ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXVII, № 4, 1974 Механика

А. С. РАБИНОВИЧ

ПЛОСКАЯ КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА О ДАВЛЕНИИ ШТАМПА С ПРЯМОЛИНЕЙНЫМ ОСНОВАНИЕМ НА ШЕРОХОВАТУЮ УПРУГУЮ ПОЛУПЛОСКОСТЬ

В работе [1] эта задача исследуется в предположении, что дополнительное нормальное перемещение, возникающее вследствие деформации неровностей поверхности полуплоскости, пропорционально давлению в первой степени. Из результатов опытов различных авторов [2, 3] вытекает, что это дополнительное перемещение пропорционально давлению в некоторой степени. Поэтому контактная задача описывается уравнением

$$Kp^{\frac{1}{m}}(x) = \int_{-a}^{a} p(t)\ln|t-x|\,dt + D \tag{1}$$

где $p(x)$ — давление на участке контакта, $2a$ — ширина штампа, $Kp^{\frac{1}{m}}(x)$ — функция, пропорциональная дополнительному перемещению.

Число m обычно находится в пределах: $1 \leqslant m \leqslant 3$ [2, 3]. Для решения поставленной задачи следует к (1) добавить условие равновесия

$$\int_{-a}^{a} p(t)\,dt = P \tag{2}$$

где P — сжимающая сила.

Обозначим

$$r(x) = p(x)\sqrt{a^2-x^2}, \qquad q(x) = p^{\frac{1}{m}}(x)$$

Дифференцируя (1) и производя некоторые преобразования, имеем

$$Kq'(x) = \int_{-a}^{a} \frac{r(t)\,dt}{\sqrt{a^2-t^2}\,(x-t)} = \int_{-a}^{a} \frac{r(t)\sqrt{a^2-t^2}}{(a^2-t^2)(x-t)}\,dt =$$

$$= \frac{1}{a^2-x^2}\int_{-a}^{a} \frac{r(t)\sqrt{a^2-t^2}}{x-t}\,dt - \int_{-a}^{a} \frac{(x+t)\,r(t)}{(a^2-x^2)\sqrt{a^2-t^2}}\,dt =$$

$$= \frac{1}{a^2-x^2}\int_{-a}^{a} \frac{r(t)\sqrt{a^2-t^2}}{x-t}\,dt - P\frac{x}{a^2-x^2}$$

откуда

$$Kq'(x)(a^2-x^2)=\int_{-a}^{a}\frac{r(t)\sqrt{a^2-t^2}}{x-t}\,dt-Px$$

Интегрируя это уравнение и деля на (a^2-x^2), получаем

$$Kq(x)-\frac{1}{a^2-x^2}\left[2K\int_0^x xq(x)\,dx-S\right]=$$

$$=\frac{1}{a^2-x^2}\int_{-a}^{a}r(t)\sqrt{a^2-t^2}\ln\left|\frac{t-x}{t-a}\right|dt+\frac{P}{2} \qquad (3)$$

где S — неизвестная константа.

Нелинейное интегральное уравнение (3) будем приближенно решать методом, применявшимся в [4].

Для приближенного решения этого уравнения будем искать такую функцию $q(x)$, которая была бы положительной, удовлетворяла условию (2) и уравнению

$$Kq(x)-\frac{1}{a^2-x^2}\left[2K\int_0^x xq(x)\,dx-S\right]=$$

$$=\frac{1}{a^2-x^2}\int_{-a}^{a}r(t)\sqrt{a^2-t^2}\ln\left|\frac{t-x}{t-a}\right|dt+\frac{P(x)}{2} \qquad (3')$$

где $P(x)$ равна P с хорошей степенью точности.

Для достижения этой цели будем подбирать функцию $q(x)$ в виде

$$q(x)=\frac{d_0+d_1x^2+\cdots+d_nx^{2n}}{(a^2-x^2)^{\frac{1}{2m}}} \qquad (4)$$

где $d_0>0$.

