

Г. Г. АВАНЕСЯН

УСТОЙЧИВОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПЛАСТИН, ОБТЕКАЕМЫХ ПОТОКОМ ГАЗА

Известно, что пластины, изготовленные из ферромагнитных материалов и помещенные в поперечное магнитное поле, могут потерять устойчивость. В работах [1—3] показано, что с увеличением напряженности магнитного поля частота колебаний падает и достигает нуля при определенном критическом значении. С возрастанием магнитного поля уменьшается также критическая скорость флаттера [3].

В настоящей статье рассматривается задача устойчивости двух параллельных ферромагнитных пластин в поперечном магнитном поле, обтекаемых потоком непроводящего газа. Определены значения критической скорости при внешнем и внутреннем обтекании, зависящие как от напряженности внешнего магнитного поля, так и от взаимного влияния пластин.

1. Пусть параллельные изотропные пластины постоянной толщины ($2h_1, 2h_2$) находятся в постоянном поперечном магнитном поле. Введем ортоснальную координатную систему (x, y, z) так, чтобы плоскость (x, y) была параллельна срединным плоскостям пластин и равноудалена от них на расстояния a (фиг. 1). Пластины изготовлены из магнитомягких материалов с разными магнитными и упругими характеристиками.

Принимаются следующие предположения:

- а) гипотеза Кирхгофа о недеформируемых нормалях,
- б) для внешней области (то есть для всей области вне пластин) считаются справедливыми уравнения Максвелла для вакуума,
- в) силы, с которыми магнитное поле действует на токи проводимости в материале, пренебрежимо малы по сравнению с силой, обусловленной взаимодействием между магнитным полем и намагниченным материалом,
- г) движение газа между пластинками потенциальное [4].

Напряженность магнитного поля представляется в виде [1—3]

$$H = H_0 + h \quad (1.1)$$

где H_0 — напряженность магнитного поля до деформации, h — добавочная напряженность магнитного поля, обусловленная деформацией пластин.

Введя потенциальную функцию $\varphi(x, y, z, t)$ посредством

$$h = \text{grad} \varphi \quad (1.2)$$

для рассматриваемого случая можно написать исходные уравнения и соотношения [3], которые после линеаризации имеют следующий вид:

в областях, занимаемых пластинами $(-1)^{k-1}a - h_k \leq z \leq (-1)^{k-1}a + h_k$, $k = 1, 2$

$$D_k \gamma_k^4 w_k + 2\gamma_k h_k \frac{\partial^2 w_k}{\partial t^2} + 2\gamma_k h_k \gamma_k \frac{\partial w_k}{\partial t} + P_k + \gamma_k B_0 \int_{(-1)^{k-1}a - h_k}^{(-1)^{k-1}a + h_k} \left[\frac{\partial^2 \varphi_k^{(j)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_k^{(j)}}{\partial y^2} \right] dz = 0 \quad (1.3)$$

$$\gamma_k^2 \varphi_k^{(j)} = 0 \quad (1.4)$$

в областях вне пластин

$$\varphi_k^2 \varphi_k^{(j)} = 0, \quad j = 1, 2, 3 \quad (1.5)$$

где $j = 1$ соответствует область $z \geq a - h_1$, $j = 2$ — область $-a - h_2 \leq z \leq a - h_1$ и $j = 3$ — область $z \leq -a - h_1$.

Уравнения (1.4) и (1.5) связаны общими граничными условиями на четырех поверхностях пластин [3]

$$\begin{aligned} \gamma_k \frac{\partial \varphi_k^{(j)}}{\partial z} &= \frac{\partial \varphi_k^{(j)}}{\partial z} \\ \frac{\partial \varphi_k^{(j)}}{\partial x} + \frac{B_0}{\mu_0 \mu_k} \frac{\partial w_k}{\partial x} &= \frac{\partial \varphi_k^{(j)}}{\partial x} + \frac{B_0}{\mu_0} \frac{\partial w_k}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_k^{(j)}}{\partial y} + \frac{B_0}{\mu_0 \mu_k} \frac{\partial w_k}{\partial y} &= \frac{\partial \varphi_k^{(j)}}{\partial y} + \frac{B_0}{\mu_0} \frac{\partial w_k}{\partial y} \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$z = (-1)^{k-1}a \pm h_k, \quad k = 1, 2.$$

