ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXIII № 6, 1970 Механика

Р. Е. МКРТЧЯН

БОЛЬШИЕ ДЕФОРМАЦИИ НЕСЖИМАЕМОГО УПРУГОГО ТЕЛА, АРМИРОВАННОГО ОДНОНАПРАВЛЕННОЙ СИСТЕМОЙ УПРУГИХ НИТЕЙ

На основании общей нелинейной теории упругости [1, 2] исследуются некоторые свойства сплошной несжимаемой упругой среды, армированной строго однонаправленной системой тонких упругих и несжимаемых нитей, имеющих значительно более высокий модуль упругости, чем окружающий их материал.

Принимается, что указанная среда по направлению нитей разно сопротивляется деформациям растяжения и сжатия.

Рассматриваются задачи растяжения и симметричного расширения круговой цилиндрической трубы и цилиндрического изгиба прямоугольного параллелепипеда, армированных по кольцевому направлению.

Метод нахождения связи между напряжениями и деформациями в рамках линейной теории упругости в зависимости от механических характеристик упругой среды и армирующего материала можно найти в работе [3].

1. Представим однородную упругую и несжимаемую среду, армированную строгонаправленной системой тонких упругих нитей из несжимаемого материала так, что нити заполняют эту среду всюду равномерно. Тогда можно принять, что композиционный материал однороден в том смысле, что его упругие свойства одинаковы в каждой точке, при условии, что оси, к которым эти свойства отнесены, ориентированы соответствующим образом. Пусть такой системой координат является (θ_1, θ_2, θ_3), где одно из θ_k ($k = 1, 2, 3$) совпадает с направлением нитей.

Пусть каждая нить идеально тонкая, абсолютно гибкая и не образует каких-либо неправильных перегибов. Нити достаточно близки друг к другу и прилипают к среде, в которую они внедрены, так, что возможность скольжения какой-либо нити по отношению к примыкающему материалу исключается.

Как показывают эксперименты, волокно в композиционном материале, если выдерживает сжимающую силу (не считая всестороннего гидростатического давления), то вследствие возникновения некоторой формы неустойчивости оно теряет прямолинейную форму и оказывает меньшее сопротивление, чем при растягивающих напряжениях.

Тогда можно предполагать, что выражения функции энергии деформации материала при растяжениях и сжатиях нитей различны.

Так как нити тонкие и расположены достаточно плотно, то можно принимать, что композиционный материал трансверсально изотропен по отношению к направлению нитей. Тогда функции энергии деформации, соответствующие растяженным и сжатым нитям в деформированном теле, выражаются [2]

$$
\begin{aligned}
W^{+} &= W^{+}(I_1, I_2, K_1, K_2) \\
W^{-} &= W^{-}(I_1, I_2, K_1, K_2)
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

где I_1 и I_2 — инварианты деформации.

Если, например, нити имеют направление ϑ_2, то

$$K_1 = \gamma_{(22)}, \quad K_2 = (\gamma_{(12)})^2 + (\gamma_{(32)})^2 \tag{1.2}$$

$$\gamma_{(ij)} = \gamma_{(ji)} = \gamma_{ij} / \sqrt{g_{ii} g_{jj}}$$

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2}(G_{ij} - g_{ij}) \tag{1.3}$$

g_{ij} и G_{ij} — ковариантные компоненты метрических тензоров недеформированного и деформированного состояний соответственно по отношению к ортогональной системе координат ϑ_i, γ_{ij} — тензор деформации по отношению к системе ϑ_i.

Если известно деформированное состояние тела, то напряженное состояние определяется в зависимости от знака γ_{22} (если нити имеют направление ϑ_2).