Тогда

$$r(x)=(d_0+d_1x^2+\cdots+d_nx^{2n})^m$$

Разложим в ряды Маклорена

$$r(x)=\sum_{i=0}^{\infty}b_ix^{2i},\qquad (1-x^2)^{-\frac{1}{2m}}=\sum_{i=0}^{\infty}f_ix^{2i}$$

Заменим в (3) $r(x)$ выражением

$$r_s(x)=\sum_{i=0}^{2s}b_ix^{2i}$$

Можно убедиться, что

$$\frac{1}{a^2 - x^2} \int_{-a}^{a} r_n(t) \sqrt{a^2 - t^2} \ln \left| \frac{t - x}{t - a} \right| dt = \sum_{l=0}^{2n} N_l x^{2l} \tag{5}$$

где

$$N_l = -\pi \sum_{k=0}^{2n-1} b_{l+k} u_{l,k} a^{2k} \tag{6}$$

Здесь

$$u_{l,k} = -\sum_{i=0}^{k} \frac{(2i-3)!!}{(l+k-i+1)\, 2^{i-1}\, i!} \tag{7}$$

$$(-3)!! = -1, \quad (-1)!! = 1$$

Обозначим

$$d_i = -d_0 \frac{\gamma_i}{a^{2i}}, \qquad \mu = \frac{2K}{\pi m a^{\frac{1}{m}} d_0^{m-1}}, \qquad \lambda = -\frac{2S}{\pi m \mu a^2 d_0^m} \tag{8}$$

Отсюда

$$\gamma_0 = -1, \qquad i \geqslant 0$$

$$b_i = \Big[-m\gamma_i + \frac{m(m-1)}{2} (\gamma_1 \gamma_{i-1} + \gamma_2 \gamma_{i-2} + \dots + \gamma_{i-1} \gamma_1) -$$

$$- \frac{m(m-1)(m-2)}{6} (\gamma_1 \gamma_1 \gamma_{i-2} + \dots + \gamma_{i-2} \gamma_1 \gamma_1) + \dots +$$

$$+ (-1)^i \frac{m(m-1) \cdot \ldots \cdot (m-i+1)}{i!} \gamma_1^i \Big] \frac{d_0^m}{a^{2i}} \tag{9}$$

Разложим левую часть уравнения (3) в ряд

$$Kq(x) + \frac{1}{a^2 - x^2} \left[2K \int_0^x xq(x)\, dx + S \right] = \sum_{l=0}^{\infty} C_l x^{2l} \tag{10}$$

Оставим в ряде сумму

$$\sum_{l=0}^{2n} C_l x^{2l}$$

Тогда вместо (3) получим систему нелинейных алгебраических уравнений

$$C_0 = \frac{p}{2} - \pi \sum_{k=0}^{2n} b_k u_{0,k} a^{2k} \qquad C_l = -\pi \sum_{k=0}^{2n-l} b_{l+k} u_{l,k} a^{2k} \tag{11}$$

$$(1 \leqslant l \leqslant 2n)$$

Предлагаемый метод приближенного решения системы (11) основан на следующем замечательном свойстве коэффициентов $u_{l,k}$, вытекающем из табл. 1: при $k \geqslant 1$ они весьма малы по сравнению с единицей, что, как увидим из дальнейшего, позволяет существенно упростить систему (11).

Таблица 1

Значения $u_{l,k}$

$l \backslash k$	0	1	2	3	5	10	20	50	100
0	1.5000	0.0000	−0.0208	0.0208	−0.0161	−0.0001	−0.00442	−0.00151	−0.00064
1	0.2500	0.0417	0.0104	0.0010	−0.0039	−0.0043	−0.00269	−0.00109	−0.00049
2	0.1667	0.0117	0.0167	0.0073	0.0007	−0.0021	−0.00184	−0.00087	−0.00041
3	0.1250	0.0375	0.0177	0.0094	0.0025	−0.0008	−0.00128	−0.00072	−0.00030
5	0.0833	0.0298	0.0164	0.0102	0.0045	0.0005	−0.00060	−0.00052	−0.00029
10	0.0455	0.0189	0.0119	0.0084	0.0048	0.0016	0.00017	−0.00025	−0.00019
20	0.0238	0.0105	0.0074	0.0056	0.0037	0.0018	0.00059	−0.00002	−0.00009
50	0.0098	0.0047	0.0034	0.0027	0.0020	0.0012	0.00060	0.00015	0.00011
100	0.0049	0.0024	0.0018	0.0015	0.0011	0.0007	0.00043	0.00016	0.00005

