ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXVI, № 1, 1973 Механика

Г. Е. БАГДАСАРЯН, В. Ц. ГНУНИ

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ АНИЗОТРОПНОЙ ДЛИННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ

В работе [1] для анизотропной длинной круговой цилиндрической оболочки радиуса R, толщины h получено следующее значение критической осевой сжимающей силы:

$$P^*_{kn} = \frac{2\pi R}{k^2}\left\{ D_{11}k^4 - 4D_{16}\frac{k^3 n}{R} + 2(D_{12} + 2D_{66})\frac{k^2n^2}{R^2} - 4D_{26}\frac{kn^3}{R^3} + \right.$$

$$+ D_{22}\frac{n^4}{R^4} + \frac{k^4}{R^2}\left[a_{11}k^4 - 2a_{16}\frac{k^3n}{R} + (a_{66} + 2a_{12})\frac{k^2n^2}{R^2} - \right.$$

$$\left.\left. - 2a_{26}\frac{kn^3}{R^3} + a_{22}\frac{n^4}{R^4}\right]^{-1}\right\} \tag{1}$$

где $k = \pi/\lambda$ — волновое число, n — число волн по окружности, λ — длина полуволны в направлении образующих.

$$a_{11} = \frac{c_{11}c_{66} - c_{16}^2}{c_{66}\Omega}, \quad a_{22} = \frac{c_{22}c_{66} - c_{26}^2}{c_{66}\Omega}, \quad a_{12} = \frac{c_{12}c_{66} - c_{16}c_{26}}{c_{66}\Omega}$$

$$a_{66} = \frac{c_{11}c_{22} - c_{12}^2}{c_{66}\Omega}, \quad a_{16} = \frac{c_{11}c_{26} - c_{12}c_{16}}{c_{66}\Omega}, \quad a_{26} = \frac{c_{22}c_{16} - c_{12}c_{26}}{c_{66}\Omega}$$

$$\Omega = \frac{1}{c_{66}^2}\left[(c_{11}c_{66} - c_{16}^2)(c_{22}c_{66} - c_{26}^2) - (c_{12}c_{66} - c_{16}c_{26})^2\right]$$

$$c_{ik} = B_{ik}h, \quad D_{ik} = B_{ik}\frac{h^3}{12}$$

B_{ik} — коэффициенты упругости материала оболочки [2].

В случае, когда оболочка изготовлена из ортотропного материала с несовпадающими главными геометрическими и физическими направлениями, для коэффициентов B_{ik} имеются формулы [2]

$$B_{11} = B'_{11}\cos^4\varphi + 2(B'_{12} + 2B'_{66})\sin^2\varphi\cos^2\varphi + B'_{22}\sin^4\varphi$$

$$B_{22} = B'_{11}\sin^4\varphi + 2(B'_{12} + 2B'_{66})\sin^2\varphi\cos^2\varphi + B'_{22}\cos^4\varphi$$

$$B_{12} = B'_{12} + [B'_{11} + B'_{22} - 2(B'_{12} + 2B'_{66})]\sin^2\varphi\cos^2\varphi$$

$$B_{66} = B'_{66} + [B'_{11} + B'_{22} - 2(B'_{12} + 2B'_{66})]\sin^2\varphi\cos^2\varphi$$

$$B_{16} = 0.5[B'_{22}\sin^2\varphi - B'_{11}\cos^2\varphi + (B'_{12} + 2B'_{66})\cos 2\varphi]\sin 2\varphi$$

$$B_{26} = 0.5[B'_{22}\cos^2\varphi - B'_{11}\sin^2\varphi - (B'_{12} + 2B'_{66})\cos 2\varphi]\sin 2\varphi$$

где φ—угол между главными геометрическими и физическими направлениями, B_{ik}—коэффициенты упругости при $\varphi = 0$.

В этом случае P^*_{kn} зависят от ориентации главных направлений упругости и являются периодическими функциями угла φ с периодом π.

