

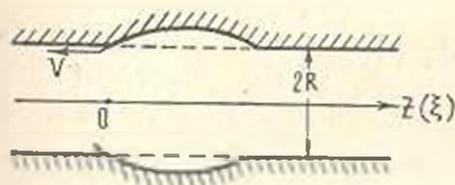
Ж. Г. АПИКЯН

ДВИЖЕНИЕ ЖЕСТКОГО ШТАМПА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ  
 ПОЛОСТИ В УПРУГОЙ СРЕДЕ СО СВЕРХЗВУКОВОЙ  
 СКОРОСТЬЮ

В работе [1] рассмотрена линейная нагрузка, движущаяся с произвольной постоянной скоростью по поверхности упругого полупространства. Получено решение в замкнутом виде. В работе [2] изучено движение жесткого штампа по поверхности упругого полупространства со сверхзвуковой скоростью. В работе [3] найдена реакция бесконечной упругой среды на движущуюся в цилиндрической полости нагрузку. Для осесимметричного случая получены числовые значения компонент напряжения и перемещения на границе полости.

В настоящей работе определяются напряжения и перемещения на границе цилиндрической полости при движении по ней жесткого штампа со сверхзвуковой скоростью. Приведен численный пример.

Рассмотрим цилиндрическую полость радиуса  $R$  и линейно-упругой однородной и изотропной среде, отнесенную к неподвижной системе координат  $(\bar{r}, \bar{\theta}, \bar{z} = R\bar{k})$ , начало которой лежит на оси полости (рис. 1). Осесимметричный штамп движется со сверхзвуковой скоростью  $V_0$ .



Фиг. 1

Для определения установившегося решения введем подвижную систему координат

$$r = \bar{r}, \quad \theta = \bar{\theta}, \quad \xi = \frac{z}{R} = \frac{\bar{z} - V_0 t}{R}$$

Уравнения движения относительно движущейся системы координат будет

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{K^2} \varphi_{\xi\xi} &= \varphi_{rr} + \frac{1}{r} \varphi_r \\ \frac{\beta^2}{R^2} \psi_{\xi\xi} &= \psi_{rr} + \frac{1}{r} \psi_r \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\varphi(r, z)$  и  $\psi(r, z)$  — упругие потенциалы

$$u = \frac{1}{R} \varphi_{,z} + \varphi_{,r} + \frac{1}{r} \varphi_{,rr}, \quad v = \varphi_{,r} - \frac{1}{R} \varphi_{,rz} \quad (3)$$

компоненты перемещения по осям  $z$  и  $r$  соответственно

$$\alpha^2 = \frac{V_0^2}{a^2} - 1, \quad \beta^2 = \frac{V_0^2}{b^2} - 1$$

$a = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$  и  $b = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$  — скорости распространения продольных и поперечных волн в среде соответственно;  $\lambda$  и  $\mu$  — упругие постоянные Ламе,  $\rho$  — плотность среды.

Рассматриваются два типа граничных условий:

$$u(R, z) = u_0(z) = U_0 U(z), \quad \varphi(R, z) = v_0(z) = U_0 V(z), \quad 0 < z < \infty \quad (3)$$

$$\varphi(R, z) = v_0(z) = U_0 V(z), \quad z_{,zz}(R, z) = \tau_0(z) = T_0 T(z), \quad 0 < z < \infty \quad (4)$$

где  $U_0$ ,  $T_0$  — размерные постоянные, а  $U(z)$ ,  $V(z)$ ,  $T(z)$  — безразмерные функции безразмерного аргумента  $z$ .

Применяя преобразование Лапласа относительно  $z$ , для преобразованных потенциалов  $\bar{\varphi}(r, S)$  и  $\bar{\psi}(r, S)$  получим уравнения

$$\bar{\varphi}'' + \frac{1}{r} \bar{\varphi}' - \alpha^2 \frac{S^2}{R^2} \bar{\varphi} = 0 \quad (5)$$

$$\bar{\psi}'' + \frac{1}{r} \bar{\psi}' - \beta^2 \frac{S^2}{R^2} \bar{\psi} = 0$$

где  $S$  — переменная преобразования, а штрих означает производную по переменной  $r$ .