Выполним теперь действия, законность которых будет показана ниже. Во-первых, оставим в системе (11) первые $(n+1)$ уравнений. Во-вторых, в суммах

$$\sum_{k=0}^{2n-1} b_{l-k}\, u_{l,k}\, a^{2l}$$

входящих в (11), оставим

$$\sum_{k=0}^{1} b_k u_{0,k} \qquad \text{при} \quad l=0 \quad \text{и} \quad b_l u_{l,0} \qquad \text{при} \quad l \geqslant 1$$

Кроме того, при $i \geqslant 2$ оставим в выражении (9) для b_i лишь член

$$-m\gamma_i \frac{d_0^m}{a^{2i}}$$

Тогда получим упрощенную систему относительно d_i

$$C_0 = \frac{P}{2} - \pi d_0^m \left(u_{0,0} - \sum_{k=1}^{1} m\gamma_k u_{0,k} \right), \qquad d_0 > 0$$

$$C_l = \pi m d_0^m \gamma_l u_{l,0} \frac{1}{a^{2l}} \qquad (1 \leqslant l \leqslant n) \tag{12}$$

Из (12), (7) и (8) вытекает

$$
\begin{gathered}
d_0^m = \frac{P}{\pi\left[1 + \gamma_4 - m\xi(\lambda - 1)\right]}, \qquad d_0 > 0 \\
\gamma_l = \frac{(l+1)\xi}{1+(l+1)\xi}\left[\left(\sum_{i=0}^{l-1}\gamma_i f_{l-i} + \frac{1}{l+1}\sum_{j=0}^{l}\gamma_j f_{l-j}\right) + \lambda\right]
\end{gathered}
\tag{13}
$$

где

$$
\gamma_4 = 0.0417\,(\gamma_2 + \gamma_3), \qquad \gamma_0 = -1
$$

Неизвестный параметр λ определим из условия равновесия (2) с использованием (13)

$$
\int_{-a}^{a} \frac{\left(1 - \gamma_1 \frac{x^2}{a^2} - \dots - \gamma_n \frac{x^{2n}}{a^{2n}}\right)^m}{\sqrt{a^2 - x^2}}\,dx = \pi\left[1 + \gamma_4 - m\xi(\lambda - 1)\right] \tag{14}
$$

Оставим в разложении в ряд Маклорена функции

$$
\left(1 - \gamma_1 \frac{x^2}{a^2} - \dots - \gamma_n \frac{x^{2n}}{a^{2n}}\right)^m
$$

лишь линейные и квадратичные члены относительно γ_i. Ниже будет показано, что это приведет к удовлетворению условия (2) с высокой степенью точности. Относительно λ получаем квадратное уравнение. Значения чисел λ и γ_i при различных m и ξ, а также значения чисел u_{ij} подсчитывались на БЭСМ-6 при $n = 50$. Из двух получившихся действительных значений λ выберем большее (именно оно позволит удовлетворить (2) и (3) с хорошей степенью точности).

В табл. 2 приведены значения λ, а в табл. 3 — значения верхних границ модулей γ_i при этих значениях λ.