Большой интерес представляет нахождение тех значений параметров k и n, вблизи которых достигается минимальное значение P^*_{kn}. Если реализуется осесимметричная форма потери устойчивости, то $n = 0$ и (1) принимает минимальное значение при

$$\bar{k} = (D_{11} a_{11} R^2)^{-\frac{1}{4}} \tag{2}$$

и получаются следующие значения для критической силы, усилия и напряжения:

$$P^*_{\bar{k}0} = 4\pi \sqrt{\frac{D_{11}}{a_{11}}}, \qquad p^*_{\bar{k}0} = \frac{2}{R} \sqrt{\frac{D_{11}}{a_{11}}}, \qquad \sigma_{кр} = \frac{2}{Rh} \sqrt{\frac{D_{11}}{a_{11}}} \tag{3}$$

Пусть $B_{11} = mE$, $B_{22} = E$, $B_{66} = 0.5\,E$, $h/R = 10^{-2}$. При этих данных имеем следующую таблицу.

Таблица 1

m	φ	0°	30°	45°	60°	90°
2	$\sigma_{кр}/10^{-2}\,E$	0.8165	0.7332	0.6901	0.7020	0.8165
	$\bar{k}R$	15.65	16.78	18.20	19.91	22.13
10	$\sigma_{кр}/10^{-2}\,E$	1.826	1.463	1.182	1.027	1.826
	$\bar{k}R$	10.47	12.03	14.77	19.86	33.10

Как видно из табл. 1, наилучшие условия работы оболочки обеспечиваются при $\varphi = 0°$ или $90°$, то есть когда главные геометрические и и физические направления совпадают. При $0 < \varphi < 90°$ критическое напряжение уменьшается. Длина продольной волны в отрезке [0; 90°] монотонно уменьшается.

Однако, как будет показано ниже, осесимметричная форма потери устойчивости оболочки не дает наименьшего значения критического напряжения. Оно достигается при неосесимметричном волнообразовании, когда в окружном направлении возникает до девяти волн.

В табл. 2 приведены значения kR и n, при которых критические параметры оболочки принимают минимальные значения для различных значений угла φ.

Таблица 2

m	φ	0	30°	45°	60°	90°
2	$\bar{k}R$	8	17	19	3	11
	n	9	6	2	7	9
10	$\bar{k}R$	5	15	19	20	16
	n	9	9	5	0	9

Таким образом, в зависимости от угла φ форма волнообразования существенно меняется, однако наименьшие значения критических напряжений получаются одинаковыми при различных значениях угла φ. Так в случае $m = 2$ $\sigma_{кр} = 0.0069\,E$, а в случае $m = 10$ $\sigma_{кр} = 0.0103$. Оказывается, что в случае замкнутой круговой цилиндрической оболочки, изготовленной из ортотропного материала с несовпадающими главными геометрическими и физическими направлениями, $\sigma_{кр}(\varphi) = \mathrm{const}$ и для определения ее значения достаточно рассматривать случай $\varphi = 0°$. В этом случае, а также при $n = 0$ (φ произвольное), решение (1) является точным, если торцы оболочки шарнирно оперты таким образом, что допускают свободное вращение.

Исследование решения (1) для случаев $\varphi \neq 0$ необходимо в нелинейных задачах, когда исследуется послекритическое поведение оболочки, и знание формы волнообразования (табл. 2) необходимо для получения решения в послекритической стадии.

Институт механики
АН Армянской ССР

Поступила 30 III 1972

Գ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, Վ. Ց. ԳՆՈՒՆԻ

ԱՌԱՆՑՔԱՅԻՆ ՍԵՂՄՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊ ԵՐԿԱՐ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Ցույց է տրված, որ օրթոտրոպ նյութից պատրաստված երկար գլանային թաղանթի առանցքային սեղմման դեպքում կրիտիկական ուժը կախված չէ գըլխավոր ֆիզիկական և երկրաչափական ուղղությունների կազմած φ անկյունից։ Կախված φ անկյունից էապես փոխվում են կայունության կորստի ձևերը։

ON STABILITY OF AN ANISOTROPIC LONG CYLINDRICAL SHELL UNDER AXIAL COMPRESSION

G. E. BAGDASARIAN, V. Ts. GNUNY

Summary

The critical force of a long orthotropic cylindrical shell is shown to be independent of an angle φ between main physical and geometrical directions. The forms of instability change significantly, depending on an angle φ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Багдасарян Г. Е., Гнуни В. Ц.* Динамическая устойчивость анизотропной замкнутой цилиндрической оболочки. Докл. АН АрмССР, XI, № 5, 1965.
2. *Амбарцумян С. А.* Теория анизотропных оболочек. Физматгиз, М., 1961.
3. *Мовсисян Л. А.* Об осесимметрично нагруженной анизотропной цилиндрической оболочке. Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, т. XV, № 2, 1962.