

А. Н. АГЕЕВ, М. И. КИСЕЛЕВ

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ С ДИАМАГНИТНЫМ ЗАЗОРОМ

Успехи физики и техники сильных магнитных полей расширяют круг задач, связанных с изучением влияния магнитного поля на устойчивость электропроводящих токнесущих упругих систем [1]—[6].

Одной из проблем этого направления является устойчивость бесконтактных диамагнитных сочленений, важным назначением которых является обеспечение высоких скоростей скольжения разделенных диамагнитным зазором идеально проводящих сред [7], [8].

В случае двух сред, разделенных диамагнитным зазором, механические возмущения передаются с одной поверхности на другую благодаря магнитному полю. При относительном скольжении в этом случае также возможно возникновение неустойчивости.

Ниже на примере простой модели анализируется возникновение неустойчивости в таких системах.

Две тонкие идеально проводящие пластинки толщиной h с модулем упругости E и коэффициентом Пуассона ν расположены в плоскостях $z = 0$ и $z = l$.

Область $0 < z < l$ заполняет однородное постоянное магнитное поле H_0 , параллельное оси x . Идеальная несжимаемая жидкость плотностью ρ_0 неподвижна в области $z > l$ и движется вдоль оси x со скоростью v_0 в области $z < 0$. В дальнейшем все величины, относящиеся к области $z \leq 0$ будем отмечать индексом „1“, а к области $z > l$ — индексом „2“.

Рассмотрим возмущение пластин в виде плоской, бегущей вдоль оси x поперечной волны $\xi = \xi_0 e^{ikx - i\omega t}$, где ξ — смещение точек пластин вдоль оси z . Возмущение остальных величин также задаем в виде, пропорциональном $e^{ikx - i\omega t}$.

Уравнение колебаний пластин имеет вид:

$$\rho h \frac{\partial^2 \xi_{1,2}}{\partial t^2} = -D \frac{\partial^2 \xi_{1,2}}{\partial x^2} = p_{1,2} \mp p_{1m,2m} \quad (1)$$

где ρ — плотность пластинки, $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$ — жесткость, $p_{1,2}$ и $p_{1m,2m}$ — гидродинамическое и „магнитное“ давление. Верхние знаки в уравнении (1) соответствуют нижней пластинке.

Из уравнений гидродинамики

$$\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + v_0 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial x} = \frac{1}{\rho_0} \text{grad } p_1, \quad \text{div } \mathbf{v}_1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_2}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \text{grad } p_2, \quad \text{div } \mathbf{v}_2 = 0$$

используя граничные условия

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \xi_1 = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_1}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

$$\frac{\partial^2 \xi_2}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_2}{\partial z} \Big|_{z=l}$$

получим следующие выражения для гидродинамического давления на поверхности пластин:

$$p_1|_{z=0} = \rho_0 \frac{(v_0 - kv_0)^2}{k} \xi_1 \quad (2)$$

$$p_2|_{z=l} = -\rho_0 \frac{v_0^2}{k} \xi_2$$

Для вычисления „магнитного давления“ $p_m = \frac{H^2}{8\pi}$ полагаем $H = H_0 + h e^{-kt}$, $h = \text{grad } \psi$. Тогда для определения возмущения h имеем уравнение

$$\Delta \psi = 0$$

с граничными условиями

$$(n_1 H)|_{z=0} = 0, \quad (n_2 H)|_{z=l} = 0 \quad (3)$$

где $n_{1,2}$ — внешние нормали к возмущенным поверхностям пластин, $n = n_1 - \text{grad } z$. Решая краевую задачу (3), получим следующие выражения для „магнитного давления“ на поверхности пластинок:

$$p_{1m}|_{z=0} = k \frac{H_0^2}{4\pi} (\alpha \xi_1 - 2\beta \xi_2) \quad (4)$$

$$p_{2m}|_{z=l} = -k \frac{H_0^2}{4\pi} (\alpha \xi_2 - 2\beta \xi_1)$$

где

$$\alpha = \frac{1 + e^{-2kl}}{1 - e^{-2kl}}, \quad \beta = \frac{e^{-kl}}{1 - e^{-2kl}}$$

