.

С помощью очевидных математических преобразований систему (1.1) можно привести к следующему нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка относительно квадрата давления:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \sqrt{\frac{\lambda}{4\delta g R T} \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\lambda \sin \alpha}{2\delta g R T^2} \frac{\partial T}{\partial t}} + \left(\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{2 \sin \alpha}{RT} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{4 \sin \alpha}{RT^2} \frac{\partial T}{\partial x} P \quad (1.3)$$

где $P(x, t) = p^2(x, t)$.

Зададим следующие начальные и граничные условия:

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0 & \quad P = P_n = \text{const} \\ \text{при } x = L & \quad \frac{\partial P}{\partial x} = - \frac{\lambda R T_k}{4\delta g S^2} G^2(t) - \frac{P_k \sin \alpha}{RT_k} \\ \text{при } t = 0 & \quad P = P_0(x) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь $G(t)$ — заданная функция, характеризующая закон изменения расхода в конце трубопровода; $P_0(x)$ — функция, показывающая закон изменения квадрата давления вдоль трубопровода при стационарном режиме, которая берется в виде [2]

$$P_0(x) = P_n - (P_n - P_k) \frac{x}{L} \quad (1.5)$$

где P_n и P_k — значения квадратов давления в начале и конце трубопровода.

Определяя давление из (1.3), можно вычислить плотность, скорость и расход газа по следующим формулам:

$$\rho(x, t) = \frac{1}{gRT(x)} p(x, t) \quad (1.6)$$

$$u(x, t) = \sqrt{\frac{8\delta g R}{\lambda} \frac{T(x)}{p(x, t)} \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} - \frac{8\delta g \sin \alpha}{\lambda}} \quad (1.7)$$

$$G(x, t) = \frac{S}{RT(x)} p(x, t) u(x, t) \quad (1.8)$$

Итак, задача сводится к решению уравнения (1.3) с граничными и начальными условиями (1.4).

§ 2. Решение поставленной задачи

До перехода к решению задачи уравнение (1.3), условия (1.4) и (1.2) предварительно приводим к безразмерному виду с помощью следующих соотношений:

$$P = P_n P', \quad x = Lx', \quad t = t_0 t', \quad T = T_n T', \quad G = G_0 G' \quad (2.1)$$

где величины со штрихами — безразмерные; P_n , L , t_0 , G_0 , T_n — соответственно характерные: давление, длина, время, расход и температура.

За характерный расход принят расход газа при стационарном режиме работы, за характерное давление — квадрат давления газа при $x=0$ стационарного режима (1.5), за характерную длину — длина газопровода, за характерную температуру — температура газа при $x=0$. Характерное время определится из уравнения (1.3)

$$t_0 = \sqrt{\frac{L^2}{4gRT_n}} \quad (2.2)$$

Уравнение (1.3), граничные и начальные условия (1.4) и (1.2) в безразмерных переменных принимают вид

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \sqrt{-\frac{1}{TP} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{2L \sin \alpha}{RT_n T^2} \frac{\partial P}{\partial t}} + \left(\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{2L \sin \alpha}{RT_n T} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{4L \sin \alpha}{RT_n} \frac{1}{T^2} \frac{\partial T}{\partial x} P \quad (2.3)$$

$$\text{при } x=0 \quad P=1$$

$$\text{при } x=1 \quad \frac{\partial P}{\partial x} = AG^2(t) - \frac{P_n \sin \alpha}{RT_n} \quad (2.4)$$

$$\text{при } t=0 \quad P = 1 - \left(1 - \frac{P_0}{P_n}\right)x$$

$$T = 1 - \left(1 - \frac{T_0}{T_n}\right)x \quad (2.5)$$

где

$$A = -\frac{RT_n L G_0^2}{4gP_n^2}$$

Отметим, что в случае негоризонтального трубопровода начальные и конечные газодинамические параметры надо выбрать таким образом, чтобы выполнялось условие

$$\left| \frac{\partial P}{\partial x} \right| > \frac{P}{RT} \sin \alpha \quad (2.6)$$

которое следует из уравнения (1.7).

