

Р. В. АМБАРՇՄՅԱՆԸ

ОБЛАСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ОСТАНОВКОЙ ВЕДОМОГО ЗВЕНА

Вопросам синтеза рычажных механизмов с остановкой ведомого звена в настоящее время уделяется все большее внимание. Это объясняется тем, что применявшиеся в настоящее время трехзвенные механизмы с остановками обладают рядом существенных недостатков [1]. Эти недостатки выдвигают задачу перехода к более сложным, но универсальным рычажным механизмам.

Рычажные механизмы с остановкой ведомого звена образуются путем присоединения к шатуну и стойке базисного механизма¹ кинематических групп второго класса и, в частности, трехшарнирной двухповодковой группы [1]. Необходимым условием остановки ведомого звена является наличие на траектории точки присоединения двухповодковой группы участка, близкого к дуге окружности, причем длина присоединяемого шатуна должна равняться радиусу указанной окружности, а координаты центра вращения ведомого звена и его длина должны быть такими, чтобы траектория центра другого шарнира ведомого звена проходила через центр указанной дуги окружности [1,2].

До настоящего времени задачи синтеза рычажных механизмов для обеспечения различных типов движения ведомого звена (односторонний периодический поворот или качательное движение с остановкой) решались раздельно. Считалось, что при одних и тех же значениях параметров базисного механизма нельзя получить как односторонний поворот ведомого звена с остановкой, так и его качательное движение. Однако ниже доказывается, что указанные типы движения ведомого звена можно получить при одних и тех же значениях параметров базисного механизма.

Поскольку шатунные кривые², некоторый заданный участок которых аппроксимируется дугой окружности, можно получить различными базисными механизмами, то в дальнейшем рассматриваем кривые без базисных механизмов.

Пусть в координатных осях УОХ задана плоская выпуклая кривая $1-1$, описываемая шатунной точкой M некоторого базисного механизма (фиг. 1). Противоположащие участки³ $M_1 M_2$ и $M_3 M_4$ кривой $1-1$

¹ Базисным является механизм с ведущим кривошипом, часть траектории точки шатуна которого близка к дуге окружности или к прямой.

² Траектория движения точки соединения двухповодковой группы с шатуном базисного механизма.

³ Длины этих участков определяются продолжительностью остановки ведомого звена.

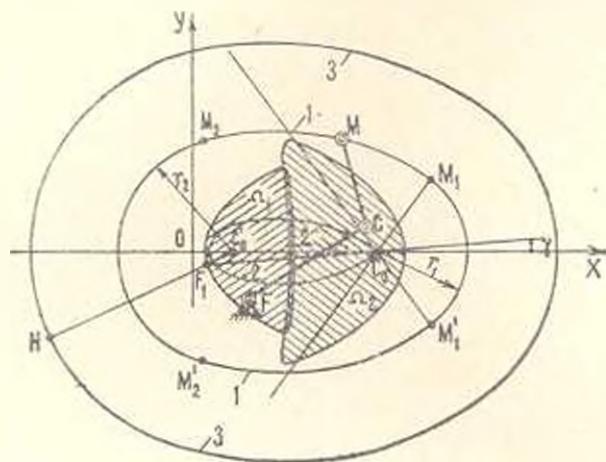
близки к дугам окружностей радиусов r_1, r_2 с центрами соответственно в точках C_0, C_1 на оси OX , которая совмещена с осью симметрии этой кривой, и выполняется условие

$$r_1, r_2 < \rho_{\min} \quad (1)$$

где ρ_{\min} — минимальный радиус кривизны участка M_1M_2 или $M'_1M'_2$. Пусть центр шарнира M двухподковой группы $[FCM]$ (фиг. 1) движется по кривой $1-1$, а шарнир F закреплен на неподвижной плоскости (стойка базисного механизма).

Используем участок M, M'_1 кривой $1-1$ для получения остановки звена.