Подставляя значения $p_{1,2}$ из (2) и $p_{1m,2m}$ из (4) в уравнение колебаний (1), получим дисперсионное уравнение задачи

$$(v^2 - \Omega^2) \left[v^2 - \Omega^2 + \frac{kv_0}{1 + \beta} (kv_0 - 2\alpha) \right] = 4\beta^2 k^4 v_0^4 \quad (5)$$

где

$$\Omega^2 = \frac{Dk^2}{\rho_0(1+\varepsilon)} + \alpha k^2 v_A^2 = k^2 (u_0^2 + \alpha v_A^2)$$

квадрат частоты для волн, одновременно распространяющихся в пластинках и в жидкости в присутствии магнитного поля,

$$v_A^2 = \frac{H_0^2}{4\pi\rho_0(1+\varepsilon)}; \quad u_0^2 = \frac{E(kh)^2}{12\rho(1-\sigma^2)\rho_0(1+\varepsilon)}$$

Параметр $\varepsilon = \frac{\rho}{\rho_0} kh \ll 1$, так как мы рассматриваем приближение тонкой пластины.

Для исследования уравнения (5) введем следующие безразмерные величины:

$$\begin{aligned} x &= \frac{\omega}{\Omega} = \frac{\omega}{k} \frac{1}{(u_0^2 + \alpha v_A^2)^{1/2}} \\ b &= \frac{kv_0}{\Omega} = \frac{v_0}{(u_0^2 + \alpha v_A^2)^{1/2}} \\ \alpha &= 2\beta \frac{k^2 v_A^2}{\Omega^2} = 2\beta \frac{v_A^2}{u_0^2 + \alpha v_A^2} = 2 \frac{\beta}{x} \frac{\omega^2}{1 + \omega^2} \\ \omega^2 &= x \frac{v_A^2}{u_0^2} \end{aligned} \tag{6}$$

С учетом (6) перепишем дисперсионное уравнение (5) в виде

$$(x^2 - 1) \left(x^2 - 2b \frac{x}{1 + \varepsilon} + \frac{b^2}{1 + \varepsilon} - 1 \right) = \alpha^2 \tag{7}$$

Уравнение (7) описывает связанные колебания пластинок, причем параметр α играет роль „коэффициента связи“. Величина α равна нулю в отсутствие магнитного поля и с его ростом стремится к значению, равному $2\beta/x$. Отношение $2\beta/x$ зависит от длины волны возмущения и величины зазора l , так что

$$2\beta/x \ll 1 \quad \text{при } kl \gg 1$$

$$2\beta/x \approx 1 \quad \text{при } kl \ll 1$$

Значения параметров α и b , при которых уравнение (7) имеет комплексные корни, очевидно, определяют области неустойчивости рассматриваемой системы по отношению к бесконечно малым возмущениям.

В случае уединенных пластинок ($\alpha = 0$) неустойчивость возникает при $b^2 > \frac{1}{2}$ или при скоростях потока

$$v_0^2 > \frac{\beta}{\rho_0 k h} (u_0^2 + v_A^2) \quad (8)$$

что совпадает с результатом работы [4].

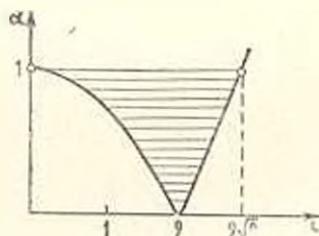
В общем случае связанных колебаний ($\alpha \neq 0$) появляется новая область неустойчивости, определяемая следующим приближенным неравенством:

$$\left| \frac{b^2}{4} - 1 \right| < \alpha \quad (9)$$

а вместо условия (8) будем иметь

$$b^2 > \alpha^2 + \frac{1}{2} \quad (10)$$

На фиг. 1 заштрихованная область соответствует значениям параметров α и b , связанным неравенством (9) и, таким образом, является областью неустойчивости.



