ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXVI, № 5, 1973 Механика

Г. А БАБАДЖАНЯН

ДВИЖЕНИЕ РЕАЛЬНОГО ГАЗА В ДЛИННОМ ГАЗОПРОВОДЕ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ УКЛОНА ПРОФИЛЯ ТРАССЫ

§ 1. Уравнения движения и граничные условия

Рассматривается одномерное изотермическое стационарное движение реального (вязкого) газа в длинном газопроводе с учетом влияния уклона профиля трассы. Это обстоятельство имеет существенное значение в горных условиях Армении или вообще, когда газопровод проходит через местность, уклон профиля которой изменяется вдоль пути.

Движение газа при вышеуказанных условиях описывается следующей системой уравнений [1]:

$$-\frac{dP}{dx}=\frac{\lambda\rho u^2}{2d}+\rho g\sin\alpha$$

$$\frac{d(\rho u)}{dx}=0 \qquad (1.1)$$

$$p=\rho gRT$$

где p — среднее по сечению трубы давление газа, ρ — плотность, u — скорость, λ — коэффициент сопротивления, g — ускорение силы тяжести, T — абсолютная температура, R — газовая постоянная, d — диаметр трубы, x — направление потока, t — время, α — угол, показывающий уклон профиля трассы.

§ 2. Ламинарный случай движения

При ламинарном движении газа коэффициент сопротивления трения λ имеет следующий вид:

$$\lambda=\frac{64}{\mathrm{Re}}=\frac{64\mu}{ud\rho}=\frac{64\nu}{ud} \qquad (2.1)$$

где μ — динамический коэффициент вязкости, ν — кинематический коэффициент вязкости газа.

Подставляя значение λ в виде (2.1) в первое уравнение системы (1.1), получим

$$-\frac{dp}{dx}=bu+\rho g\sin\alpha \qquad (2.2)$$

где

$$b=\frac{32\mu}{d^2}=\mathrm{Const} \qquad (2.3)$$

Определяя из (2.2) u, $\frac{du}{dx}$ и подставляя во второе уравнение системы (1.1), с учетом третьего уравнения этой системы получим следующее уравнение относительно давления:

$$p\frac{d^2p}{dx^2}+\frac{2p\sin\alpha}{RT}\frac{dp}{dx}-\left(\frac{dp}{dx}\right)^2=0 \tag{2.4}$$

Это уравнение определяет изменение давления для стационарного ламинарного одномерного движения реального газа в трубе круглого сечения с учетом рельефа (уклон) местности, по которой проходит газопровод.

Если обозначить $p^2=P$, уравнение (2.4) примет следующий вид:

$$\frac{d^2P}{dx^2}+A\frac{dP}{dx}=0 \tag{2.5}$$

где $$A=\frac{2\sin\alpha}{RT}$$

При решении задачи зададимся следующими граничными условиями:

$$\begin{array}{lllll}\text{при} & x=0 & p=p_H & \text{или} & P=P_H=p_H^2\\ \text{при} & x=L & p=p_k & \text{или} & P=P_k=p_k^2\end{array} \tag{2.6}$$

где p_H и p_k — значения давления в начале и в конце трубопровода. Решением уравнения (2.5) с учетом граничных условий (2.6) будет

$$P(x)=\frac{P_H(e^{-Ax}-e^{-AL})+P_k(1-e^{-Ax})}{1-e^{-AL}} \tag{2.7}$$

откуда решение уравнения (2.4) запишется в виде

$$p(x)=\left[\frac{p_H^2(e^{-Ax}-e^{-AL})+p_k^2(1-e^{-Ax})}{1-e^{-AL}}\right]^{1/2} \tag{2.8}$$

Изменение скорости вдоль газопровода определится из (2.2), то есть

$$u(x)=\frac{\sin\alpha}{RTb}\frac{e^{-Ax}(p_H^2-p_k^2)}{(1-e^{-AL})\left[p_H^2(e^{-Ax}-e^{-AL})-p_k^2(1-e^{-Ax})\right]^{1/2}}$$

$$=\frac{p}{RTb}\sin\alpha \tag{2.9}$$

Из третьего уравнения системы (1.1) определим плотность, а весовой расход трубопровода определится по формуле

$$G=\gamma gus=\text{const} \tag{2.10}$$

где s — площадь поперечного сечения трубы.