Проводим через точки M_1, C_0 и M'_1, C_0 прямые. Как указывалось выше, для обеспечения остановки ведомого звена траектория центра



Фиг. 1.

шарнира C должна проходить через точку C_0 . Отсюда следует, что центр вращения ведомого звена F нельзя располагать в области $M_1C_0M'_1$, так как в этом случае длина звена $MC = r_1 < M_2C_0$. Следовательно, происходит разрыв в кинематической цепи MCF при движении шатунной точки M на участке M_1M_2 .

Расположим точку F вне области $M_1C_0M'_1$ и определим характер движения звена FC . Проведем эквидистантные кривые $2-2$ и $3-3$ на расстоянии $MC = r_1$ от шатунной кривой $1-1$. Совершенно очевидно, что область, ограниченная кривыми $2-2$ и $3-3$, является геометрическим местом всех возможных положений шатуна MC при движении точки M по кривой $1-1$. Отсюда следует, что траектория центра шарнира C звена FC должна находиться в указанной области. В противном случае происходит разрыв кинематической цепи MCF при движении точки M по кривой $1-1$. Тогда вне области $M_1C_0M'_1$ имеется множество положений точки F , обеспечивающей существование ки-

кинематической цепи FCM . Совокупность этих положений образует область Ω_1 (фиг. 1), при расположении в которой центра вращения ведомого звена обеспечивается его полный поворот. Граничные точки области Ω_1 являются центрами тех окружностей (траектория центра шарнира C), которые, проходя через точку C_0 , касаются либо кривой 2—2, либо кривой 3—3.

Аналогично находится область Ω_2 для кривой¹ M_1M_2 (фиг. 1). Таким образом, для симметричных шатуновых кривых с условием (1) существуют две области Ω_1 и Ω_2 , при расположении в которых центра вращения F ведомого звена FC обеспечивается его полный поворот с остановкой.

Отметим, что при пересечении траектории точки C с кривой 3—3 или 2—2 кинематическая цепь FCM не существует.

Рассмотрим теперь случай, когда выпуклая плоская шатуновая кривая обеспечивает условие (фиг. 2).

$$r_1 + r_2 > r_{\max} \quad (2)$$

где r_{\max} — максимальное значение радиуса кривизны участка M_1M_2 (или M_1M_2) кривой 1—1.

Пусть центр шарнира M двухплыводковой группы движется по кривой 1—1 (фиг. 2), а шарнир F закреплен на неподвижной плоскости (стойка базисного механизма). Выясним характер движения ведомого звена FC , когда его остановка осуществляется при движении точки M на участке M_1M_2 .

Проводим эквидистантную кривую 3—3, соответствующую участку M_1M_2 кривой 1—1 на расстоянии r_0 . Соединим точки M_1M_2 с точкой C_0 и продолжим их до пересечения с кривой 3—3. Проследим за движением звена FC , когда точка F расположена в области Ω_1 , $C_0 \in \Omega_1$ (фиг. 2). При этом возможны следующие случаи взаимного расположения траектории точки C и кривой 3—3.

1. Траектория точки C находится внутри кривой 3—3.
2. Траектория точки C соприкасается с кривой 3—3.
3. Траектория точки C пересекается с кривой 3—3.

Из фиг. 2 видно, что если при движении точки M на участке M_1M_2 кривой 1—1 существует кинематическая цепь FCM , то она существует при движении точки M на оставшемся участке кривой 1—1. Выясним характер движения звена FC , когда точка M движется на участке M_1M_2 . Поскольку участок M_1M_2 близок к дуге окружности с центром C_0 , то контур $FCMC_0$ можно рассматривать как шарнирный четырехзвеник с ведомым звеном $MC_0 = r_0$. Когда траектория точки C находится внутри кривой 3—3, то для четырехзвеника $FCMC_0$ справедливо неравенство $FC + FC_0 < r_1 + r_2$. (3)

¹ Когда остановка ведомого звена осуществляется при движении точки на этом участке.