Здесь $D_k = \frac{2E_k h_k^3}{3(1-\nu_k^2)}$ — жесткость, E_k — модуль упругости, ν_k — коэффициент Пуассона, γ_k — плотность, h_k — толщина, w_k — прогиб, μ_k — относительная магнитная проницаемость, $\gamma_k = \mu_k - 1$ — магнитная восприимчивость, φ_k — коэффициент линейного затухания материалов пластин, P_k — аэродинамическое давление.

2. Между пластинами с зазором $2a$ имеется поток непротекшего газа с невозмущенной скоростью U , направленной вдоль оси ox (внутреннее обтекание).

Аэродинамическое давление P_k , входящее в уравнение (1.3), определяется по формуле [4]

$$P_k = \rho_0 \left(\frac{\partial \varphi_0}{\partial t} + U \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right) \quad -a < z < a \quad (2.1)$$

Здесь ρ_0 — плотность невозмущенного газа, $\varphi_0 = \varphi_0(x, y, z, t)$ — потенциальная функция возмущенного движения газа. В области, занятой газом, φ_0 удовлетворяет уравнению

$$(1 - M^2) \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial z^2} - \frac{2M}{a_0} \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x \partial t} - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial t^2} = 0 \quad (2.2)$$

а также и граничным условиям

$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial z} = \frac{\partial w_k}{\partial t} + U \frac{\partial w_k}{\partial x} \quad z = \pm a \quad (2.3)$$

где $M = U/a_0$, a_0 — скорость звука для невозмущенного потока.

Решения для φ_0 и для перемещений пластин w_k можно представить в следующем виде [3—4]:

$$\varphi_0(x, y, z, t) = f(z) \exp[i(\Omega t - k_x x - k_y y)] \quad (2.4)$$

$$w_k(x, y, t) = w_k^0 \exp[i(\Omega t - k_x x - k_y y)] \quad (2.5)$$

Здесь функция $f(z)$ — неизвестна и подлежит определению, Ω — частота колебаний, $k_x = \pi/l_x$, $k_y = \pi/l_y$ — полноволновые числа, l_x , l_y — длины полуволи соответственно по направлениям осей ox и oy .

Уравнение (2.2) после подстановки решения в виде (2.4) и некоторых преобразований приводится к обыкновенному дифференциальному уравнению относительно функции

$$f''(z) - v^2 f(z) = 0, \quad \text{если } M_1^2 < 1 \quad (2.6)$$

$$f''(z) + v^2 f(z) = 0, \quad \text{если } M_1^2 > 1 \quad (2.7)$$

где

$$v^2 = k^2 |1 - M_1^2|, \quad k^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (2.7)$$

$$M_1^2 = \left| \frac{k_x}{k} \left(\frac{U - V}{a_0} \right) \right|^2, \quad V = \frac{\Omega}{k_x} \quad (2.8)$$

Решения уравнений (2.6) и (2.7) представляются соответственно в виде

$$f(z) = C_1 e^{vz} + C_2 e^{-vz}, \quad M_1^2 < 1 \quad (2.9)$$

$$f(z) = C_3 \cos v z + C_4 \sin v z, \quad M_1^2 > 1 \quad (2.10)$$

Удовлетворяя граничным условиям (2.3), определим потенциал поля давления φ_0 и, следовательно, аэродинамическое давление P в зависимости от прогибов пластин

$$P = -\rho_0 \frac{(k a_0 M_1)^2}{v \sinh 2va} \left\{ \frac{w_1^0 \cosh 2va - w_2^0}{w_2^0 \cosh 2va - w_1^0} \right\} \exp[i(\Omega t - k_x x - k_y y)] \quad (2.11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z = a \\ z = -a \end{array} \right. \quad M_1^2 < 1$$

$$P = -\rho_0 \frac{(k a_0 M_1)^2}{v \sin 2va} \left\{ \frac{w_2^0 - w_1^0 \cos 2va}{w_2^0 \cos 2va - w_1^0} \right\} \exp[i(\Omega t - k_x x - k_y y)]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z = a \\ z = -a \end{array} \right. \quad M_1^2 > 1$$

