

Г. Е. БАГДАСАРЯН, М. В. БЕЛУБЕКЯН

## УСТОЙЧИВОСТЬ ФЕРРОМАГНИТНОЙ ПЛАСТИНКИ В ПОТОКЕ ГАЗА ПРИ НАЛИЧИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

В последнее время ряд авторов рассматривал задачи устойчивости тонких упругих тел в потоке проводящего газа при наличии магнитного поля [1—8]. В этих работах влияние магнитного поля учитывается, с одной стороны, силой, с которой магнитное поле действует на токи проводимости в газе и приводит к изменению избыточного давления на теле, с другой стороны, силой, обусловленной напряжениями Максвелла на поверхности тела. Исследования показали, что в большинстве случаев магнитные поля обладают высокими демпфирующими свойствами, приводящими к увеличению критической скорости флаттера. Устойчивость бесконечно длинной круговой цилиндрической оболочки, обтекаемой проводящим газом в присутствии продольного магнитного поля, рассматривалась авторами [4, 5]. В работе [4] была показана возможность дестабилизирующего действия магнитного поля (уменьшение критической скорости). В несколько иной постановке та же задача позднее рассматривалась в работе [8]. В перечисленных работах не учитываются силы, обусловленные токами проводимости и намагниченностью самого тела.

Имеются исследования, посвященные задачам колебаний пластины и оболочек в магнитном поле, учитывающие указанные силы, но не применимые к материалам из ферромагнита [9, 10, 11]. В этих работах показано, что умеренные магнитные поля оказывают сильное затухающее действие и слабо влияют на частоту упругих колебаний.

В книгах [12, 13] обсуждаются некоторые работы, посвященные вопросам неустойчивости ферромагнитных стержней в магнитном поле. Мун и Пао И-сикь исследовали устойчивость ферромагнитного стержня в поперечном магнитном поле, предполагая, что сила, с которой магнитное поле действует на токи проводимости в материале, пренебрежимо мала по сравнению с силой, обусловленной взаимодействием между магнитным полем и намагниченным материалом [14, 15]. Ими показано, что с увеличением напряженности магнитного поля частота колебаний падает и достигает нуля при определенном критическом значении. Полученные теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Аналогичное теоретическое исследование для пластины проведено в работе [16].

В настоящей статье рассматривается задача устойчивости ферромагнитной пластинки в поперечном магнитном поле, обтекаемой сверхзвуковым потоком непроводящего газа. Определены критическая скорость флаттера и амплитуда установившихся флаттерных колебаний в предположении, что влиянием токов проводимости можно пренебречь.

1. Пусть изотропная пластинка постоянной толщины  $2h$  отнесена к ортогональным координатам  $(x, y, z)$ . Пластина изготовлена из магнитомягкого материала, находится в постоянном поперечном магнитном поле  $B_0$  и обтекается, с одной стороны, сверхзвуковым потоком непроводящего газа с невозмущенной скоростью  $U$ , направленной вдоль оси  $ox$ . В отношении тонкой пластинки принимается гипотеза Кирхгофа и считается, что прогибы сравнимы с толщиной пластинки.

Для рассматриваемого случая уравнения движения элемента пластинки записываются в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} &= -X \\ \frac{\partial T_y}{\partial y} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} &= -Y \\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} + Q_x + m_x &= 0 \\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} + Q_y + m_y &= 0 \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - \left( T_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2T_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + T_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \\ &+ X \frac{\partial w}{\partial x} + Y \frac{\partial w}{\partial y} = p + Z \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь

$$T_x = \frac{2Eh}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{\nu}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$$

$$T_y = \frac{2Eh}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial v}{\partial y} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \frac{\nu}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]$$

$$T_{xy} = \frac{Eh}{1+\nu} \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right]$$

$$M_x = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad M_y = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

$$M_{xy} = D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad D = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}$$

$$R(X, Y, Z) = -2\rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + F$$

$u(u, v, w)$  — вектор перемещения срединной плоскости,  $\rho$  — плотность,  $E$  — модуль упругости,  $\nu$  — коэффициент Пуассона материала пластинки.