При совпадении положения звена FC с линией центров FC , CMC не принимает значение нуль. Это показывает, что при полном повороте звена FC точка M не может перемещаться по всей дуге M_2M_2 . Значит, осуществить полный поворот звена FC в случае 1 невозможно. Когда неравенство (3) превращается в равенство, что соответствует случаю 2 взаимного расположения траектории точки C и кривой 3—3, то при полном повороте звена¹ FC точка M перемещается по дуге M_2M_2 . Значит, в этом случае при движении точки M по кривой 1—1 ведомое звено может быть кривошипом. Совокупность положений точки F в области $n_2C_0n_1$ для этого случая дает кривую F_1F_2 (фиг. 2).

При выполнении неравенства

$$FC - FC_0 > r_1 - r_2 \quad (4)$$

траектория точки C пересекается с кривой 3—3, следовательно, звено FC никогда не может быть кривошипом (возможные положения шатуна MC не выходят за пределы кривой 3—3), хотя точка M может двигаться по дуге M_2M_2 .

Расположим теперь точку F в области $M_1C_0M_1$. Проводим эквидистантную кривую 2—2 на расстоянии r_1 от кривой 1—1. Совершенно очевидно, что область, ограниченная кривыми 2—2 и 3—3, является геометрическим местом всех возможных положений шатуна MC , когда точка M движется по кривой 1—1. Как и в предыдущем случае, здесь возможны те же три случая взаимного расположения траектории точки C и кривой 3—3. Если положение точки F в области $M_1C_0M_1$ выбрать так, чтобы траектория точки C находилась в области, ограниченной кривыми 2—2 и 3—3, то кинематическая цепь FCM при движении точки M по кривой 1—1 всегда существует. Рассмотрим несколько последовательных положений звена FC при движении точки M по кривой 1—1, легко убедиться, что ведомое звено будет кривошипом. Тогда в области $M_1C_0M_1$ имеется множество положений точки F , обеспечивающих условие полного поворота звена FC . Совокупность этих положений образует область Ω_1 , когда остановка звена FC осуществляется при движении точки M на участке M_1M_1 . Граничные точки этой области являются центрами тех окружностей (траектории центра шарнира C), которые касаются либо кривой 2—2, либо кривой 3—3.

Подобным образом можно доказать, что такая же область Ω_2 и кривая F_1F_2 (фиг. 2) существуют и для кривой M_2M_2 .

Если траектория точки C соприкасается с кривой 3—3 или пересекает ее при расположении точки F в области $n_2C_0M_1$ или $n_1C_0M_1$,

¹ При совпадении положения звена FC с линией центров C_0F звена CM и MC_0 втягиваются в одну прямую.

Если центр вращения ведомого кривошипа находится на границе области Ω_1 (в точке F_1), то уравнение траектории точки C запишется в виде

$$(x - x_{F1})^2 + (y - y_{F1})^2 = l_{np}^2 = (x_H - x_H)^2 + (y_H - y_H)^2 \quad (7)$$

где

l_{np} — предельная длина ведомого кривошипа;

x_H, y_H — координаты точки касания H траектории точки C с кривой 3—3 или 2—2;

x_{F1}, y_{F1} — координаты точки F_1 .

В точке касания H имеет место равенство производных функций (6) и (7), то есть $\left(\frac{dy}{dx}\right)_H = \left(\frac{dy}{dx}\right)_H$. Дифференцируя уравнение (7) по переменной x с учетом зависимостей (6), получим

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_H = - \frac{|x(\varphi_2) - x_{F1}| l \sqrt{(x')_{\varphi_2}^2 + (y')_{\varphi_2}^2} = r_1 (y')_{\varphi_2}}{|y(\varphi_2) - y_{F1}| l \sqrt{(x')_{\varphi_2}^2 + (y')_{\varphi_2}^2} = r_1 (x')_{\varphi_2}} \quad (8)$$

где

$x(\varphi_2), y(\varphi_2)$ — координаты точки шатунной кривой 1—1, соответствующей точке касания H ;

φ_2 — значение общего параметра φ , соответствующего точке касания H ;

$(x')_{\varphi_2}, (y')_{\varphi_2}$ — значение производных функций (5) при $\varphi = \varphi_2$.