3. Решения уравнений (1.4) и (1.5) представим в виде

$$\varphi_j^{(0)}(x, y, z, t) = f_k(z) \exp[i(\Omega t - k_x x - k_y y)], \quad k = 1, 2, \quad (3.1)$$

$$\varphi_j^{(1)}(x, y, z, t) = f_j(z) \exp[i(\Omega t - k_x x - k_y y)], \quad j = 1, 2, 3$$

Здесь все функции от z являются неизвестными и подлежат определению. В итоге для их определения получается уравнение следующего вида:

$$g''(z) - k^2 g(z) = 0 \quad (3.2)$$

Найдя общее решение уравнения (3.2) с помощью граничных условий (1.6) и условий затухания возмущений на бесконечности, получим указанные неизвестные функции и, следовательно, потенциалы магнитного поля

$$\varphi_1^{(0)}(x, y, z, t) = \left\{ -\frac{B_0 \gamma_1}{\gamma_0 \Delta_1} e^{k(z-a+h_1)} \operatorname{sh} k h_1 w_1^0 + \right. \\ \left. + \frac{4 B_0 \gamma_1}{\gamma_0 \Delta_1} N_1 e^{k(-z+2a)} \right\} \exp[i(\Omega t - k_x x - k_y y)], \quad z > a + h_1 \quad (3.3)$$

$$\varphi_2^{(0)}(x, y, z, t) = \frac{4 B_0}{\gamma_0} (\gamma_2 N_2 e^{kz} + \gamma_1 N_1 e^{-kz}) \exp[i(\Omega t - k_x x - k_y y)] \\ - a + h_2 \leq z \leq a - h_2$$

$$\varphi_1^{(1)}(x, y, z, t) = \left\{ -\frac{B_0 \gamma_2}{\gamma_0 \Delta_2} e^{k(z+a+h_1)} \operatorname{sh} k h_2 w_2^0 + \right. \\ \left. + \frac{4 B_0 \gamma_2}{\gamma_0 \Delta_2} N_2 e^{k(z-2a)} \right\} \exp[i(\Omega t - k_x x - k_y y)], \quad z \leq -a - h_2 \\ \varphi_1^{(1)}(x, y, z, t) = \left\{ \frac{B_0 \gamma_1}{\gamma_0 \mu_1 \Delta_1} \operatorname{ch} k(z-a) w_1^0 + \frac{2 B_0 N_1}{\gamma_0 \Delta_1} \right\} (\mu_1 - 1) e^{k(z-2a)} + \\ + (\mu_1 + 1) e^{k(-z+2a)} \left\{ \exp[i(\Omega t - k_x x - k_y y)] \right\} \\ a - h_2 \leq z \leq a + h_1 \quad (3.4)$$

$$\varphi_2^{(1)}(x, y, z, t) = \left\{ \frac{B_0 \gamma_2}{\gamma_0 \mu_2 \Delta_2} \operatorname{ch}(z-a) k w_2^0 + \frac{2 B_0 N_2}{\gamma_0 \Delta_2} \right\} (\mu_2 + 1) e^{k(z-2a)} + \\ + (\mu_2 - 1) e^{-k(z+2a)} \left\{ \exp[i(\Omega t - k_x x - k_y y)] \right\}, \\ -a - h_2 \leq z \leq -a + h_2$$