Моменты и силы  $m_x$ ,  $m_y$  и  $F$  появляются при изгибе и обусловлены магнитным полем. Аэродинамическое давление  $p$  согласно „закоу плоских сечений“ определяется формулой [12]

$$p = 2\gamma h \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} + p_\infty \left[ 1 + \frac{\alpha - 1}{2\alpha} \left( \frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]^{\frac{2\alpha}{\alpha - 1}} \quad (1.2)$$

где  $\varepsilon$  — коэффициент линейного затухания,  $p_\infty$  — давление невозмущенного потока газа,  $\alpha$  — скорость звука для невозмущенного потока,  $\alpha$  — показатель политропы.

Пренебрегая токами смещения и токами проводимости  $J$ , для определения магнитного поля в пластинке получим уравнения [14]

$$\text{rot } H = 0, \quad \text{div } B = 0 \quad (1.3)$$

где  $B$  — вектор магнитной индукции,  $H$  — вектор напряженности магнитного поля. В вакууме векторы  $B$  и  $H$  связаны соотношением  $B = \mu_0 H$ , а в магнитном материале соотношением  $B = \mu_0(H + M)$ , где  $M$  — вектор намагниченности.

Обозначая через  $\lambda$  магнитную восприимчивость, а  $\mu_r = (\lambda + 1)$  — относительную магнитную проницаемость, в случае магнитного материала с линейной характеристикой имеем

$$M = \lambda H \quad \text{или} \quad B = \mu_0 \mu_r H \quad (1.4)$$

В этих обозначениях полная массовая сила  $F$  и полный массовый момент  $m(m_x, m_y)$ , действующие в среде объемом  $V$ , определяются выражениями [15]

$$F = \int_V [J \times B_0 + (M \text{ grad}) B_0] dV$$

$$m = \int_V [r \times [J \times B_0 + (M \text{ grad}) B_0] + M \times B_0] dV$$

Опираясь на те же соображения, что и в работе [15], будем считать, что влияние токов проводимости пренебрежимо мало. Тогда, учитывая также, что  $B_0 = \text{const}$ , пренебрегаем силой  $F$ , а для момента получаем упрощенное выражение

$$m = \int_{-h}^h (M \times B_0) dz \quad (1.5)$$

Магнитное поле и перемещения на деформированной поверхности  $\Gamma$  должны удовлетворять общим граничным условиям

$$(B^{(i)} - B^{(e)}) \cdot n = 0 \quad (1.6)$$

$$(H^{(i)} - H^{(e)}) \times n = 0$$

где  $n$  — нормаль к деформированной поверхности  $\Gamma$ , индекс  $i$  обозначает принадлежность к внутренней области (пространство, занимаемое пластинкой), индекс  $e$  — к внешней области (пространство вне пластинки).

2. Преобразуем основные уравнения задачи (1.1), (1.3), выражение для момента (1.5) и граничные условия (1.6) к удобному виду. С этой целью напряженность магнитного поля представим в виде

$$H = H_0 + h \quad (2.1)$$

где  $H_0$  — напряженность магнитного поля до деформации,  $h$  — добавочная напряженность магнитного поля, обусловленная деформацией пластинки. Согласно формуле (1.4) имеем

$$H_z^{(i)} = \frac{B_z}{\gamma \mu_0}, \quad H_0^{(e)} = \frac{B_0}{\mu_0} \quad (2.2)$$

Вводя потенциальную функцию  $\varphi$  посредством

$$h = \text{grad } \varphi \quad (2.3)$$

удовлетворим первому уравнению системы (1.3), а из второго уравнения получим

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad \text{или} \quad \nabla^2 \varphi^{(i)} = 0, \quad \nabla^2 \varphi^{(e)} = 0 \quad (2.4)$$

Из (1.5), используя (2.1) и (2.3), для компонент изгибающих моментов магнитного происхождения найдем

$$m_x = \gamma B_0 \int_{-h}^h h_x^{(i)} dz = \gamma B_0 \int_{-h}^h \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial x} dz \quad (2.5)$$

$$m_y = \gamma B_0 \int_{-h}^h h_y^{(i)} dz = \gamma B_0 \int_{-h}^h \frac{\partial \varphi^{(i)}}{\partial y} dz$$

Представляя усилия посредством функции напряжения  $\Phi(x, y, t)$  следующим образом

$$T_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \quad T_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad T_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}$$

и пренебрегая тангенциальными составляющими силы инерции, тождественно удовлетворим первым двум уравнениям системы (1.1). На основании (2.5), уравнения неразрывности деформаций и выражений для изгибающих моментов получим следующую систему дифференциальных уравнений устойчивости пластинки:

$$\begin{aligned}
 D\gamma^2 w - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \\
 + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p + \gamma B_0 \int_{-1}^1 \left[ \frac{\partial^2 \varphi^{(l)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{(l)}}{\partial y^2} \right] dz = 0 \quad (2.6) \\
 \gamma^4 \Phi + 2Eh \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] = 0
 \end{aligned}$$