В случае горизонтального трубопровода, то есть при $\alpha=0$ получим [2]

$$p(x) = \left| p_H^2 - (p_H^2 - p_L^2)\frac{x}{L} \right|^{1/2} \tag{2.11}$$

$$u(x) = \frac{p_H^2 - p_k^2}{2b\,Lp} \tag{2.12}$$

$$G = \rho g u s = \frac{s(p_H^2 - p_k^2)}{2bLRT} = \text{const} \tag{2.13}$$

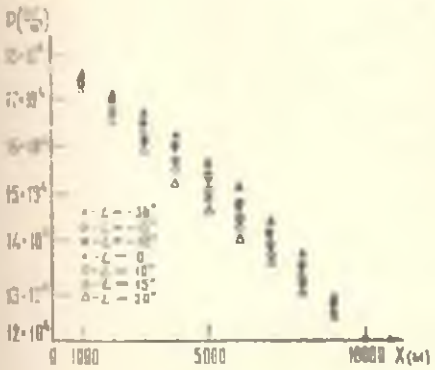
Ламинарный режим движения газа в длинных газопроводах не представляет существенного практического интереса.

§ 3. Турбулентный режим движения

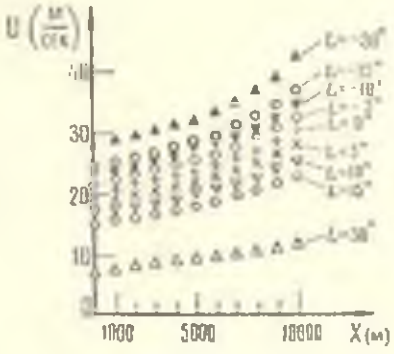
В случае турбулентного движения газа коэффициент сопротивления трения ξ для заданного диаметра трубы можно принять постоянным. Система уравнений (1.1) запишется в следующем виде:

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\xi p u^2}{2dgRT} + \frac{p}{RT}\sin\alpha \tag{3.1}$$

$$\frac{d(pu)}{dx} = 0$$



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Исключая из этой системы уравнений функции $u(x)$ и принимая во внимание обозначение $p^2 = P$, вместо системы (3.1) получим такое же уравнение для $P(x)$, какое мы имели в случае ламинарного движения

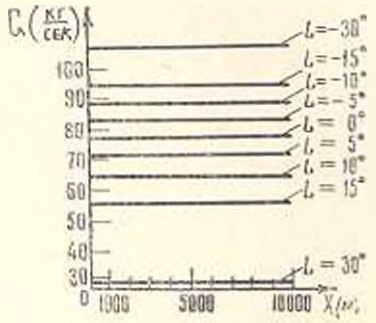
$$\frac{d^2P}{dx^2} + A\frac{dP}{dx} = 0 \tag{3.2}$$

Принимая граничные условия в виде (2.6), получим закон изменения давления вдоль газопровода в этом случае в виде (2.8). Закон изменения скорости в этом случае будет

$$u = \left| \frac{2dg}{\xi} \frac{\sin\alpha\,(p_H^2 - p_k^2)\,e^{-Ax}}{p_H^2(e^{-Ax} - e^{-AL}) + p_k^2(1 - e^{-Ax})} - \frac{2dg}{\xi}\sin\alpha \right|^{1/2} \tag{3.3}$$

Плотность и весовой расход определятся соответственно из формул (1.1) и (2.10).