§ 3. Схема численного решения задачи (2.3)–(2.4)

Уравнение (2.3) представим в виде

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{1}{T} \sqrt{-\frac{T}{P} \frac{\partial P}{\partial x} - C_2 \sin \alpha} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{T} (-C_1 - C_2 \sin \alpha) \frac{\partial P}{\partial x} - 2C_1 C_2 \sin \alpha \frac{P}{T^2} \quad (3.1)$$

где

$$-C_1(x) = \frac{\partial T}{\partial x}, \quad C_2 = \frac{2L}{RT_0}$$

Разрешив уравнение (3.1) относительно $\frac{\partial P}{\partial t}$ и обозначив

$$\frac{1}{T} \sqrt{-\frac{T}{P} \frac{\partial P}{\partial x} - C_2 \sin \alpha} = \bar{M}(x, t) \quad (3.2)$$

получим

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{M(x, t)} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{C_1 + C_2 \sin \alpha}{TM(x, t)} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{2C_1 C_2 \sin \alpha}{T^2 M(x, t)} P \quad (3.3)$$

В работе [3] рассмотрено модельное уравнение

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{1}{M(x, t)} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - N(x, t) \frac{\partial \Phi}{\partial x} - H(x, t) \Phi - S(x, t)$$

и указаны схема и метод численного решения этого уравнения. Сравнивая уравнение (3.3) с вышеприведенным уравнением, замечаем, что

$$M(x, t) = \bar{M}(x, t)$$

$$N(x, t) = \frac{C_1 + C_2 \sin \alpha}{TM(x, t)}$$

$$H(x, t) = -\frac{2C_1 C_2 \sin \alpha}{T^2 M(x, t)}$$

$$S(x, t) = 0$$

Следовательно, схему решения §3 работы [3] можно применить к решению задачи (3.3)–(2.4)

Задача решается методом прогонки. Для этой цели на основе алгоритмов, предложенных в работе [3], составлена программа на ЭВМ «Раздан-3».

§ 4. Численный пример

Особый интерес представляют случаи, которые соответствуют значениям $\alpha=0$ (горизонтальный газопровод) и $\alpha=\frac{\pi}{2}$ (вертикальный газопровод).

Как отмечалось в §3, для решения задачи была составлена программа, реализующая метод прогонки.

В этом параграфе приведено решение конкретного численного примера, соответствующее значению $\alpha=0$ и произведено сравнение полученных результатов с результатами решения изотермической задачи, приведенной в работе [3], с целью выявить влияние температуры на изменение газодинамических параметров.

Для решения задачи заданы следующие числовые данные:

$$\begin{aligned} L &= 10^4 & R &= 50 \text{ мкг/кгград} \\ \lambda &= 0,0119 & d &= 0,625 \text{ м} \\ T_1 &= 360^\circ\text{К} & G_0 &= 31,5 \text{ кг/сек} \\ T_2 &= 240^\circ\text{К} & P_0 &= 35 \text{ атм}; \quad P_1 = 14 \text{ атм.} \end{aligned}$$

$$G(t) = G_0(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4)$$

где G_0 — среднечасовой расход газа; t — время; $a_0 = 1$; $a_1 = 0,03217$; $a_2 = -0,07794$; $a_3 = 0,01530$; $a_4 = -0,00078$. Интервал $[0; 1]$, соответствующий длине газопровода, разбивается на 20 участков, то есть $h = 0,05$; $k = 0,01$.

Здесь h — шаг по переменной x , k — шаг по переменной L . Употреблена неявная схема и обеспечена практическая сходимость метода. Определены законы изменения давления, скорости и расхода.

В табл. 1 приведено решение задачи работы [3], а в табл. 2 — решение задачи, предлагаемой в данной работе. В этих таблицах для сравнения показаны изменения давлений по длине газопровода в отдельные моменты времени. Как замечаем из приведенных таблиц, между полученными результатами есть существенная количественная разница. Это строго замечается в сечениях конечного участка газопровода (1,5 — 1,9 раза). В том сечении газопровода, абсолютная температура которого равна абсолютной температуре изотермического режима (280°К), замечается количественная разница порядка 12%. При неизотермическом режиме движения давление уменьшается.