При преобразовании граничных условий (1.6) учитывается, что согласно гипотезе Кирхгофа нормаль к поверхности  $\Gamma$  совпадает с нормалью срединной поверхности пластинки  $z = w(x, y, t)$  и определяется формулой

$$n = \left[ 1 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]^{-1/2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial w}{\partial y} \hat{j} - \hat{k} \right)$$

Тогда граничные условия (1.6) запишутся в виде

$$\begin{aligned}
 \left( \rho \frac{\partial \varphi^{(l)}}{\partial x} - \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial x} \right) \frac{\partial w}{\partial x} + \left( \rho \frac{\partial \varphi^{(l)}}{\partial y} - \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial y} \right) \frac{\partial w}{\partial y} - \\
 - \left( \rho \frac{\partial \varphi^{(l)}}{\partial z} - \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial z} \right) = 0 \\
 \frac{\partial \varphi^{(l)}}{\partial x} - \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial x} = (H_0^{(l)} - H_0^{(e)}) \frac{\partial w}{\partial x} - \left( \frac{\partial \varphi^{(l)}}{\partial z} - \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial z} \right) \frac{\partial w}{\partial x} \\
 \frac{\partial \varphi^{(l)}}{\partial y} - \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial y} = (H_0^{(l)} - H_0^{(e)}) \frac{\partial w}{\partial y} - \left( \frac{\partial \varphi^{(l)}}{\partial z} - \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial z} \right) \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.7) \\
 \left( \frac{\partial \varphi^{(l)}}{\partial x} - \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial x} \right) \frac{\partial w}{\partial y} = \left( \frac{\partial \varphi^{(l)}}{\partial y} - \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial y} \right) \frac{\partial w}{\partial x}
 \end{aligned}$$

Нетрудно заметить, что последнее условие является следствием второго и третьего условий. Таким образом, задача сводится к совместному решению нелинейных систем уравнений (2.4), (2.6) с нелинейными граничными условиями (2.7). В случае пластинки конечных размеров необходимо учитывать также граничные условия на торцах.

3. Решению нелинейной задачи, как обычно, должен предшествовать анализ соответствующей линейной задачи, тем более, что линейная задача содержит те же специфические особенности, связанные с учетом влияния магнитного поля.

Предполагая возмущения  $h$  и  $u$  малыми и пренебрегая их квадратами и произведениями, получим линейные уравнения задачи

$$D\gamma^4 w + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\rho h \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\gamma p}{\alpha_{\infty}} \left( \frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right) +$$

$$+\chi B_0 \int_{-h}^h \left[ \frac{\partial^2 \varphi^{(l)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{(l)}}{\partial y^2} \right] dz = 0 \quad (3.1)$$

$$\nabla^2 \varphi^{(l)} = 0, \quad \nabla^2 \varphi^{(e)} = 0$$

с соответствующими линейными граничными условиями

$$\mu_r \frac{\partial \varphi^{(l)}}{\partial z} = \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \varphi^{(l)}}{\partial x} + \frac{B_0}{\mu_0 \mu_r} \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial x} + \frac{B_0}{\mu_0} \frac{\partial w}{\partial x} \quad \text{при } z = \pm h \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \varphi^{(l)}}{\partial y} + \frac{B_0}{\mu_0 \mu_r} \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial \varphi^{(e)}}{\partial y} + \frac{B_0}{\mu_0} \frac{\partial w}{\partial y}$$

Решения системы уравнений (3.1) в случае бесконечной пластинки представим в виде

$$w(x, y, t) = A \sin \frac{\pi y}{\lambda_y} \sin \left( \Omega t - \frac{\pi x}{\lambda_x} \right)$$

$$\varphi^{(l)}(x, y, z, t) = f(z) \sin \frac{\pi y}{\lambda_y} \sin \left( \Omega t - \frac{\pi x}{\lambda_x} \right) \quad (3.3)$$

$$\varphi^{(e)}(x, y, z, t) = f_1(z) \sin \frac{\pi y}{\lambda_y} \sin \left( \Omega t - \frac{\pi x}{\lambda_x} \right) \quad \text{при } z > h$$

$$\varphi^{(e)}(x, y, z, t) = f_2(z) \sin \frac{\pi y}{\lambda_y} \sin \left( \Omega t - \frac{\pi x}{\lambda_x} \right) \quad \text{при } z < -h$$

где  $\Omega$  — частота колебаний,  $\lambda_x, \lambda_y$  — длины полуволи в направлении  $x$  и  $y$ ,  $A$  — амплитуда колебаний пластинки, а все функции от  $z$  являются неизвестными и подлежат определению.