В случае горизонтального газопровода, то есть при $\varphi = 0$ получаем [2]

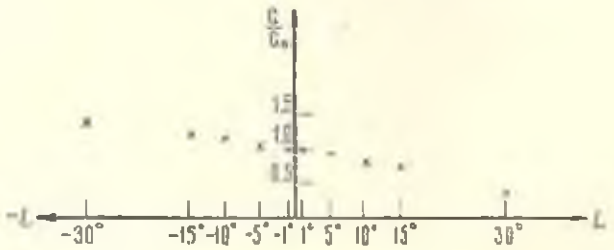


Фиг. 3.

$$p(x) = p_H^2 - (p_H^2 - p_k^2)\frac{x}{L} \tag{3.4}$$

$$u(x) = \left| \frac{d g R T (p_H^2 - p_k^2)}{\lambda L p^2} \right|^{1/2} \tag{3.5}$$

$$G = \frac{s}{RT}\, pu = s \left| \frac{d g}{\lambda L R T} (p_H^2 - p_k^2) \right|^{1/2} \tag{3.6}$$



Фиг. 4.

Численный пример. Для примера возьмем следующие данные:

$$p_H = 18 \cdot 10^4 кг/м \qquad d = 0.625 м$$

$$p_k = 12 \cdot 10^4 кг/м \qquad \lambda = 0.0119$$

$$L = 10^4 м \qquad \varphi = \pm 30°,\ \pm 15°,\ \pm 10°,\ \pm 5°,\ \pm 1°,\ 0$$

$$R = 50 м/град,\ t = 17°,\ T = 290$$

На фиг. 1, 2, 3 представлены законы изменения давления, скорости и расхода при турбулентном движении газа вдоль газопровода. Из графиков видно, что уклон дна профиля трассы существенно влияет на газодинамические величины.

На фиг. 4 показана зависимость расхода P от уклона дна газопровода, то есть $P = P(\alpha)$.

Ереванский государственный
университет

Поступила 8 I 1973

Գ. Հ. ԲԱԲԱՋԱՆՅԱՆ

ԵՐԿԱՐ ԳԱԶԱՄՈՒՂՈՒՄ ԻՐԱԿԱՆ ԳԱԶԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ՈՒՂԵԳԾԻ ՊՐՈՖԻԼԻ ԹԵՔՈՒԹՅԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՄԲ ՀԱՇՎԱՌՈՒՄՈՎ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում քննարկվում է իրական գազի ստացիոնար, իզոթերմ շարժումը պլանային կտրվածք ունեցող երկար գազամուղում, ուղեգծի պրոֆիլի թեքության անկյան հաշվառումով: Ուսումնասիրվում են գազի խնչպես լամինար, նույնպես և տուրբուլենտ շարժման դեպքերը:

Խնդրի լուծումը ցույց է տալիս, որ գազամուղի ուղեգծի պրոֆիլի թեքության անկյունը էական ազդում է գազադինամիկական մեծությունների վրա: Խնդրի գործնական նշանակություն մեծ է լեռնային ռելիեֆ ունեցող վայրերի համար, որոնցով անցնում են երկար գազամուղները:

MOTION OF REAL GAS IN A LONG GAS PIPE, CONSIDERING THE EFFECT OF SLOPE IN THE LINE PROFILE

G. H. BABADJANIAN

S u m m a r y

The one-dimensional isothermal stationary motion of a real (viscous) gas in a long gas pipe line, considering the effect of slope in the line profile, is discussed. The problem in question finds its practical application in the mountainous areas of Armenia where the gas line passes through lengths of the sloping profile.

Both laminar and turbulent flow of the gas in the gas line is examined. The laws of variation in pressure, density, velocity and flow rate are found. The solution and the numerical example given in the article show that the slope in the line profile has its essential effect on gasodynamic values.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чарный И. А.* Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. Гостехиздат, М.-Л, 1951.

2. *Смирнов А. С., Ширковский А. И.* Добыча и транспорт газа Гостехиздат, М., 1957.