Производная

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_H = \left(\frac{y'}{x'}\right)_{\varphi_2} \quad (9)$$

Уравнение прямой, проходящей через точки C_0, F_1

$$y = (x - x_{C0}) \operatorname{tg} \gamma \quad (10)$$

где

γ — угол, образованный указанной прямой и осью OX (фиг. 1).

Для определения величин неизвестных $x_{F1}, y_{F1}, \varphi_2$ составим систему уравнений

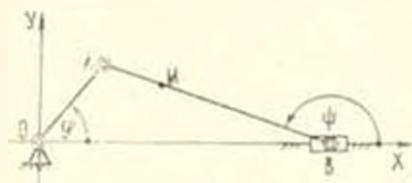
$$\begin{aligned} y_{F1} &= (x_{F1} - x_{C0}) \operatorname{tg} \gamma \\ (x_{F1} - x_H)^2 + (y_{F1} - y_H)^2 &= (x_{F1} - x_{C0})^2 + y_{F1}^2 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\left(\frac{y'}{x'}\right)_{\varphi_2} = - \frac{|x(\varphi_2) - x_{F1}| l \sqrt{(x')_{\varphi_2}^2 + (y')_{\varphi_2}^2} = r_1 (y')_{\varphi_2}}{|y(\varphi_2) - y_{F1}| l \sqrt{(x')_{\varphi_2}^2 + (y')_{\varphi_2}^2} = r_1 (x')_{\varphi_2}}$$

С помощью этой системы (варьированием величины угла γ) определим координаты точек границы области Ω_1 . Координаты точек границ областей $\Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$, а также кривых $F_1 F_2$ и $F_3 F_2$ определяются аналогичным образом.

Рассмотрим пример составления системы (11), когда базисным является центральный кривошипно-ползунный механизм (фиг. 3).

Известно, что точки осевой линии шатуна AB этого механизма описывают кривые, симметричные относительно линии движения ползуна (оси Ox), причем если шатуновая точка M находится между шарнирами A и B , то его траектория удовлетворяет условию (1), если же она находится за шарниром A , то — условию (2).



Фиг. 3.

Для шатуновой точки $M(x, y)$ на оси шатуна при длине кривошипа, равной единице, и длине шатуна, равной l , получим (фиг. 3)

$$x = \cos \varphi - l \cos \psi \quad (12)$$

$$y = \sin \varphi - l \sin \psi$$

где φ — угол, образуемый осью шатуна с осью Ox ;

l — расстояние от точки A до точки M (определяется в зависимости от продолжительности остановки [2]).

Зависимость между углами¹

$$\cos \psi = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{l^2} \sin^2 \varphi}$$

Тогда уравнения (12) с учетом последнего выражения принимают вид

$$x = \cos \varphi + l \sqrt{1 - \frac{1}{l^2} \sin^2 \varphi}$$

$$y = \left(1 - \frac{l}{l}\right) \sin \varphi$$

Разложим в ряд выражение $\left(1 - \frac{l}{l} \sin^2 \varphi\right)^{\frac{1}{2}}$ по формуле бинома Ньютона и ограничимся двумя членами этого ряда². Получим

$$x = \cos \varphi + l - \frac{1}{2} \frac{l}{l^2} \sin^2 \varphi \quad (13)$$

$$y = \left(1 - \frac{l}{l}\right) \sin \varphi$$

¹ В дальнейшем знак корня берется минус, потому что согласно фиг. 3 углу ψ , равному π , соответствует угол φ равный 180°, из-за чего второе равенство — 1.