Таблица 2

Значения λ

m \ ξ	0.1	0.3	0.5	0.7	1	2	5	10
1	1.7203	1.5177	1.4052	1.3328	1.2623	1.1535	1.0682	1.0354
1.5	1.4172	1.3209	1.2587	1.2160	1.1727	1.1030	1.0463	1.0241
2	1.2908	1.2304	1.1880	1.1590	1.1269	1.0760	1.0342	1.0178
3	1.1802	1.1465	1.1207	1.1017	1.0817	1.0486	1.0217	1.0113

Числа γ_i, как правило, оказывались положительными. Подсчитанные значения γ_i позволили проверить, что (14), а следовательно, и (2), выполняется с неточностью, меньшей 1% (в большинстве случаев неточность значительно меньше 1%). Перейдем теперь к обоснованию метода, то есть покажем, что если числа d_i определять из (12), а λ — из (14), то при $n = 50$ и $1 \leqslant m \leqslant 3$ функция $q(x)$ (4) удовлетворяет уравнению (3), где $P(x)$ равна P с хорошей степенью точности.

Таблица 3

Верхние границы модулей γ_i

γ \ i	0.1	0.3	0.5	1	2	5	10
1	0.0368	0.0079	0.0474	0.1585	0.2773	0.3926	0.4425
2	0.0136	0.0540	0.1035	0.1532	0.1666	0.1540	0.1424
3	0.0048	0.0719	0.0979	0.1060	0.0947	0.0782	0.0708
5	0.0261	0.0621	0.0622	0.0520	0.0417	0.0349	0.0325
10	0.0300	0.0278	0.0229	0.0178	0.0150	0.0132	0.0126
20	0.0145	0.0097	0.0083	0.0068	0.0060	0.0054	0.0052
30	0.0082	0.0056	0.0048	0.0040	0.0036	0.0032	0.0031
50	0.0038	0.0028	0.0024	0.0021	0.0019	0.0018	0.0017

Рассмотрим функцию

$$A(x) = \sum_{l=0}^{2n} l_l x^{2l} \tag{15}$$

Здесь l_l представляет собой отброшенное ранее выражение в правой части $(l+1)$-ого уравнения системы (11) и равно

$$l_l = -\pi \sum_{k=0}^{2n-l} b_{l,k} u_{l,k} a^{2k} \tag{16}$$

где

$$b_{l,k} = \begin{cases} 0 & \text{при } l = 0 \text{ и } k = 0;\ 1; \quad l = 1 \text{ и } k = 0 \\ b_{l+k} + m\gamma_{l+k} \dfrac{d_0^m}{a^{2(l+k)}} & \text{при } l = 0 \text{ и } 2 \leqslant k \leqslant 3 \\ & \quad k = 0 \text{ и } 2 \leqslant l \leqslant n \\ b_{l+k} & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

Покажем, что $A(x)$ мала по сравнению с $\frac{P}{2}$ при $|x| \leqslant a$, $1 \leqslant m \leqslant 3$ и $n = 50$, если числа λ и d_i определять соответственно из (14) и (12).

Обозначим

$$\lambda_{l,k} = b_{l,k} \frac{a^{2(l+k)}}{d_0^m} \tag{17}$$

при $l = 0$ и $k = 0;\ 1$, а также при $l = 1$ и $k = 0$ $\lambda_{l,k} = 0$

при $l = 0$ и $2 \leqslant k \leqslant 3$, а также при $k = 0$ и $2 \leqslant l \leqslant n$

$$\zeta_{l,k} = \frac{m(m-1)}{2}(\gamma_1\gamma_{l+k-1} + \gamma_2\gamma_{l+k-2} + \cdots + \gamma_{l+k-1}\gamma_1) -$$

$$-\frac{m(m-1)(m-2)}{6}(\gamma_1\gamma_1\gamma_{l+k-2} + \cdots + \gamma_{l+k-2}\gamma_1\gamma_1) + \cdots +$$

$$+(-1)^{l+k}\frac{m(m-1)\cdot\ldots\cdot(m-l-k+1)}{(l+k)!}\gamma_1^{l+k}$$

В остальных случаях

$$\zeta_{l,k} = -m\gamma_{l+k} + \frac{m(m-1)}{2}(\gamma_1\gamma_{l+k-1} + \gamma_2\gamma_{l+k-2} + \cdots + \gamma_{l+k-1}\gamma_1) -$$