где

$$N_2 = \frac{e^{-k(a-h_1)} \operatorname{sh} k h_1 [\gamma_1 w_1^0 (\mu_2^2 - 1) e^{-k(2a-h_1-h_2)} \operatorname{sh} k h_1 \operatorname{ch} k h_2 - \gamma_2 w_2^0 \Delta_1 \gamma_1]}{4 \Delta_1 \gamma_1 \Delta_2 \gamma_2 - (\mu_1^2 - 1) (\mu_2^2 - 1) e^{-2k(2a-h_1-h_2)} \operatorname{sh} 2k h_1 \operatorname{sh} 2k h_2} \quad (3.5)$$

$$N_1 = \frac{e^{-k(a-h_1)} \operatorname{sh} k h_1 [\gamma_2 w_2^0 (\mu_1^2 - 1) e^{-k(2a-h_1-h_2)} \operatorname{sh} k h_2 \operatorname{ch} k h_1 - \gamma_1 w_1^0 \Delta_2 \gamma_1]}{4 \Delta_1 \gamma_1 \Delta_2 \gamma_2 - (\mu_1^2 - 1) (\mu_2^2 - 1) e^{-2k(2a-h_1-h_2)} \operatorname{sh} 2k h_1 \operatorname{sh} 2k h_2}$$

$$\Delta_k = \mu_k \operatorname{sh} k h_k - \operatorname{ch} k h_k \quad k = 1, 2 \quad (3.5)$$

$$\gamma_k = \mu_k \operatorname{ch} k h_k + \operatorname{sh} k h_k$$

Подставляя выражения для w_k из (2.5), P из (2.11) и $z_k^{(0)}$ из (3.4) в уравнение (1.3), получим следующие характеристические уравнения:

$$\left| \Omega_{0k}^2 - \Omega^2 + i\varepsilon_k \Omega - \frac{\rho_0 (ka_0 M_1)^2}{2\gamma_k h_k \nu} \left| \frac{\operatorname{cth} 2\nu a}{\operatorname{ctg} 2\nu a} \right| - B_0^2 (R_{1k} + R_{2k}) \right| w_k^0 +$$

$$+ \left| \frac{\rho_0 (ka_0 M_1)^2}{2\gamma_k h_k \nu} \left| \frac{1}{\operatorname{sh} 2\nu a} \right| - B_0^2 R_{3k} \right| w_k^1 = 0, \quad \begin{cases} M_1^2 < 1 \\ M_1^2 > 1 \end{cases} \quad (3.6)$$

где

$$R_{1k} = \frac{k \gamma_k^2 \operatorname{sh} k h_k}{\rho_k h_k \nu_0^2 \Delta_k}, \quad \Omega_{0k}^2 = \frac{D_k k^4}{2\gamma_k h_k}$$

$$R_{2k} = \frac{4k \gamma_1 \gamma_2 (\nu_1^2 - 1) e^{-2k(2a-h_1-h_2)} \operatorname{sh}^2 k h_k \operatorname{sh} 2k h_1}{\rho_k h_k \nu_0^2 [4\Delta_1 \gamma_1 \Delta_2 \gamma_2 - (\nu_1^2 - 1)(\nu_2^2 - 1) e^{-2k(2a-h_1-h_2)} \operatorname{sh} 2k h_1 \operatorname{sh} 2k h_2]} \quad (3.7)$$

$$R_{3k} = \frac{4k \gamma_1 \gamma_2 \nu_1 \nu_2 e^{-k(2a-h_1-h_2)} \operatorname{sh} k h_1 \operatorname{sh} k h_2}{\rho_k h_k \nu_0^2 [4\Delta_1 \gamma_1 \Delta_2 \gamma_2 - (\nu_1^2 - 1)(\nu_2^2 - 1) e^{-2k(2a-h_1-h_2)} \operatorname{sh} 2k h_1 \operatorname{sh} 2k h_2]}$$

$$r = 2/k, \quad k = 1, 2$$

Для существования отличных от нуля возмущений необходимо, чтобы определитель системы (3.6) равнялся нулю, который в раскрытом виде имеет вид

$$\left| \Omega_{01}^2 - \Omega^2 + i\varepsilon_1 \Omega - \rho_0 \frac{(ka_0 M_1)^2}{2\gamma_1 h_1 \nu} \left| \frac{\operatorname{cth} 2\nu a}{\operatorname{ctg} 2\nu a} \right| - B_0^2 (R_{11} + R_{21}) \right| \left| \Omega_{02}^2 - \right.$$