Подставляя (3.3) в последние два уравнения системы (3.1), заметим, что все искомые функции от  $z$  должны быть решением следующего уравнения:

$$q''(z) - k^2 q(z) = 0, \quad k^2 = \frac{\pi^2 (\lambda_x^2 + \lambda_y^2)}{\lambda_x^2 \lambda_y^2} \quad (3.4)$$

Найдя общее решение уравнения (3.4), удовлетворяя граничным условиям (3.2) и условиям затухания возмущений на бесконечности, определим указанные неизвестные функции и, следовательно, потенциалы магнитного поля

$$\varphi^{(l)} = \frac{\chi B_0}{\mu_0 \mu_r} A \operatorname{ch} kz \sin \frac{\pi y}{\lambda_y} \sin \left( \Omega t - \frac{\pi x}{\lambda_x} \right) = \frac{\chi B_0 \operatorname{ch} kz}{\mu_0 \mu_r \Delta} w$$

$$\begin{aligned} \varphi^{(1)} &= -\frac{\chi B_0 \operatorname{sh} kh}{\mu_0 \Delta} \begin{cases} e^{-k(z-h)} \\ e^{k(z+h)} \end{cases} \left\{ A \sin \frac{\pi y}{\lambda_y} \sin \left( \Omega t - \frac{\pi x}{\lambda_x} \right) = \right. \\ &= -\frac{\chi B_0 \operatorname{sh} kh}{\mu_0 \Delta} \begin{cases} e^{-k(z-h)} \\ e^{k(z+h)} \end{cases} \begin{cases} w & \text{при } z > h \\ w & \text{при } z < -h \end{cases} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Здесь  $\Delta = \mu_r \operatorname{sh} kh + \operatorname{ch} kh$ .

Подставляя выражения для  $w$  из (3.3) и  $\varphi^{(1)}$  из (3.5) в первое уравнение системы (3.1), для нахождения частоты  $\Omega$  и скорости  $U$  флаттера получим уравнения

$$\Omega_0^2 - \Omega^2 - \frac{\chi^2 B_0^2}{\mu_0 \mu_r \Delta} \frac{k \operatorname{sh} kh}{\rho h} = 0 \quad (3.6)$$

$$2\varphi h \varepsilon \Omega + \frac{\chi \rho_0}{a_\infty} \left( \Omega - \frac{\pi U}{\lambda_x} \right) = 0$$

где  $\Omega_0 = Dk^2(2\varphi h)$  — частота собственных колебаний пластины в вакууме при отсутствии магнитного поля.

Из уравнений (3.6) найдем

$$\begin{aligned} \Omega^2 &= \Omega_0^2 - \frac{\chi^2 B_0^2}{\mu_0 \mu_r \Delta} \frac{k \operatorname{sh} kh}{\rho h} \\ U^2 &= U_0^2 [1 - B_0^2 B_{00}^2] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Здесь  $U_0 = \left( 1 + \frac{2\varphi h a_\infty}{\chi \rho_0} \varepsilon \right) \frac{\lambda_x}{\pi} \Omega_0$  — критическая скорость флаттера в отсутствие магнитного поля,  $B_{00}^2 = \frac{\rho h \mu_0 \mu_r \Delta}{\chi^2 k \operatorname{sh} kh} \Omega_0^2$  — статическое критическое значение магнитного поля в вакууме, при котором возможна нетривиальная деформированная форма равновесия пластинки.

Формулы (3.7) показывают, что с увеличением напряженности магнитного поля частота колебаний ферромагнитной пластинки уменьшается и принимает значение нуль при  $B_0 = B_{00}$  (момент потери устойчивости). Возрастание напряженности магнитного поля уменьшает также критическую скорость флаттера. Кривая на фиг. 1 является дугой окружности и разделяет области устойчивости (внутри круга) и неустойчивости.