Решения уравнений (4) для исходящих волн выражаются через функцию Макдональда

$$\bar{\varphi}(r, S) = A(S) K_0\left(\frac{\alpha r S}{R}\right)$$

$$\bar{\psi}(r, S) = B(S) K_0\left(\frac{\beta r S}{R}\right)$$

Используя решения (6), получим

$$\bar{u}(r, S) = A \frac{S}{R} K_1\left(\frac{\alpha r S}{R}\right) + B \beta^2 \frac{S^2}{R^2} K_0\left(\frac{\beta r S}{R}\right)$$

$$\bar{v}(r, S) = -A \frac{\alpha S}{R} K_1\left(\frac{\alpha r S}{R}\right) + B \beta^2 \frac{S^2}{R^2} K_1\left(\frac{\beta r S}{R}\right)$$

$$\frac{1}{r} \bar{v}_{,r}(r, S) = -2A \alpha \frac{S^2}{R^2} K_2\left(\frac{\alpha r S}{R}\right) - B \beta^2 (\beta^2 - 1) \frac{S^2}{R^2} K_2\left(\frac{\beta r S}{R}\right)$$

При граничных условиях (3) постоянные  $A$  и  $B$  имеют вид

$$A = \frac{R}{S} \frac{\bar{u}_0(S) K_1(\beta S) - \beta \bar{v}_0(S) K_0(\beta S)}{\Delta_0(S)}$$

$$B = \frac{R^2}{\beta S^2} \frac{\bar{v}_0(S) K_0(\alpha S) - \alpha \bar{u}_0(S) K_1(\alpha S)}{\Delta_0(S)} \quad (8)$$

где

$$\Delta_0(S) = K_0(\alpha S) K_1(\beta S) + \alpha \beta K_1(\alpha S) K_0(\beta S)$$

а при граничных условиях (4)

$$A = -\frac{R^2}{\alpha \gamma} \frac{\frac{1}{\mu} \bar{\tau}_0(S) + (\gamma - 2) \frac{S}{R} \bar{v}_0(S)}{S^2 K_1(\alpha S)} \quad (9)$$

$$B = \frac{R^3}{\beta \gamma} \frac{2 \frac{S}{R} \bar{v}_0(S) - \frac{1}{\mu} \bar{\tau}_0(S)}{S^2 K_1(\beta S)}$$

где  $\gamma = \beta^2 + 1$ .

Преобразованные компоненты напряжения на границе полости при  $r = R$  при граничных условиях (3) имеют вид

$$\frac{R \bar{\sigma}_{rr}}{\mu} = \gamma \bar{S} \bar{u}_0 \frac{K_0 \bar{K}_1}{\Delta_0} - \beta \gamma \bar{S} \bar{v}_0 \frac{K_0 \bar{K}_1}{\Delta_0} - 2 \bar{S} \bar{u}_0 - 2 \bar{v}_0$$

$$\frac{R \bar{\sigma}_{\theta\theta}}{\mu} = -\beta \gamma \bar{S} \bar{u}_0 \frac{K_1 \bar{K}_1}{\Delta_0} - \gamma \bar{S} \bar{v}_0 \frac{K_0 \bar{K}_1}{\Delta_0} + 2 \bar{S} \bar{v}_0$$

$$\frac{R \bar{\sigma}_{zz}}{\mu} = \beta \bar{S} \bar{u}_0 \frac{K_1 \bar{K}_1}{\Delta_0} - \beta \bar{S} \bar{v}_0 \frac{K_0 \bar{K}_1}{\Delta_0} + 2 \bar{S} \bar{u}_0 \quad (10)$$

$$\frac{R \bar{\sigma}_{\theta z}}{\mu} = \beta \bar{S} \bar{u}_0 \frac{K_0 \bar{K}_1}{\Delta_0} - \beta \bar{S} \bar{v}_0 \frac{K_0 \bar{K}_0}{\Delta_0} + 2 \bar{v}_0$$