$$\left. - \Omega^2 + i\varepsilon_2 \Omega - \frac{\rho_0 (ka_0 M_1)^2}{2\gamma_2 h_2 \nu} \left| \frac{\operatorname{cth} 2\nu a}{\operatorname{ctg} 2\nu a} \right| - B_0^2 (R_{12} + R_{22}) \right| -$$

$$- \left[\frac{\rho_0 (ka_0 M_1)^2}{2\gamma_1 h_1 \nu} \left| \frac{1}{\operatorname{sh} 2\nu a} \right| - B_0^2 R_{31} \right] \left| \frac{\rho_0 (ka_0 M_1)^2}{2\gamma_2 h_2 \nu} \left| \frac{1}{\operatorname{sh} 2\nu a} \right| \right| +$$

$$+ B_0^2 R_{32} \Big| = 0, \quad \begin{cases} M_1^2 < 1 \\ M_1^2 > 1 \end{cases}$$

Для любых заданных значений параметров, входящих в уравнение (3.8), можно определить частоту Ω . Если ее мнимая часть положительна, то невозмущенное движение устойчиво по отношению к малым возмущениям. Наличие же частот с отрицательной мнимой частью

скачает неустойчивость. Исследование уравнения (3.8) в общем случае не представляется возможным, поэтому рассмотрим некоторые частные случаи.

4. Принимается, что пластины находятся в вакууме ($\rho_0 = 0$). Газ-жидкости, физические и механические характеристики пластин предполагаются одинаковыми

$$\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_0, \quad h_1 = h_2 = h, \quad \nu_1 = \nu_2 = \nu, \quad (4.1)$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$$

Влияние демпфирования не учитывается ($\gamma = 0$). При этих предположениях уравнение (3.8) упрощается и принимает вид

$$[2\Omega^2 - \Omega^2 - B^2(R_1 + R_2)]^2 - (B^2 R_3)^2 = 0 \quad (4.2)$$

где

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{k\gamma^2 \operatorname{sh} kh}{\gamma h \nu_0 \Delta}, \quad \Omega^2 = \frac{Dk^4}{2\rho h} \\ R_2 &= \frac{4k\gamma^2 \varepsilon (\nu^2 - 1) e^{-4k(a-h)} \operatorname{sh}^2 kh \operatorname{sh} 2kh}{\rho h \nu_0 \Delta [4\Delta^2 \nabla^2 - (\nu^2 - 1)^2 e^{-4k(a-h)} \operatorname{sh}^2 2kh]} \\ R_3 &= \frac{4k\gamma^2 \varepsilon^2 e^{-2k(a-h)} \operatorname{sh}^2 kh}{\rho h \nu_0 [4\Delta^2 \nabla^2 - (\nu^2 - 1)^2 e^{-4k(a-h)} \operatorname{sh}^2 2kh]} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Из уравнения (4.2) для статического критического значения магнитного поля, при котором возможна нетривиальная деформированная форма равновесия, получим

$$B_c^2 = \Omega_0^2 / (R_1 + R_2 + R_3) \quad (4.4)$$

R_1 , R_2 и, следовательно, критическое значение магнитного поля (B_c) существенным образом зависят от расстояния между пластинами (a). При неограниченном удалении одной пластины от другой ($a \rightarrow \infty$), $R_1 \rightarrow 0$, $R_2 \rightarrow 0$ и для B_c^2 получается следующее соотношение:

$$B_{c,0}^2 = \Omega_0^2 / R_3 = \frac{\gamma h \nu_0 \Delta}{k\gamma^2 \operatorname{sh} kh} \Omega_0^2 \quad (4.5)$$

которое совпадает с соответствующим значением из [3], полученным для одной пластины.