$$-\frac{m(m-1)(m-2)}{6}(\gamma_1\gamma_1\gamma_{l+k-2} + \cdots + \gamma_{l+k-2}\gamma_1\gamma_1) + \cdots +$$

$$+(-1)^{l+k}\frac{m(m-1)\cdot\ldots\cdot(m-l-k+1)}{(l+k)!}\gamma_1^{l+k}$$

Положим

$$B_l = -\sum_{k=0}^{2n-l} \zeta_{l,k} u_{l,k} \tag{18}$$

Используя (13), получим

$$A(x) = \frac{P}{1+\gamma_1 - m\xi(\lambda-1)}\sum_{l=0}^{2n} B_l\left(\frac{x}{a}\right)^{2l} \tag{19}$$

Для различных m и ξ нами проведена оценка функции $A(x)$, для чего использовались значения $u_{l,k}$, λ (частично приведенные в табл. 1 и 2), γ_l и легко проверяемое неравенство

$$\left|\frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{4!} - \frac{m(m-1)\cdot\ldots\cdot(m-4)}{5!} + \right.$$

$$\left. + \frac{m(m-1)\cdot\ldots\cdot(m-5)}{6!} - \cdots\right| < \frac{1}{15}$$

при $1 < m < 3$.

Эта оценка показала, что при $|x| \leqslant a$, $\xi \geqslant 0$ (ξ — неотрицательное число), $1 \leqslant m \leqslant 3$ и $n = 50$ функция $A(x)$ составляет от $\frac{P}{2}$ меньше, чем

$$2\% \text{ при } |x| \leqslant 0.8a$$

$$3\% \text{ при } 0.8a < |x| \leqslant 0.9a$$

$$5\% \text{ при } 0.9a < |x| \leqslant a$$

Используя (5), (6) и (10), можно убедиться, что при $1 \leqslant m \leqslant 3$ и $n = 50$ с высокой степенью точности выполняются равенства

$$\sum_{l=0}^{n} C_l x^{2l} = Kq(x) + \frac{1}{a^2 - x^2}\left|2K\int_0^x xq(x)\,dx + S\right|$$

$$-\pi\sum_{l=0}^{2n}\sum_{k=0}^{2n-l} b_{l+k} u_{l,k} a^{2k} x^{2l} = \frac{1}{a^2 - x^2}\int_{-a}^{a} r(t)\sqrt{a^2 - t^2}\,\ln\left|\frac{t-x}{t-a}\right| dt \quad (20)$$

Из системы (12) следует

$$\sum_{l=0}^{n} C_l x^{2l} = \frac{P}{2} - \pi d_0^m\left(u_{0,0} - \sum_{k=1}^{3} m\gamma_k u_{0,k}\right) + \pi m\sum_{l=1}^{n} d_0^m \gamma_l u_{l,0}\left(\frac{x}{a}\right)^{2l} \quad (21)$$

Из построения функции $A(x)$ вытекает

$$-\pi\sum_{l=0}^{2n}\sum_{k=0}^{2n-l} b_{l+k} u_{l,k} a^{2k} x^{2l} = -\pi d_0^m\left(u_{0,0} - \sum_{k=1}^{3} m\gamma_k u_{0,k}\right) +$$

$$+ \pi m\sum_{l=1}^{n} d_0^m \gamma_l u_{l,0}\left(\frac{x}{a}\right)^{2l} + A(x) \quad (22)$$

Вычитая из (21) равенство (22) и используя (20), получим, что $q(x)$ удовлетворяет (3′), где

$$P(x) = P - 2A(x)$$

Из приведенной выше оценки $A(x)$ вытекает, что $P(x)$ равна P с хорошей степенью точности.

Ранее было показано, что построенная нами функция $q(x)$ удовлетворяет (2) с высокой степенью точности. Кроме того, значения γ_i позволяют сделать вывод, что $q(x) > 0$.