где  $\beta = \beta^2 - 2\alpha^2 - 1$ , а при граничных условиях (4)

$$\frac{R \bar{\sigma}_{rr}}{\mu} = \frac{R \bar{\tau}_0}{\mu} \left( 2 \frac{\beta}{\gamma} \frac{\bar{K}_0}{\bar{K}_1} - \frac{\gamma - 2}{\alpha \gamma} \frac{K_0}{K_1} \right) -$$

$$- \bar{v}_0 \left[ \frac{(\gamma - 2)^2}{\alpha \gamma} S \frac{K_0}{K_1} + 4 \frac{\beta}{\gamma} S \frac{K_0}{K_1} + 2 \right]$$

$$\frac{R \bar{\sigma}_{\theta\theta}}{\mu} = -\frac{R \bar{\tau}_0}{\mu} \left( 2 \frac{\beta}{\gamma} \frac{K_0}{\bar{K}_1} + \frac{\gamma + 2}{\alpha \gamma} \frac{K_0}{K_1} \right) +$$

$$\begin{aligned}
 & + S\bar{v}_0 \left[ 4 \frac{\beta}{\gamma} \frac{\bar{K}_0}{\bar{K}_1} - \frac{(\delta+2)(\gamma-2)}{2\gamma} \frac{K_0}{K_1} \right] \\
 \frac{R\bar{v}_0}{\mu} & = -\frac{R\bar{v}_0}{\mu} \frac{\partial}{\partial \gamma} \frac{K_0}{K_1} + \bar{v}_0 \left[ 2 - \frac{\delta(\gamma-2)}{2\gamma} S \frac{K_0}{K_1} \right] \\
 \bar{u} & = \frac{1}{\gamma S} \left[ S\bar{v}_0 \left( 2\beta \frac{\bar{K}_0}{\bar{K}_1} - \frac{\gamma-2}{2} \frac{K_0}{K_1} \right) - \frac{R\bar{v}_0}{\mu} \left( \frac{K_0}{2K_1} + \beta \frac{\bar{K}_0}{\bar{K}_1} \right) \right]
 \end{aligned}$$

где  $\bar{v}_0 = \bar{v}_0(S)$ ,  $\bar{v}_0 = \bar{v}_0(S)$ ,  $K_i = K_i(zS)$ ,  $\bar{K}_i = K_i(\beta S)$  ( $i = 1, 2$ )

Для нахождения компонент напряжения применим обратное образование Лапласа. Из (10) имеем

$$c \frac{R\bar{v}_{0z}}{\mu} = (\gamma - 2c) u_0 - \beta v_0' - 2cv_0 + \beta \gamma (zF - G_1)$$

$$c \frac{R\bar{v}_{0z}}{\mu} = -\alpha \gamma u_0 - (\gamma - 2c) v_0 + \alpha \gamma (F_2 - \beta G)$$

$$c \frac{R\bar{v}_{0z}}{\mu} = (\delta - 2c) u_0 - \beta v_0' + \beta \delta (zF - G_1)$$

$$c \frac{R\bar{v}_{0z}}{\mu} = \delta (u_0 - \beta v_0') + 2cv_0 + \beta \delta (zF - G_1)$$

где

$$c = 1 + \alpha \beta, \quad F = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty} S\bar{u}_0 \frac{\Delta}{\Delta_0} e^{Sz} dS$$

$$F_2 = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty} S\bar{u}_0 \frac{\Delta_2}{\Delta_0} e^{Sz} dS, \quad G = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty} S\bar{v}_0 \frac{\Delta}{\Delta_0} e^{Sz} dS$$

$$G_1 = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty} S\bar{v}_0 \frac{\Delta_1}{\Delta_0} e^{Sz} dS, \quad \Delta = K_0 \bar{K}_1 - K_1 \bar{K}_0, \quad K = K_0 - K_1$$

$$\Delta_2 = K_0 \bar{K} + \alpha \beta K \bar{K}_0, \quad \Delta_1 = K \bar{K}_2 + \alpha \beta K_1 \bar{K}$$