Соотношения (3.6) выведены для пластины бесконечной длины, в которой вдоль по потоку распространяются волны типа (3.3). В случае тонкой пластины конечных размеров формулы (3.5) должны, в основном, правильно описывать поле внутри пластины. При этом необходимо, как показано в работе [14], волновое число  $k$  выбрать, исходя из характерных особенностей данной конкретной задачи.

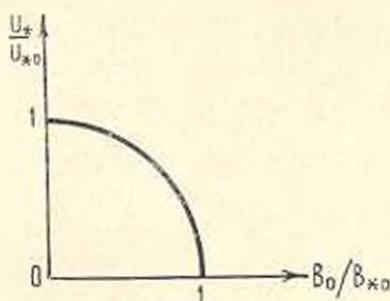
Применим эти соображения к задаче флаттера ферромагнитной пластинки, шарнирно-опертой по торцам. Уравнения задачи запишутся следующим образом:

$$D\Delta^2 w + 2\gamma h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\gamma h \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\gamma p_\infty}{a_\infty} \left( \frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right) = N \nabla^2 w \quad (3.8)$$

$$N = \frac{2l^2 B_0^2}{\rho_0 \nu_r \Delta} \frac{\text{sh } kh}{k}$$

Уравнение (3.8) совпадает с уравнением задачи флаттера конечной пластинки, сжатой по торцам равными усилиями  $N$  в отсутствии магнитного поля. Таким образом, воздействие поперечного магнитного поля эквивалентно действию усилий, сжимающих пластину по торцам, а такая задача подробно исследована в работах [12, 17].

4. Исследование амплитуды флаттерных колебаний требует решения нелинейной задачи. Для выяснения характера изменения амплитуды в зависимости от магнитного поля, рассмотрим задачу флаттера бесконечной пластинки с учетом одной лишь геометрической нелинейности в уравнениях движения. Кроме того, пренебрегая усилиями в срединной поверхности в направлении, перпендикулярном к потоку, и заменяя усилие  $T_x$  своим средним значением, уравнения движения (2.6) преобразуем к виду



Фиг. 1

$$D\Delta^2 w - \frac{c}{2\lambda_\infty} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \int_0^{\lambda_\infty} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx + 2\gamma h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\gamma h \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\gamma p_\infty}{a_\infty} \left( \frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \gamma B_0 \int \left| \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial y^2} \right| dz = 0 \quad (4.1)$$

где  $c$  — некоторый коэффициент жесткости, характеризующий сопротивление уменьшению длины пластинки.

В итоге указанная нелинейная задача приводится к рассмотренной в предыдущем пункте задаче (3.1), (3.2) замкнутой первого уравнения системы (3.1) уравнением (4.1). Заметим также, что решение (3.3) и в случае этой нелинейной задачи является точным решением.

Подставляя (3.3) в (4.1) и используя выражение  $\varphi^{(0)}$  из (3.5), для нахождения амплитуды  $A$  и частоты  $\Omega$  получим уравнения

$$\Omega_0^2 - \Omega^2 - \frac{\chi^2 B_0^2}{\mu_0 \mu_r \Delta} \frac{k \operatorname{sh} kh}{\rho h} + \frac{2c}{\rho h} \left( \frac{\pi}{2\lambda_x} \right)^4 A^2 = 0$$

$$2\rho h \varepsilon \Omega + \frac{\kappa p_\infty}{a_\infty} \left( \Omega - \frac{\pi U}{\lambda_x} \right) = 0$$
(4.2)

Из (4.2) найдем формулу, определяющую амплитуду флаттерных колебаний

$$A = \frac{1}{S} \sqrt{\frac{U^2}{U_0^2} + \frac{B_0^2}{B_0^2} - 1}, \quad S = \frac{1}{\Omega_0} \left( \frac{\pi}{2\lambda_x} \right)^2 \sqrt{\frac{2c}{\rho h}} \quad (4.3)$$

Как и следовало ожидать, наличие поперечного магнитного поля увеличивает амплитуду установившихся флаттерных колебаний.

При наличии наклонного магнитного поля задача намного осложняется, так как при этом необходимо учитывать также силы, обусловленные токами проводимости в пластинке.

Институт механики АН Армянской ССР

Поступила 9 IV 1972

Գ. Ե. ԲԱԳԴԱՍԱՐՅԱՆ, Մ. Վ. ԲԵԼՈՒԲԵԿՅԱՆ.