Когда пластины приближаются друг к другу ($a \rightarrow h$) B_c^2 монотонно убывает до некоторого определенного значения магнитного поля

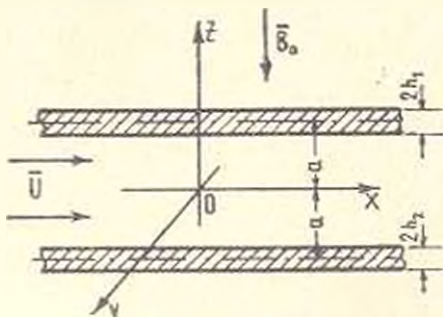
$$\begin{aligned} B_c^2 &= B_{c,0}^2 \{ (\nu^2 + 1) \operatorname{sh} 4kh + 2\nu \operatorname{ch} 4kh \} \{ (\nu^2 - 1) \operatorname{sh} 4kh + 2\nu \operatorname{ch} 4kh + \\ &+ \operatorname{sh} kh (\nu \operatorname{ch} kh + \operatorname{sh} kh) \} \{ (3\nu^2 - 1) \operatorname{sh} 2kh + 2\nu \operatorname{ch} 2kh \}^{-1} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Если принять $kh \ll 1$ и $\nu \gg 1$, то из (4.6) получается

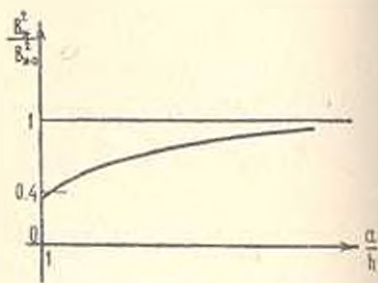
$$B_{c,0}^2 = B_c^2 \frac{1 + 2\nu kh}{1 + 3\nu kh - 3(\nu kh)^2} \quad (4.7)$$

Из формул (4.6) и (4.7) видно, что критическое значение магнитного поля в случае, когда две пластины в пределе соприкасаются друг с другом, меньше критического значения для одной пластины с толщиной $2h$.

График зависимости B_c^2 от расстояния между пластинами по формуле (4.4) приведен на фиг. 2.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Если считать одну из пластин жесткой ($\Omega_{02}^2 \rightarrow \infty$), то из уравнения (3.8) для критического значения магнитного поля получим

$$B_c^2 = \Omega_{01}^2 / (R_{11} + R_{22}) \quad (4.8)$$

что меньше соответствующего значения магнитного поля, полученного для одной пластины, но больше критического значения для случая двух упругих пластин.

5. Вместе с условиями (4.1) предположим, что между пластинами имеется параллельное течение непроточащего газа с невозмущенной скоростью U .

Кроме того, рассмотрим случаи

$$k_y = 0, M_1^2 < 1 \quad \text{и} \quad a \gg 1 \quad (5.1)$$

$$\text{и} \quad k_y = 0, M_1^2 < 1 \quad \text{и} \quad a \ll 1$$

После этих предположений уравнение (3.8) существенным образом упрощается и принимает следующий вид:

$$\Omega_0^2 - \Omega^2 + i\epsilon\Omega - \frac{\rho_0 k a_0^2}{2\gamma h} \frac{M_1^2}{\sqrt{1-M_1^2}} - B_0^2 (R_1 + R_2 + R_3) = 0 \quad \text{и} \quad a \gg 1 \quad (5.2)$$

$$\Omega_0^2 - \Omega^2 + i\epsilon\Omega - \frac{\rho_0 a_0^2}{2\gamma h a} \frac{M_1^2}{1-M_1^2} - B_0^2 (R_1 + R_2 + R_3) = 0 \quad \text{и} \quad a \ll 1$$

Уравнения (5.2) представляют собой алгебраические уравнения относительно Ω с комплексными коэффициентами. Условия отсутствия у этих уравнений корней с отрицательным мнимыми частями могут быть

представлены в форме, аналогичной общеизвестным критериям Рауса-Гурвица [4]. Из этих условий получим следующие оценки для критической скорости и критического значения магнитного поля

$$M^2 \leq M_0^2 (1 - B_0^2 / B^2) \quad \text{и} \quad a \gg 1 \quad (5.3)$$

$$B_0^2 \leq B^2 - \left| \left(\frac{2\alpha a_0}{2\gamma h} \right)^2 - 1 \right| (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$M^2 \leq \frac{akM_0^2(1 - B_0^2/B^2)}{1 - akM_0^2(1 - B_0^2/B^2)} \quad \text{и} \quad a \ll 1 \quad (5.4)$$

$$B_0^2 \leq B^2$$

Здесь $M_0^2 = 2\gamma h \Omega_0^2$ ($2\gamma k a^2$) — критическая скорость при отсутствии магнитного поля ($B_0 = 0$).