а из (11)

$$\frac{R\bar{v}_{0z}}{\mu} = -\frac{(\gamma-2)^2 - 4\alpha\beta}{2\gamma} u_0 + \frac{2c-\gamma}{2\gamma} \frac{R\bar{v}_0}{\mu} - 2v_0'$$

$$+ 2 \frac{\beta}{\gamma} (F_2 - 2G_1) - \frac{\gamma-2}{2\gamma} [F_1 + (\gamma-2) G_1]$$

$$\frac{R_{zz}}{\mu} = \frac{4\alpha_0^2 - (\delta + 2)(\gamma - 2)}{\alpha\gamma} v_0 - \frac{\delta + 2c}{\alpha\gamma} \frac{R_{\tau_0}}{\mu} - 2 \frac{\beta}{\gamma} (F_3 - 2G_3) - \frac{\delta + 2}{\alpha\gamma} [F_4 + (\gamma - 2)G_4] \quad (13)$$

$$\frac{R_{\tau_{00}}}{\mu} = \frac{2(2-\gamma)}{\alpha\gamma} v_0 - \frac{\delta}{\alpha\gamma} \frac{R_{\tau_0}}{\mu} + 2v_0 - \frac{2}{\alpha\gamma} [F_4 + (\gamma - 2)G_4]$$

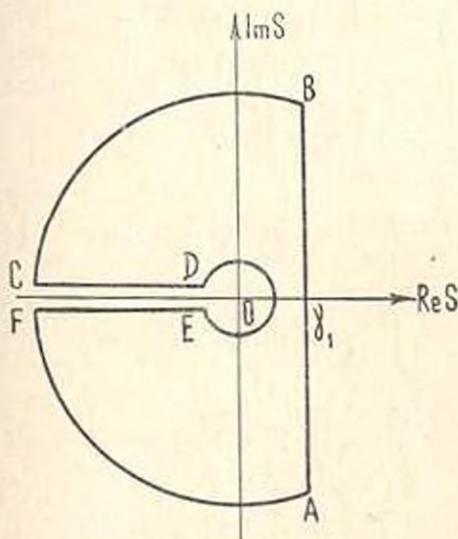
$$u = \frac{2\alpha - \gamma}{\alpha\gamma} v_0 - \frac{c}{\alpha\gamma} \int_0^{\tau_0} \frac{R_{\tau_0}}{\mu} d\tau - \frac{\beta}{\gamma} (F_3 - 2G_3) - \frac{1}{\alpha\gamma} [F_6 + (\gamma - 2)G_6]$$

где

$$F_3 = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty} \frac{R_{\tau_0}}{\mu} \frac{\bar{K}}{\bar{K}_1} e^{S\zeta} dS, \quad F_4 = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty} \frac{R_{\tau_0}}{\mu} \frac{K}{K_1} e^{S\zeta} dS$$

$$F_5 = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty} \frac{R_{\tau_0}}{\mu S} \frac{\bar{K}}{\bar{K}_1} e^{S\zeta} dS, \quad F_6 = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_1 - i\infty}^{\gamma_1 + i\infty} \frac{R_{\tau_0}}{\mu S} \frac{K}{K_1} e^{S\zeta} dS$$

а  $G_3, \dots, G_6$  получаются соответственно из  $F_3, \dots, F_6$ , если заменить  $\frac{R_{\tau_0}}{\mu}$  через  $S\bar{v}_0$ .



Фиг. 2

Заметим, что в формулах (12) члены  $u$  и  $v_0$  в правой части равенств представляют решения аналогичной плоской задачи, а в формулах (13) члены с  $v_0$  и  $\tau_0$  в первых трех равенствах и первые два члена в четвертом равенстве—решения аналогичной плоской задачи (если положить  $R = 1$ ).