Когда $\gamma_{22} > 0$ (нити растягиваются), то компоненты контрвариантного тензора напряжения τ^{ij}, соответствующие функции W^{+}, определяются выражениями [2]

$$\tau^{ij} = \Phi^{+} g^{ij} + \Psi^{+} B^{ij} + p^{+} G^{ij} + \Theta^{+} M^{ij} + \Lambda^{+} N^{ij} \tag{1.4}$$

где

$$\Phi^{+} = 2\frac{\partial W^{+}}{\partial I_1}, \quad \Psi^{+} = 2\frac{\partial W^{+}}{\partial I_2}, \quad \Theta^{+} = \frac{\partial W^{+}}{\partial K_1}, \quad \Lambda^{+} = \frac{\partial W^{+}}{\partial K_2}$$

$$B^{ij} = I_1 g^{ij} - g^{ir} g^{js} G_{rs} \tag{1.5}$$

$$M^{ij} = A^{ij}_{(22)}, \quad N^{ij} = (A^{ij}_{(\alpha 2)} + A^{ij}_{(2\alpha)})\gamma_{(\alpha 2)}$$

индекс α принимает только значения 1 и 3.

$$A^{ij}_{(rs)} = \frac{\partial \theta^i}{\partial \vartheta^r} \frac{\partial \theta^j}{\partial \vartheta^s} \Big/ \sqrt{g_{rr} g_{ss}} \tag{1.6}$$

g^{ij} и G^{ij} — контрвариантные компоненты метрических тензоров недеформированного и деформированного состояний соответственно относительно подвижной системы координат θ^i.

Аналогичным образом определяются компоненты напряжений, соответствующие функции W^- $(\gamma_{22} < 0)$.

Если γ_{22} в пределах тела меняет знак, то из уравнения

$$\gamma_{22} = 0 \tag{1.7}$$

можно найти поверхность (линию или область), разделяющую зоны растянутых и сжатых нитей.

2. Рассмотрим задачу растяжения и симметричного расширения круглой цилиндрической трубы, армированной по кольцевому направлению.

Пусть труба деформируется:

а) простым растяжением с коэффициентом растяжения λ;

б) однородным раздуванием, при котором внешний и внутренний радиусы трубы a_1 и a_2 переходят в $r_1 = \mu_1 a_1$ и $r_2 = \mu_2 a_2$.

Для определения деформированного состояния в качестве подвижной системы координат ϑ^i выберем систему цилиндрических координат r, ϑ, y_3 так, чтобы координата y_3 совпадала с осью трубы. Система θ_i совпадает с цилиндрическими координатами недеформированного состояния $\rho = Qr$, ϑ, $x_3 = y_3/\lambda$.

Метрические тензоры деформированного и недеформированного состояний трубы относительно системы r, ϑ, y_3 будут [1]

$$G_{ij} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad G^{ij} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad G = r^2$$

$$g_{ij} = \begin{vmatrix} \dfrac{\lambda^2}{Q^2} & 0 & 0 \\ 0 & Q^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{\lambda^2} \end{vmatrix} \qquad g^{ij} = \begin{vmatrix} \dfrac{Q^2}{\lambda^2} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{Q^2 r^2} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^2 \end{vmatrix}, \quad g = r^2 \tag{2.1}$$

Из (7) и (8) находим

$$\gamma_{22}^{*} = \frac{\partial\vartheta^m}{\partial\theta^2}\frac{\partial\vartheta^n}{\partial\theta^2}\gamma_{mn} = \gamma_{22} = \frac{1}{2}(r_0^2 - \rho_0^2) = 0 \tag{2.2}$$

где ρ_0 и r_0 — радиусы разделяющей поверхности областей растяженных и сжатых нитей до и после деформаций. Из (2.2) и из условия несжимаемости получаем

$$r_0^2 = \rho_0^2 = a_1^2 - \lambda(a_1^2\mu_1^2 - r_0^2) = a_2^2 + \lambda(r_0^2 - a_2^2\mu_2^2)$$

откуда

$$r_0 = a_1\sqrt{\frac{1 - \lambda\mu_1^2}{1 - \lambda}} = a_2\sqrt{\frac{1 - \lambda\mu_2^2}{1 - \lambda}} \tag{2.3}$$

Из условия несжимаемости получаем зависимость между μ_1 и μ_2

$$\mu_1 = \frac{1}{a_1}\sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(\lambda\mu_2^2 a_2^2 + a_1^2 - a_2^2\right)}$$
$$\mu_2 = \frac{1}{a_2}\sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(\lambda\mu_1^2 a_1^2 - a_1^2 + a_2^2\right)} \tag{2.4}$$

Исследуем деформированное состояние в зависимости от λ, μ_1, и μ_2.

Как видно из (2.3), если $\lambda = 1$, то все нити в трубе растягиваются или сжимаются в зависимости от того μ_1 (или μ_2) больше или меньше единицы.