Фиг. 1

Из фиг. 1 и неравенства (9) видно, что при $b = 2$, то есть при скорости потока $v_0 = 2(u_0^2 + \alpha v_A^2)^{1/2}$ неустойчивость возникает для всех длин волны при любой отличной от нуля величине магнитного поля H_0 .

Неравенство (9) можно с помощью (6) переписать в виде

$$4 \left[u_0^2 + \alpha v_A^2 \left(1 - 2 \frac{\beta}{\alpha} \right) \right] < v_0^2 < 4 \left[u_0^2 + \alpha v_A^2 \left(1 + 2 \frac{\beta}{\alpha} \right) \right] \quad (11)$$

Таким образом, наличие диамагнитного зазора приводит к неустойчивости рассматриваемой системы при значительно меньших скоростях потока, чем это имеет место в случае одной пластины. Причем увеличение магнитного поля расширяет область неустойчивости. Из неравенства (11) следует, что с увеличением длины волны возмущения ширина диапазона скоростей потока, в котором возникает неустойчивость, также увеличивается. В длиннопольном приближении, когда $kl \ll 1$, неустойчивость возникает при скоростях $v_0 > 2 \left(u_0^2 + \frac{kl}{2} v_A^2 \right)^{1/2}$.

Эффект неустойчивости при связанных колебаниях возникает также в случае движущихся друг относительно друга пластинок, и условия неустойчивости аналогичны условиям (9) и (10).

В заключение отметим, что рассмотренные явления могут иметь место в токнесущих конструкциях, содержащих заполненные магнитным полем зазоры и интенсивно охлаждаемых потоками низкотемпературной жидкости.

Всесоюзный научно-исследовательский
институт оптико-физических измерений

Поступила 23 XI 1971

Ա. Ն. ԱԳԵԵՎ, Մ. Ի. ԿԻՍԵԼՅՈՎ

ԴԻԱՄԱԳՆԵԻՍԱԿԱՆ ԹԱՅՎԱՆՔՈՎ ՄԻՍՏԵՄԵՐԻ ԱՆԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ
ՄԱՍԻՆ

Ա ռ փ ո փ ո լ մ

Գծային մոտավորություններով ուսումնասիրվում է դիամագնետական բացվածքով իրարից բաժանված և իզելալական անսեղմելի հեղուկի հոսանքով շրջհոսվող կատարելույթև հաղորդող սալերի կայունությունը:

ON INSTABILITY OF SYSTEMS WITH DIAMAGNETIC GAP

A. N. AGEEV, M. I. KISELYOV

S u m m a r y

The stability of a system, consisting of two ideally conducting plates, separated by diamagnetic gap and flowed-around by incompressible liquid, is investigated in linear approximation. The magnetic field in the gap is shown to reduce the stability of such a system. The velocity interval of the flow, where instability develops, is calculated.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Kaltski S., *Solars Z.* Aero-magneto-flutter of plate flown past by a perfectly conducting gas in a magnetic field with isotropic action. Proc. Vibr. Problems, Warsaw, vol. 3, № 3, 1962.
2. Лисунъ А. Д. Флаттер пленки и потоке сжимаемой проводящей жидкости в присутствии магнитного поля. ПМТФ, № 4, 1960.
3. Киселев М. И. О магнитоуиругом флаттере. Магнитная гидродинамика, 1, 1966.
4. Батдисарян Г. Е., Белубекян М. В. Флаттер цилиндрической оболочки в потоке сжимаемой проводящей жидкости в присутствии магнитного поля. Инж. ж., Механика твердого тела, № 6, 1966.

5. Агеев А. Н., Киселев М. И., Овакимян Р. Н. О флаттере токонесущей оболочки. ЖТФ, т. X, в. 6, 1970.
6. Овакимян Р. Н. О флаттере пластинки в магнитном поле. Изв. АН Армянской ССР, Механика, т. XX, № 4, 1967.
7. Овакимян Р. Н. Об устойчивости кольцевых токонесущих цилиндрических оболочек. Изв. АН Армянской ССР, Механика, т. XXIII, № 2, 1970.
8. Малеев П. И. Новые типы гороскопов. Изд. Судостроение Л., 1971.