Для вычисления интегралов  $F, F_2, \dots, F_n$  и  $G, G_1, \dots, G_n$  в комплексной плоскости  $S$  возьмем замкнутый контур  $ABCDEFA$  (фиг. 2). Применяя основную теорему вычетов для замкнутого контура  $ABCDEFA$  и устремляя затем радиус большой окружности к  $\infty$ , а малой — к 0, получим

$$\begin{aligned} xF - G_1 &= \sum \operatorname{res} \frac{Se^{Sx}}{\Delta_0} (x\bar{u}_0\Delta - \bar{v}_0\Delta_1) + \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left| \operatorname{Im} \frac{Se^{Sx}}{\Delta_0} (x\bar{u}_0\Delta - \bar{v}_0\Delta_1) \right|_{S=xe^{-ix}} dx \\ F_2 - \beta G &= \sum \operatorname{res} \frac{Se^{Sx}}{\Delta_0} (\bar{u}_0\Delta_2 - \beta\bar{v}_0\Delta) + \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left| \operatorname{Im} \frac{Se^{Sx}}{\Delta_0} (\bar{u}_0\Delta_2 - \beta\bar{v}_0\Delta) \right|_{S=xe^{-ix}} dx \end{aligned} \quad (14)$$

Используя соотношения для бesselевых функций с отрицательным аргументом  $K_0(xe^{-ix}) = K_0(x) + iJ_0(x)$ , имеем окончательно

$$K_1(xe^{-ix}) = -K_1(x) + iJ_1(x)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{rr}}{\mu} &= \frac{U_0}{R} \left[ \left( \frac{\gamma}{c} - 2 \right) U' - \frac{\beta\gamma}{c} V' - 2V + \frac{\beta\gamma}{c} \sum \operatorname{res} \frac{S}{\Delta_0} (x\bar{U}\Delta - \bar{V}\Delta_1) e^{Sx} \right. \\ &\quad \left. - \gamma \int_0^{\infty} \frac{e^{-ix}}{|\Delta_0|^2} (a_{01}\bar{U} + a_{00}\bar{V}) dx \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{rz}}{\mu} &= \frac{U_0}{R} \left[ -\frac{\alpha\gamma}{c} U' - \left( \frac{\gamma}{c} - 2 \right) V' + \frac{\alpha\gamma}{c} \sum \operatorname{res} \frac{S}{\Delta_0} (\bar{U}\Delta_2 - \beta\bar{V}\Delta) e^{Sx} + \right. \\ &\quad \left. + \gamma \int_0^{\infty} \frac{e^{-ix}}{|\Delta_0|^2} (a_{11}\bar{U} + a_{01}\bar{V}) dx \right] \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{zz}}{\mu} &= \frac{U_0}{R} \left[ \left( \frac{\delta}{c} + 2 \right) U' - \frac{\beta\delta}{c} V' + \frac{\beta\delta}{c} \sum \operatorname{res} \frac{S}{\Delta_0} (x\bar{U}\Delta - \bar{V}\Delta_1) e^{Sx} - \right. \\ &\quad \left. - \delta \int_0^{\infty} \frac{e^{-ix}}{|\Delta_0|^2} (a_{01}\bar{U} + a_{00}\bar{V}) dx \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{\theta\theta}}{\mu} &= \frac{U_0}{R} \left[ \frac{\delta}{c} (U' - \beta V') + 2V + \frac{\beta\delta}{c} \sum \operatorname{res} \frac{S}{\Delta_0} (x\bar{U}\Delta - \bar{V}\Delta_1) e^{Sx} - \right. \\ &\quad \left. - \delta \int_0^{\infty} \frac{e^{-ix}}{|\Delta_0|^2} (a_{01}\bar{U} + a_{00}\bar{V}) dx \right] \end{aligned}$$

где приняты обозначения

$$\bar{U} = \bar{U}(-x), \quad \bar{V} = \bar{V}(-x)$$

$$a_{00} = K_0^2 + \pi^2 l_0^2 + \beta^2 (K_1^2 + \pi^2 \bar{l}_0^2)$$

$$a_{01} = \beta \bar{K}_0 \bar{K}_1 - \alpha K_0 K_1 + \pi^2 (\alpha l_0 l_1 - \beta \bar{l}_0 \bar{l}_1)$$

$$a_{11} = K_1^2 + \pi^2 \bar{l}_1^2 + \alpha^2 (K_0^2 + \pi^2 l_0^2)$$

$$|\Delta_0|^2 = (K_0 \bar{K}_1 + \alpha \beta K_0 K_1 + \pi^2 l_0 \bar{l}_1 + \alpha^2 \beta \bar{l}_0 l_1)^2 + \\ + \pi^2 (K_0 \bar{l}_1 + \alpha \beta \bar{K}_0 l_1 - l_0 \bar{K}_1 - \alpha \beta l_0 K_1)^2$$

$$K_i = K_i(\alpha x), \quad \bar{K}_i = K_i(\beta x), \quad l_i = l_i(\alpha x), \quad \bar{l}_i = l_i(\beta x)$$