Отсюда следует, что функция $q(x)$, определяемая по формулам (12) и (14), является приближенным решением уравнений (2) и (3). Для ее вычисления остается найти лишь параметр ξ.

Из (8) и (13) получаем при $m > 1$ уравнение относительно ξ

$$\frac{\alpha(\xi, m)}{(m\xi)^{\frac{m}{m-1}}} = \left(\frac{\pi a}{2^m K^m}\right)^{\frac{1}{m-1}} P \quad (23)$$

где

$$\alpha(\xi, m) = 1 + \gamma - m\xi(\iota - 1)$$

Левая часть уравнения, как можно убедиться, является убывающей функцией от ξ.

При $m = 1$ ξ известно и равно $\xi = \frac{2K}{\pi a}$, что следует из (8).

Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_j, \ldots, \xi_l$; $m_1, m_2, \ldots, m_i, \ldots, m_k$ — значения ξ и m, рассмотренные в табл. 2 и расположенные в порядке возрастания и, кроме того,

$$m_i \leqslant m \leqslant m_{i+1}$$

На основании монотонности левой части (23) выберем такие числа ξ_j и ξ_{j+1}, чтобы $\xi_j \leqslant \xi \leqslant \xi_{j+1}$.

Нами проверено, что при $m_i \leqslant m \leqslant m_{i+1}$ и $\xi_j \leqslant \xi \leqslant \xi_{j+1}$ функции $\alpha(\xi, m)$ и $\lambda(\xi, m)$ с достаточной степенью точности можно считать линейными по m и ξ. Поэтому можно представить

$$\alpha(\xi, m) = \alpha(\xi, m_i) + \frac{\alpha(\xi, m_{i+1}) - \alpha(\xi, m_i)}{m_{i+1} - m_i}(m - m_i) \tag{24}$$

где при $k = i, i+1$

$$\alpha(\xi, m_k) = \alpha(\xi_j, m_k) + \frac{\alpha(\xi_{j+1}, m_k) - \alpha(\xi_j, m_k)}{\xi_{j+1} - \xi_j}(\xi - \xi_j)$$

Заменяя в (24) α на λ, получаем формулы для $\lambda(\xi, m)$. Из (23) и (24) находим ξ и, следовательно, λ и γ_i. Из (4), (8) и (13) вытекает, что давление можно записать в виде

$$p(x) = p_0(x)\frac{\left[-\sum_{i=0}^{50}\gamma_i\left(\frac{x}{a}\right)^{2i}\right]^m}{\alpha(\xi, m)} \tag{25}$$

где

$$p_0(x) = \frac{P}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}}$$

— давление при отсутствии шероховатостей [1, 5].

Необходимо подчеркнуть, что на практике для вычисления $p(x)$ по формуле (25) при $|x| \leqslant 0.9a$ достаточно заменить

$$\sum_{i=0}^{50}\gamma_i\left(\frac{x}{a}\right)^{2i} \quad \text{на} \quad \sum_{i=0}^{5}\gamma_i\left(\frac{x}{a}\right)^{2i}$$

Для вычисления $p(x)$ при $0.9a < |x| \leqslant 0.95a$ достаточно заменить в (25) верхний предел суммирования 50 на 10. При этом правая часть формулы (25) изменится менее, чем