ԳԼՈՒԹ ԶՈՍՈՒՆՔԻ ՄԵՋ ԳՏՆԵԼՈՂ ՖԵՐՈՄԵԳՆԻՍԿԱՆ ՍԱԼԻ  
ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ՄԱԳՆԻՏՈՒԿԱՆ ԳԱՇՏՈՒՄ

Ա մ զ ե ի ու մ

Հողվածում դիտարկվում է համասեռ բեղաչափական մագնիսական դաշտում գտնվող ֆերոմագնիսական սալի կայունության խնդիրը ձայնից մեծ արագություն ունեցող անհաղորդիչ դալի հոսանքով շրջանակվելիս:

Ստացված են բանաձևեր հոսանքի կրիտիկական արագության և աատանումների ամպլիտուդի համար՝ կախված արտաքին մագնիսական դաշտի լարվածությունից:

Ցույց է արված, որ մագնիսական դաշտի լարվածության մեծացումը բերում է ֆերոմագնիսական սալի տատանումների հաճախականության փոքրացմանը: Մագնիսական դաշտը էսպես փոքրացնում է ֆլատերի կրիտիկական արագության մեծությունը և մեծացնում է ետկրիտիկական վիճակի տատանումների ամպլիտուդան:

THE FERROMAGNETIC PLATE STABILITY IN A GAS FLOW  
IN THE PRESENCE OF A MAGNETIC FIELD

G. E. BAGDASARIAN, M. V. BELUBEKIAN

## S u m m a r y

The ferromagnetic plate stability problem in a uniform transversal magnetic field where the plate is flown-past by a supersonic nonconducting gas flow is considered.

The ferromagnetic plate oscillation frequency is shown to decrease with the magnetic field strength increasing and to reach zero for a certain critical strength value (stability loss moment). An increase in the magnetic field strength decreases the flutter critical velocity as well and increases the steady flutter oscillation amplitude.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Лисунов А. Д. Флаттер панелей в потоке сжимаемой проводящей жидкости в присутствии магнитного поля. ПМТФ, № 4, 1960.
2. Kaliski S., Solarz L. Aero-magneto-flutter of a plate flown past by a perfectly conducting gas in a magnetic field with isotropic action. Proc. Vibr. Probl., vol. 3, № 3, 1962.
3. Kaliski S., Solarz L. Aero-magneto-flutter of a plate flown past by a perfectly conducting gas in a magnetic field with anisotropic action. Proc. Vibr. Probl., vol. 3, № 3, 1962.
4. Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. Флаттер цилиндрической оболочки в потоке сжимаемой проводящей жидкости в присутствии магнитного поля. МТТ, № 6, 1966.
5. Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. Колебания и устойчивость цилиндрической оболочки в потоке проводящего газа при наличии магнитного поля. Тр. VI Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек, Баку, 1966.
6. Solarz L. Aeromagnetic flutter of walls of a plane infinite channel. Bull. Acad. Pol. Sci., Serie. Sci. Techn., vol. 7, № 4, 1966.
7. Solarz L. Aero-magneto-flutter of a plane duct of finite length. Proc. Vibr. Probl., vol. 4, № 7, 1966.
8. Kaliski S., Solarz L. Aero-magneto-flutter of an infinite cylindrical duct. Proc. Vibr. Probl., vol. 1, № 10, 1969.
9. Kaliski S. Magnetoelastic vibration of perfectly conducting plates and bars. Proc. Vibr. Probl., vol. 3, № 4, 1962.
10. Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. Осесимметричные колебания цилиндрической оболочки в магнитном поле. Изв. АН АрмССР, Механика, т. XX, № 5, 1967.
11. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. К трехмерной задаче магнитоупругих колебаний пластины. ПММ, т. 35, в. 2, 1971.
12. Болотин В. В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. Физматгиз, М., 1961.
13. Пиповко Я. Г., Губинова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем. Изд. „Наука“, М., 1967.

14. Мун, Пао И-синь. Магнитоупругое выпучивание тонкой пластинки. Прикл. механика, № 1, 1968, изд. „Мир“.
15. Мун, Пао И-синь. Колебания и динамическая неустойчивость стержня-пластины в поперечном магнитном поле. Прикл. механика, № 1, 1969, изд. „Мир“.
16. Kalliski S. Quasi-static approximation to the equation of elastic vibrations in a ferromagnetic plate under the action of a transverse magnetic field. Bull. Acad. Pol. Sci., Serie Sci. Techn., v. XVII, № 9, 1969.
17. Мозган А. А. О колебаниях пластинки, движущейся в газе. ПММ, т. 20, № 2, 1956.