Изменения скорости по длине трубопровода для отдельных моментов времени показаны на фиг. 1. Сплошными линиями показаны графики изменения скорости при неизотермическом движении газа, а пунктирными линиями — графики изменения скорости газа при изотермическом движении. Числовые значения скоростей приведены в табл. 3. Изменение расхода газа по длине газопровода для некоторых моментов времени показано на фиг. 2.

Таблица 1

№№	x	$t=0$	$t=1$	$t=2$
		$\frac{P}{P_0}$	$\frac{P}{P_1}$	$\frac{P}{P_2}$
-1	-0.025	1.01	1.01	1.01
0	0.025	0.99	0.99	0.99
1	0.075	0.97	0.97	0.98
2	0.125	0.95	0.95	0.96
3	0.175	0.92	0.93	0.94
4	0.225	0.90	0.91	0.93
5	0.275	0.88	0.88	0.91
6	0.325	0.85	0.86	0.89
7	0.375	0.83	0.84	0.87
8	0.425	0.80	0.81	0.86
9	0.475	0.77	0.79	0.84
10	0.525	0.74	0.76	0.82
11	0.575	0.72	0.74	0.80
12	0.625	0.69	0.71	0.78
13	0.675	0.66	0.68	0.76
14	0.725	0.62	0.65	0.74
15	0.775	0.58	0.62	0.71
16	0.825	0.55	0.59	0.69
17	0.875	0.51	0.55	0.67
18	0.925	0.46	0.51	0.64
19	0.975	0.42	0.47	0.62
20	1.025	0.36	0.43	0.59

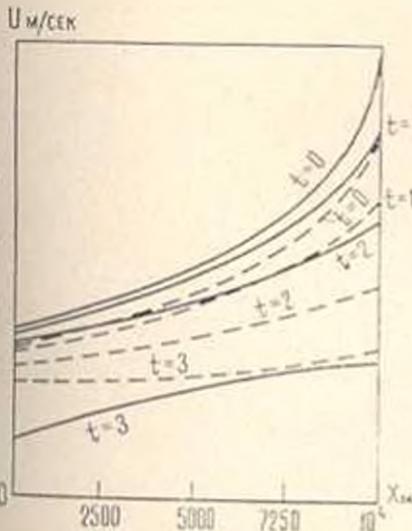
Таблица 2

№№	x	$t=0$	$t=1$	$t=2$
		$\frac{P}{P_0}$	$\frac{P}{P_1}$	$\frac{P}{P_2}$
-1	-0.025	1.01	1.01	1.01
0	0.025	0.99	0.99	0.99
1	0.075	0.97	0.97	0.97
2	0.125	0.95	0.95	0.96
3	0.175	0.92	0.93	0.94
4	0.225	0.90	0.90	0.92
5	0.275	0.88	0.88	0.89
6	0.325	0.85	0.85	0.87
7	0.375	0.83	0.82	0.85
8	0.425	0.80	0.79	0.82
9	0.475	0.77	0.76	0.80
10	0.525	0.74	0.73	0.77
11	0.575	0.72	0.70	0.74
12	0.625	0.69	0.66	0.71
13	0.675	0.65	0.62	0.68
14	0.725	0.62	0.58	0.65
15	0.775	0.58	0.54	0.62
16	0.825	0.55	0.49	0.58
17	0.875	0.51	0.44	0.55
18	0.925	0.46	0.38	0.51
19	0.975	0.42	0.31	0.47
20	1.025	0.36	0.22	0.43