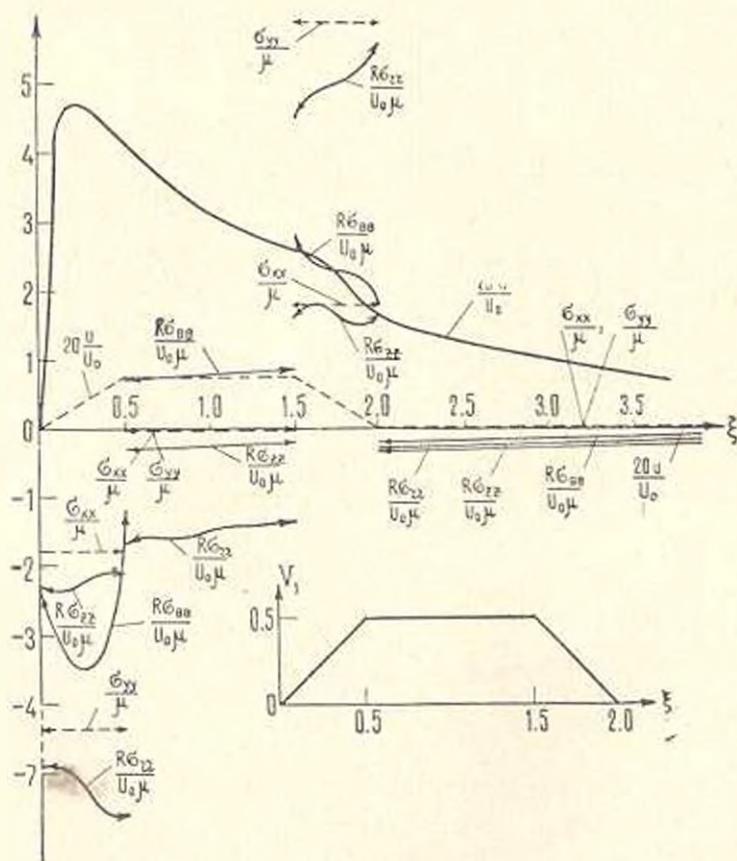
Взаимночным образом из (13) получим

$$\begin{aligned} \frac{u_0}{\mu} &= -\frac{(\gamma - 2)^2 + 4\alpha\beta}{\alpha\gamma} \frac{U_0}{R} V' - \frac{2c - \gamma}{\alpha\gamma} \frac{T_0}{\mu} T - 2 \frac{U_0}{R} V + \\ &+ \frac{1}{\gamma} \sum \operatorname{res} e^s \left| 2\beta \frac{\bar{K}}{K_1} \left( \frac{T_0}{\mu} \bar{T} - \frac{U_0}{R} S \bar{V} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\gamma - 2}{\alpha} \frac{K}{K_1} \left| \frac{T_0}{\mu} \bar{T} - (\gamma - 2) \frac{U_0}{R} S \bar{V} \right| \right| + \\ &+ \frac{1}{\gamma} \int_0^{\infty} \left[ \frac{T_0}{\mu} \frac{\bar{T}}{x} \left( \frac{\gamma - 2}{\alpha^2 f} - \frac{2}{f} \right) - \frac{U_0}{R} \bar{V} \left| \frac{(\gamma - 2)^2}{\alpha^2 f} + \frac{4}{f} \right| \right] e^{-\alpha x} dx \\ \frac{u_1}{\mu} &= \frac{4\alpha\beta - (\beta + 2)(\gamma - 2)}{\alpha\gamma} \frac{U_0}{R} V' - \frac{\beta + 2c}{\alpha\gamma} \frac{T_0}{\mu} T - \\ &- \frac{1}{\gamma} \sum \operatorname{res} e^s \left| 2\beta \frac{\bar{K}}{K_1} \left( \frac{T_0}{\mu} \bar{T} - \frac{U_0}{R} S \bar{V} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta + 2}{\alpha} \frac{K}{K_1} \left| \frac{T_0}{\mu} \bar{T} + (\gamma - 2) \frac{U_0}{R} S \bar{V} \right| \right| + \\ &+ \frac{1}{\gamma} \int_0^{\infty} \left[ \frac{T_0}{\mu} \frac{\bar{T}}{x} \left( \frac{2}{f} + \frac{\beta - 2}{\alpha^2 f} \right) - \frac{U_0}{R} \bar{V} \left| \frac{4}{f} - \frac{(\beta + 