Формулы (5.3) и (5.4) показывают, что с увеличением напряженности магнитного поля уменьшается критическая скорость флаттера. Одновременно из (5.4) видно, что критическая скорость существенным образом зависит от расстояния между пластинами (a) и при уменьшении его критическая скорость тоже уменьшается. А формула (5.5) показывает, что так же уменьшается статическое критическое значение магнитного поля.

Если считать одну из пластин абсолютно жесткой ($\Omega_2^2 \rightarrow \infty$), то из (3.8) получим

$$\Omega_0^2 - \Omega^2 + k\Omega - \gamma_0 \frac{(akM_1)^2}{2\gamma\gamma_0^2} \operatorname{cth} 2\gamma a - B_0^2(R_{11} + R_{12}) = 0$$

$$M_1^2 < 1 \quad (5.5)$$

Здесь, кроме условия ($E_1 = \infty$), на геометрические и механические характеристики пластин никаких других ограничений не делается. После подобных преобразований, как и выше, получим

$$M^2 \leq M_0^2 (1 - B_0^2 / B^2) \quad \text{и} \quad a \gg 1$$

$$M^2 \leq akM_0^2 (1 - B_0^2 / B^2) \quad \text{и} \quad a \ll 1 \quad (5.6)$$

где

$$B_{21}^2 = \Omega_{02}^2 (R_{11} + R_{21})$$

то есть параллельно расположенная относительно упругой пластины жесткая стена увеличивает как статико-критическое значение магнитного поля, так и критическую скорость флаттера.

6. Рассмотрим случай внешнего обтекания пластин потоком сверхзвукового непроходящего газа. Задача решается таким же образом, как и выше, за исключением того, что аэродинамическое давление согласно "закону плоских сечений" определяется по формуле [4]

$$P_k = 2\rho_1 h_1 v_2 \frac{\partial w_k}{\partial t} + \frac{\rho_0^2}{a_0} \left(\frac{\partial w_k}{\partial t} + U \frac{\partial w_k}{\partial x} \right)$$

$$k = 1, \quad z > a + h_1$$

$$k = 2, \quad z < -a - h_2$$
(6.1)

Подставляя выражения для w_k из (2.5), P_k из (6.1) и τ_k из (3.4) в (1.3), получим следующие уравнения, определяющие w_1^0 и w_2^0 .

$$\left| \Omega_{01}^2 - \Omega^2 + i\varepsilon_1 \Omega + i \frac{\rho_0^2}{2\rho_1 h_1 a_0} (\Omega - k_1 U) - B_0^2 (R_{11} + R_{21}) \right| w_1^0 + B_0^2 R_{31} w_2^0 = 0$$
(6.2)

$$B_0^2 R_{32} w_1^0 + \left| \Omega_{02}^2 - \Omega^2 + i\varepsilon_2 \Omega + i \frac{\rho_0^2}{2\rho_2 h_2 a_0} (\Omega - k_2 U) - B_0^2 (R_{12} + R_{22}) \right| w_2^0 = 0$$

Для отличных от нуля возмущений из (6.2) имеем

$$\left| \Omega_{01}^2 - \Omega^2 + i\varepsilon_1 \Omega + i \frac{\rho_0^2}{2\rho_1 h_1 a_0} (\Omega - k_1 U) - B_0^2 (R_{11} + R_{21}) \right| \left| \Omega_{02}^2 - \Omega^2 + i\varepsilon_2 \Omega + i \frac{\rho_0^2}{2\rho_2 h_2 a_0} (\Omega - k_2 U) - B_0^2 (R_{12} + R_{22}) \right| - B_0^4 R_{31} R_{32} = 0$$
(6.3)

Если одну из пластин удалить ($a \rightarrow \infty$), то взаимное влияние между пластинами исчезает и в итоге для U и Ω получаем те же результаты, что и в работе [3].