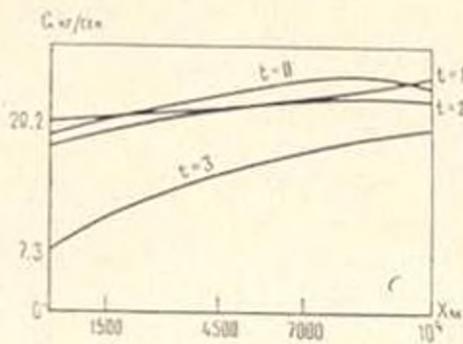
Таблица 3

№№	M	$T = \text{const}$				$T = \text{const}$			
		$t=0$	$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=0$	$t=1$	$t=2$	$t=3$
		$\frac{M}{\text{сек}}$							
1	0	24.60	20.83	21.25	18.37	27.33	27.00	24.94	9.90
2	2500	28.45	25.31	21.93	18.81	30.10	30.96	28.83	15.90
3	3250	34.93	31.68	25.07	20.68	33.97	36.98	33.11	19.50
4	5750	36.51	32.85	26.24	21.32	38.70	45.15	37.40	21.50
5	7750	38.33	34.28	26.89	21.66	47.30	57.19	42.14	22.80
6	9750	54.79	47.64	33.40	24.66	55.90	76.00	46.44	23.65
7	10000	63.28	51.92	34.77	25.19	61.50	88.9	49.02	24.50

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:



Фиг. 1.



Фиг. 2.

1. Алгоритмы и метод решения работ [3, 4] можно применять к относительно более сложному нелинейному дифференциальному уравнению (1.3), получающемуся из системы уравнений неизоэтермического движения реального газа в длинном газопроводе.

2. При неизоэтермическом нестационарном режиме движения, давление по сравнению с изотермическим режимом, уменьшается (порядка 12—13%), а скорость увеличивается (в отдельные моменты до 40%).

Ереванский зооинженерный институт

Поступила 1 X 1973

Լ. Ն. ԳԱՆՆԻՅԱՆ

ԻՐԱՎԱՆ, ԳԻՋԻ ԶԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱՆ ՈՉ-ԻԶՈՒՅՆՐԿ ՇԱՐՃՈՒՄԸ ԵՐԿԱՐ ԿԱԶԱՄՈՒՂՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ս մ

Որոշվում է զագի մեջուժը, խտությունը, արագությունը և հասքը ոչ-ստացիոնար ուժիմի դեպքում ընդ որում ընդունվում է, որ ջերմաստիճանի փոփոխման օրենքը ըստ զագամուղի երկարության հայտնի է:

Խնդիրը բերվում է ճնշման քառակուսու նկատմամբ երկրորդ կարգի ոչ գծային դիֆերենցիալ ռավասարման յուժմանը:

անդիրը լուծվում է խառը եզրային պայմաններով: Էուծումը կատարվում է թվային մեթոդով: Այդ նպատակով կառուցվում է թվային լուծման անբացահայտ սխեմա, որը հնարավորություն է տալիս որոշելու վերահիշյալ խնդրի զազոդինամիկական պարամետրերը:

UNSTEADY NON-ISOTHERMAL MOTION OF REAL GAS IN A LONG GAS PIPELINE

L. E. DANIELIAN

S u m m a r y

The temperature variation law along a gas pipeline is assumed to be known, and the pressure, density, velocity and discharge of the gas in unsteady operating conditions of the gas pipeline are determined.

The problem is reduced to the solution of a second order nonlinear differential equation with regard to the square of pressure in mixed boundary conditions.

An implicit scheme of the numerical solution of the problem is constructed which allows to determine the above dynamic parameters of the gas.

The solution is obtained by a numerical method on the „Razdan-3“ computer.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Чирный Н. А. Неустойчившееся движение реальной жидкости в трубах. Гостехиздат, М.—Л., 1951.
2. Бабаджанян Г. А. Движение газа в длинном газопроводе при переменном расходе на конце трубы. Изв. высших учебных заведений. «Нефть и Газ», № 1, 1961.
3. Бабаджанян Г. А., Даниелян Л. Է. Неустойчившееся движение реального газа в цилиндрической трубе с проницаемыми стенками. Изв. АН Арм. ССР, Механика, - XXIV, № 6, 1971.
4. Даниелян Л. Է. Неустойчившееся движение реального газа в длинном газопроводе. Изв. АН Арм. ССР, Механика, - XXIII, № 1, 1970.
5. Березин Н. С. и Жидков Н. П. Методы вычислений, т. II. Физматгиз, М., 1969.
6. Рундмакер Р. Д. Разностные методы решения краевых задач. ИЛ, М., 1960.