2)(\gamma - 2)}{\alpha^2 f} \right| \right] e^{-\beta x} dx \\ \frac{u_2}{\mu} &= \frac{\beta(2 - \gamma)}{\alpha\gamma} \frac{U_0}{R} V' - \frac{\beta}{\alpha\gamma} \frac{T_0}{\mu} T + 2 \frac{U_0}{R} V - \\ &- \frac{\beta}{\alpha\gamma} \sum \operatorname{res} e^s \left| \frac{K}{K_1} \left| \frac{T_0}{\mu} \bar{T} + (\gamma - 2) \frac{U_0}{R} S \bar{V} \right| \right| \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\delta}{a^2 \gamma} \int_0^{\infty} \left[ \frac{T_0}{\mu} \frac{\bar{T}}{x} - (\gamma - 2) \frac{U_0}{R} \bar{V} \right] \frac{e^{-ix}}{f} dx \\
 \frac{u}{R} & = \frac{2c - \gamma}{a \gamma} \frac{U_0}{R} \bar{V} - \frac{c}{a \gamma} \int_0^{\xi} \frac{T_0}{\mu} T d\xi - \\
 & - \frac{1}{\gamma} \sum \text{res } e^{s\xi} \left\{ \beta \frac{\bar{K}}{\bar{K}_1} \left( \frac{T_0}{\mu} \frac{\bar{T}}{S} - 2 \frac{U_0}{R} \bar{V} \right) + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{a} \frac{K}{K_1} \left[ \frac{T}{\mu} \frac{\bar{T}_0}{S} + (\gamma - 2) \frac{U_0}{R} \bar{V} \right] \right\} + \\
 & + \frac{1}{\gamma} \int_0^{\infty} \frac{e^{-ix}}{x} \left[ \frac{U_0}{R} \bar{V} \left( \frac{\gamma - 2}{a^2 f} - \frac{2}{\bar{f}} \right) - \frac{T_0}{\mu} \bar{T} \left( \frac{1}{\bar{f}} + \frac{1}{a^2 f} \right) \right] dx
 \end{aligned}$$

где

$$f = K_1^2 + \pi^2 I_1^2, \quad \bar{f} = \bar{K}_1^2 + \pi^2 \bar{I}_1^2$$



Фиг. 3

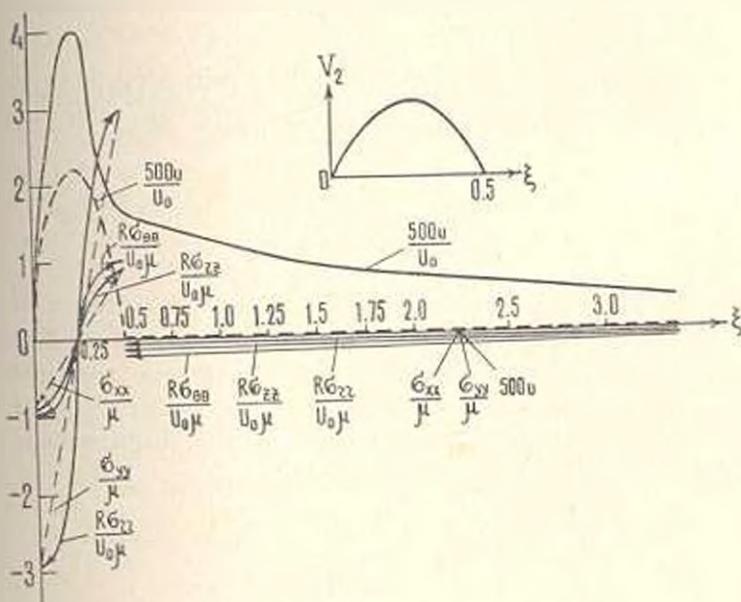
Проведены вычисления при значениях параметров  $\frac{V_0}{a} = 2$ ,