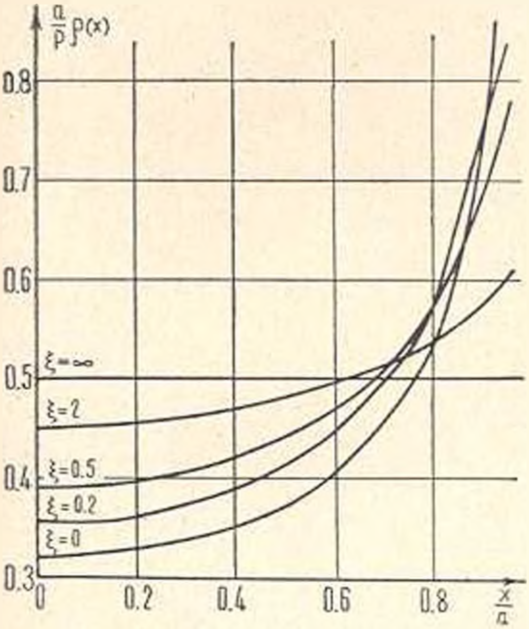
на 1% при $|x| \leqslant 0.8a$

на 6% при $0.8a < |x| \leqslant 0.9a$

на 8% при $0.9a < |x| \leqslant 0.95a$

На фиг. 1 изображены графики давления при $m=2$ и различных ξ.

Остановимся на случае $m=1$, рассмотренном в [1], при котором нелинейное интегральное уравнение (1) становится линейным*.



Фиг. 1.

В [1] на стр. 270 приведены значения давления при $m=1$. Приближенный метод их нахождения основан на разбиении отрезка $[0, a]$ на 5 равных частей и составлении системы линейных уравнений относительно давлений в серединах этих частей.

Таблица 4

Значения $\frac{a}{P}p(x)$

x/a / $K a$	0.1		0.3		0.5		0.7		0.9	
	А	Б	А	Б	А	Б	А	Б	А	Б
0.1	0.3658	0.3648	0.3827	0.3802	0.4239	0.4200	0.5157	0.5060	0.8121	0.7430
1	0.4558	0.4603	0.4615	0.4688	0.4836	0.4871	0.5171	0.5195	0.5791	0.5791
10	0.4913	0.4983	0.4966	0.4995	0.4982	0.5020	0.5025	0.5062	0.5096	0.5147

В табл. 4 приведены значения давления по [1] (столбцы А) и по нашему методу (столбцы Б). Из нее следует, что наше решение при $m=1$ весьма близко к решению в [1].

Автор благодарит Л. А. Галина за обсуждение результатов.

Московский государственный
университет

Поступила 5 II 1973

* Частично этот случай исследован в [6].

Ա. Ս. ՌԱԲԻՆՈՎԻՉ

ԱՆՀԱՐԹ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ԿԻՍԱՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ ՈՒՂՂԱԳԻԾ ՀԻՄՔՈՎ ՇՏԱՄՊԻ ՃՆՇՄԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ ՀԱՐԹ ԿՈՆՏԱԿՏԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտարկվող կոնտակտային խնդիրը բերվում է ճնշման ֆունկցիայի նկատմամբ ոչ գծային ինտեգրալ հավասարման։ Այդ հավասարման լուծումը կառուցելու համար առաջարկվում է մոտավոր անալիտիկ մեթոդ։ Մասնակի դեպքի համար բերված է համեմատություն Ի. Ա. Շտայերմանի լուծման հետ։

A PLANE CONTACT PROBLEM ON THE PRESSURE OF A PUNCH WITH A RECTILINEAR BASIS ONTO A ROUGH ELASTIC SEMI-PLANE

A. S. RABINOVICH

S u m m a r y

The contact problem under examination is reduced to a non-linear integral equation with respect to pressure. An approximate analytic method to solve the equation is suggested. For the particular case a comparison with I. J. Staerman's solution is presented.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Штаерман И. Я.* Контактная задача теории упругости. Гостехиздат, М.—Л., 1949.
2. *Рыжов Э. В.* Основы расчета стыковых поверхностей деталей машин на контактную жесткость. Машгиз, М., 1962.
3. *Демкин Н. Б.* Контактирование шероховатых поверхностей. Наука, М., 1970.
4. *Рабинович А. С.* Плоская контактная задача для шероховатых упругих тел. Изв. АН СССР, МТТ, № 3, 1974.
5. *Галин Л. А.* Контактные задачи теории упругости. Гостехиздат. М., 1953.
6. *Попов Г. Я.* Об интегральных уравнениях теории упругости с разностными и сумм... Проблемы прочности, № 4, 1971.