Как и для уравнения (3.8), решение уравнения (6.3) относительно Ω связано с громоздкими вычислениями, поэтому рассмотрим некоторые характерные частные случаи:

а) если принять механические, физические и геометрические характеристики одинаковыми, то для скорости флаттера и напряженности магнитного поля получаются следующие выражения:

$$M^2 \leq M_0^2 (1 - B_0^2 / B_1^2)$$
(6.4)

$$B_0^2 \leq \Omega_0^2 / (R_1 + R_2 + R_3)$$
(6.5)

где $M_0 = \frac{v_2}{a_0} \left(1 + \varepsilon \frac{2\rho_0 h a_0}{\rho_0^2 k_1} \right) \Omega_0$ — критическая скорость флаттера при отсутствии магнитного поля, $B_1^2 = \Omega_0^2 / (R_1 + R_2 + R_3)$ — критическое значение напряженности магнитного поля;

б) если считать одну из пластин абсолютно жесткой, то для скорости флаттера получим

$$M^2 \leq M_0^2 (1 - B_0^2 / B_1^2)$$

где

$$B_1^2 = \Omega_{01}^2 / (R_{11} + R_{21})$$

Как для внутреннего обтекания, так и для внешнего параллельно расположенная абсолютно жесткая стенка увеличивает критические значения скорости, а также и напряженность магнитного поля.

В заключение данного пункта отметим, что связь между двумя пластинами осуществляется только через члены R_{22} и R_{33} .

Отметим также, что как для внутреннего, так и для внешнего обтекания наличие поперечного магнитного поля уменьшает критическую скорость флаттера. Взаимное влияние двух параллельно расположенных пластин также идет к уменьшению критической скорости.

Ереванский государственный
университет

Поступила 15 XII 1972

Հ. Գ. ԱՎԱՆԵՍՅԱՆ

ԳԱԶԻ ՀՈՍԱՆՔՈՎ ՇՐՋՀՈՍՎՈՎ ՎՈՒԿԱՆՆԵ ՖԵՐՐՈՄԱԳՆԵՏԻՍԿԱՆ ՍԱԼԵՐԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա Մ Փ Ի Ն Փ Ի Մ

Հոգաժամում ուսումնասիրվում է համասեռ ընդլայնական մագնիսական դաշտում գտնվող զուգահեռ ֆերոմագնիսական սալերի կայունությունը անհաղորդիչ դաշի հոսանքով շրջնափնչի: Որոշված են կրիտիկական արագության արժեքները արտաքին և ներքին շրջնոսման դեպքերում, որոնք կախված են ինչպես արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից, այնպես էլ սալերի փոխազդեցությունից:

Պարզվում է, որ ինչպես արտաքին, այնպես էլ ներքին շրջնոսումների ժամանակ, ընդլայնական մագնիսական դաշտի առկայությունը փոքրացնում է կրիտիկական արագությունը: Իսկ սալերի միջև եղած հեռավորության մեծացումը բերում է կրիտիկական արագության մեծացմանը:

ON STABILITY OF FERROMAGNETIC PARALLEL PLATES IN A GAS FLOW

H. G. AVANESIAN

S u m m a r y

The stability of a parallel ferromagnetic plates in a nonconducting gas flow in a transversal magnetic field is considered.

The values of critical velocity depending on an external magnetic field and a reciprocal influence of the plates in the cases of external and internal flow are determined.

The presence of a transverse magnetic field decreases critical velocity for both internal and external flow while a longer distance between the plates increases critical velocity.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мун, Пао И-синь. Магнитоупругое выпучивание тонкой пластинки. Прикл. механ., т. 35, № 1, 1968, изд-во „Мир“.
2. Мун, Пао И-синь. Колебания и динамическая неустойчивость стержня-пластинки в поперечном магнитном поле. Приклад. механ., т. 36, № 1, 1969, изд-во „Мир“.
3. Бидасарян Г. Е., Белубекян М. В. Устойчивость ферромагнитной пластинки в потоке газа при наличии магнитного поля. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. 25, № 3, 1972.
4. Болотин В. В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. Физматгиз, М., 1961.