² Граничные точки полученных областей практически не используются, так как при расхождении точки F из границ областей появляются неопределенности в положении двухпородной группы. Поэтому для определения значений координат этих точек ограничимся двумя членами ряда.

Производные этих функций по переменной φ

$$x' = -\sin\varphi - \frac{\lambda}{2l^2} \sin 2\varphi \quad (14)$$

$$y' = \left(1 - \frac{\lambda}{l}\right) \cos\varphi$$

На основании формул (13), (14) система (12) принимает вид

$$\begin{aligned} y_{F_1} &= (x_{F_1} - x_{C_0}) \operatorname{tg}\gamma \\ \left| x_{F_1} - \cos\varphi_2 - C - \frac{r_1 A}{\sqrt{B^2 + A^2}} \right|^2 + \left| y_{F_1} - D + \frac{r_1 B}{\sqrt{B^2 + A^2}} \right|^2 &= \\ &= (x_{F_1} - x_{C_0})^2 + y_{F_1}^2 \\ \frac{A}{B} &= \frac{\cos\varphi_2 + C - x_{F_1} \sqrt{B^2 + A^2} \mp r_1 A}{(A - y_{F_1} \sqrt{B^2 + A^2} \mp r_1 B)} \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$A = \left(1 - \frac{\lambda}{l}\right) \cos\varphi_2$$

$$B = \frac{\lambda}{2l^2} \sin 2\varphi_2 + \sin\varphi_2$$

$$C = \lambda \left(1 - \frac{1}{2l^2} \sin^2\varphi_2\right)$$

$$D = 1 - \frac{\lambda}{l} \sin\varphi_2$$

Система (15) довольно сложна и ее надо решить одним из приближенных методов на вычислительных машинах.

В случаях, когда точка касания H находится на участках эквидистантных кривых, соответствующих участкам $M_1 M_1'$ и $M_2 M_2'$, координаты граничных точек областей можно определить более простым путем.

По условию (1) участок $M_1 M_1'$ мало отличается от дуги окружности радиуса r_2 , описанной из точки C_0 . Следовательно, участок кривой 3—3, соответствующий дуге $M_2 M_2'$, можно описать из центра C_0 радиусом $R = r_1 + r_2$ (фиг. 1). В таком случае нормаль в точке касания H кривых должна проходить через точки F_1 и C_0 .

Тогда, как следует из фиг. 1.

$$(F_1 C_0)^2 - (R - f_{np})^2 = (x_{F_1} - x_{C_0})^2 + y_{F_1}^2 \quad (16)$$

Из того же рисунка имеем

$$(x_{F_1} - x_{C_0})^2 + y_{F_1}^2 = f_{np}^2 \quad (17)$$

На основании уравнений (10), (16) и (17) составим систему уравнений

$$\begin{aligned}
 y_{F1} &= (x_{F1} - x_{C_0}) \operatorname{tg} \gamma \\
 (x_{F1} - x_{C_0})^2 + y_{F1}^2 &= f_{cp}^2 \\
 (R - f_{cp})^2 &= (x_{F1} - x_{C_0})^2 + y_{F1}^2
 \end{aligned}
 \quad (18)$$

Задаваясь углом γ и пределах, соответствующих участку $M_2 M_1$, из системы (18) определим величины неизвестных x_{F1} , y_{F1} , f_{cp} .

Выбор центра вращения ведомого кривошипа в полученных областях по допускаемым значениям угла передачи в начале движения звена и и период его вращения нужно произвести по методу, изложенному в работе [2].

Отметим, что полученные области дают возможность регулировать величину угла выстоя без изменения длин подвижных звеньев механизма [2, 3].