$\frac{V_0}{a} = \sqrt{12}$  (или  $a = \sqrt{3}$ ,  $\beta = \sqrt{11}$ ) и граничных функций (фиг. 3, 4)

$$V(\xi) = V_1(\xi) \equiv \begin{cases} \xi & \text{при } 0 \leq \xi < 0.5 \\ 0.5 & \text{при } 0.5 \leq \xi < 1.5 \\ 2 - \xi & \text{при } 1.5 \leq \xi < 2 \\ 0 & \text{при } \xi \geq 2 \end{cases}$$

$$V(\xi) = V_2(\xi) \equiv \begin{cases} (0.5 - \xi) & \text{при } 0 \leq \xi < 0.5 \\ 0 & \text{при } \xi \geq 0.5 \end{cases}$$

$T(\xi) = 0$  (трение между штампом и упругой средой отсутствует).



Фиг. 4

На фиг. 3, 4 показаны зависимости компонент напряжений  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xz}$ ,  $\sigma_{yz}$  и компоненты перемещения  $u$  из границе полости от координаты  $\xi$ . Для сравнения пунктиром показаны графики соответствующих величин для плоской задачи (ось  $y$  перпендикулярна границе полуплоскости, ось  $x$  направлена против движения штампа).

Компонента перемещения  $u$  непрерывна при всех значениях переменной  $\xi$ , и то время как компоненты напряжения имеют скачки в угловых точках штампа и на их концах.

Автор выражает благодарность К. С. Чобаянцу за ценные советы в ходе решения задачи.

Ջ. Գ. ԱՊԻԿԻԱՆ

ԿՈՇՏ ԳՐՈՇՄԻ ՇՈՐՏՈՒՄԸ ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ ԳԱՆԱՅԻՆ  
ԽՈՒՐՁԻ ՄԵՋՈՎ ԳԵՐՉԱՅՆԱՅԻՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՄԸ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. մ.

Գիտարկված է վերնագրում նշված դժային առաձգականության դինամիկ առանցքասիմետրիկ խնդիրը, երբ խոռոչի մակերևույթի վրա տրված են կամ տեղափոխության երկու բաղադրիչները կամ նորմալ տեղափոխությունը և շոշափող շարժումը: Խնդիրը լուծված է Լտպլասի ձևափոխության օգտագործմամբ:

Խոռոչի մակերևույթի վրա սրոշված են անհայտ շարժումների և տեղափոխությունների բաղադրիչները: Բերված է թվային օրինակ:

ON MOTION OF A RIGID PUNCH IN A CYLINDRICAL CAVITY,  
IN ELASTIC MEDIUM, AT A SUPERSONIC SPEED

J. A. APIKIAN

S u m m a r y

The dynamic axisymmetric problem of the linear theory of elasticity is considered, where on the cavity boundary either displacement components or normal displacement and shear stress are given. The Laplace transformation is employed to solve the problem. On the cavity boundary the unknown components of stresses and displacements are determined. A numerical example is presented.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Cole J., Huth J. Stresses produced in a half plane by moving loads. J. of Applied Mech., vol. 25, № 4, Trans. ASME, vol. 80, Dec. 1958.
2. Ապիկյան Ջ. Գ. Движение жесткого штампа на упругой полуплоскости со сверхзвуковой скоростью. Изв. АН АрмССР, Механика, т. XXIII, № 5. 1970.
3. Парис. Реакция бесконечной упругой среды на движущееся в цилиндрической полости нагружение. Прикл. мех. (русский перевод), № 1, 1969.