Как было упомянуто выше, ведомое звено может быть коромыслом с остановкой, если симметричная шатуновая кривая удовлетворяет условию (2), а траектория точки C_1 , проходя через точку C_0 (или C_n), пересекает кривую $3-3$ (фиг. 2). Это показывает, что область возможных положений центра вращения ведомого коромысла с остановкой бесконечна. Однако, при заданных угле размаха этого звена и угле поворота ведущего кривошипа, обеспечивающего переход ведомого звена из одного крайнего положения в другое, координаты его центра вращения определяются однозначно [1]. Также однозначно определяются координаты его центра вращения при заданных угле размаха коромысла и угле передачи в конце последующей остановки [4].

На основании вышесказанного можно сделать следующие выводы:

1. Не все симметричные шатуновые кривые направляющих базисных механизмов обеспечивают получение качательного движения ведомого звена с остановкой. Необходимым условием для этого является неравенство (2).

2. Области, где можно располагать центр вращения ведомого кривошипа, ограничены, а для ведомого коромысла область безгранична, если она существует.

3. С помощью полученных областей можно установить пределы регулирования величины угла выстоя без изменения длин подвижных звеньев механизма, а также определить длину ведомого кривошипа при заданном угле выстоя, исходя из конструктивных требований.

Ի. Վ. ՀԱՄԲԱՐՑՈՒՄՅԱՆՑ

ՏԱՐՎՈՂ ՕՂԱԿԻ ԿԱՆՊԱՌՈՎ ՀԱՐԹ ԼԾԱԿԱՅԻՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄՆԵՐԻ
ԳՈՅՈՒԹՅԱՆ ՏԻՐՈՒՅԹՅՆԵՐ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հուծված է տարվող օղակի կանգառով հարթ լծակային մեխանիզմների, որոնք կազմված են երկկարգային խմբի հաջորդական միացմամբ հիմնային մեխանիզմի շարժաթևին և հիմքին, ախրայթևների որոշման խնդիրը:

Հողվածում տրված է կանգառով տարվող օղակի երկարության որոշման նոր եղանակ, կախված այդ օղակի համար պահանջված տեսքի շարժման օրինաչափությունից նույն հիմնային մեխանիզմի հիմքի վրա: Այդ նպատակով հողվածում որոշվում են կանգառով հարթ լծակային մեխանիզմների հնարավոր դոշության ախրայթևները: Յույց է տրվում, նաև որ ստացված տիրայթևները հնարավորություն են տալիս առանց մեխանիզմի շարժական շղակների երկարությունների փոփոխության կարգավորելու տարվող օղակի կանգման անկյան մեծությունը:

FIELDS OF EXISTENCE OF PLANE LINKAGE
DWELL MECHANISMS

R. V. HAMBARTSUMIANTS

S u m m a r y

The fields of existence of plane linkage dwell mechanisms, made up by joining a two-link unit to a coupler and to a fixed link of the base guide mechanisms, are determined.

Up to now, there is a belief that for every particular form of movement of the output rocker with intermitten motion a new base mechanism is to be designed. This largely complicates the task to synthesize such mechanisms.

Therefore, a new method is suggested to determine the length of the output rocker for every particular form of movement of the rocker in conformity with the same base mechanism. To this end, the fields of existence of linkage dwell mechanisms are determined. The obtained fields make it possible to adjust the value of the stop angle without changing the length of mobile links.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Артоболевский И. И., Левитский Н. И., Черкудинов С. И. Синтез плоских механизмов. Физматгиз, М., 1959.
2. Амбарцумян Р. В. Синтез шестизвенного рычажного механизма периодического поворота с регулируемой величиной угла выстоя. Изв. АН Арм. ССР, Механика, № 4, т. 23, 1970.
3. Амбарцумян Р. В. Шестизвенный шарнирно-рычажный механизм с остановкой ведомого звена. Акт. св. № 233751, 1971.
4. Амбарцумян Р. В. Синтез пятизвенного зубчато-рычажного механизма с остановкой ведомого коромысла. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. 24, № 1, 1971.