Если $1 > \lambda > 0$, то

а) при $r_0 \geq r_1 = a_1\mu_1$ или $\mu_1 \leq 1$ (следует из (2.3)) все нити в трубе сжимаются. Тогда на основании (2.4)

$$\mu_2 \leq \frac{1}{a_2}\sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(a_1^2\lambda - a_1^2 + a_2^2\right)}$$

Так как μ_2 — положительное действительное число, то

$$\lambda > 1 - \frac{a_2^2}{a_1^2}$$

б) при $r_0 \leq r_2 = a_2\mu_2$ или $\mu_2 \geq 1$ все нити в трубе растягиваются. Тогда

$$\mu_1 \geq \frac{1}{a_1}\sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(a_2^2\lambda + a_1^2 - a_2^2\right)}$$

в) при $r_1 > r_0 > r_2$ или одновременно $\mu_1 > 1$ и $\mu_2 < 1$ во внешней части трубы нити растягиваются, а во внутренней сжимаются. Указанное условие на основании (2.4) можно написать в виде

$$1 < \mu_1 < \frac{1}{a_1}\sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(a_2^2\lambda + a_1^2 - a_2^2\right)}$$

или

$$1 > \mu_2 > \frac{1}{a_2}\sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(a_1^2\lambda - a_1^2 + a_2^2\right)}$$

Если $\lambda > 1$, то

а) при $r_0 = a_1\sqrt{\dfrac{\lambda\mu_1^2 - 1}{\lambda - 1}} \geq r_1 = a_1\mu_1$ или $\mu_1 \geq 1$ все нити растягиваются,

б) при $r_0 \leq r_2 = a_2\mu_2$ или $\mu_2 \leq 1$ все нити сжимаются,

в) при $r_1 > r_0 > r_2$ или одновременно $\mu_1 < 1$ и $\mu_2 > 1$ во внутренней части трубы нити растягиваются, а во внешней — сжимаются. Это условие можно написать в виде

$$1 > \mu_1 > \frac{1}{a_1}\sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(a_2^2\lambda + a_2^2 - a_1^2\right)}$$

Рассмотрим случай, когда труба выворачивается наизнанку. В этом случае λ отрицательное и значение r_0, как видно из (2.3), всегда действительное.

а) При $r_0 < r_1 = a_1\mu_1$ или $\mu_1 > 1$ все нити растягиваются,

б) при $r_0 > r_2 = a_2\mu_2$ или $\mu_2 \leqslant 1$ нити в трубе сжимаются. Тогда согласно (2.4)

$$\mu_1 < \frac{1}{a_1}\sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(a_2^2\lambda + a_2^2 - a_1^2\right)}$$

Так как μ действительное, то

$$\lambda > 1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}$$

в) когда $r_1 < r_0 < r_2$ или одновременно $\mu_1 < 1$ и $\mu_2 > 1$, в трубе возникают две зоны, где во внешней части деформированной трубы нити растягиваются, а во внутренней — сжимаются. Тогда имеет место

$$1 > \mu_1 > \frac{1}{a_1}\sqrt{\frac{1}{\lambda}\left(a_2^2\lambda + a_2^2 - a_1^2\right)}$$

Если в какой-то области трубы нити растягиваются, то из (1.4), (1.5) и (1.6), подставляя туда значения $M^{22} = 1/r^2$, $K_2 = 0$, $N^{ij} = 0$ (так как $\gamma_{23} = \gamma_{31} = \gamma_{12} = 0$), определяем компоненты контрвариантного тензора напряжений

$$\tau_+^{11} = \frac{Q^2}{\lambda^2}\Phi^+ + \left(\frac{1}{\lambda^2} + Q^2\right)\Psi^+ + p^+$$

$$\tau_+^{22} = \frac{1}{Q^2r^2}\Phi^+ + \left(\frac{1}{\lambda^2r^2} + \frac{1}{Q^2r^2}\right)\Psi^+ + \frac{1}{Q^2r^2}\Theta^+ + \frac{1}{r^2}p^+ \tag{2.5}$$

$$\tau_+^{33} = \lambda^2\Phi^+ + \left(Q^2 + \frac{\lambda^2}{Q^2}\right)\Psi^+ + p^+$$

$$\tau_+^{23} = \tau_+^{31} = \tau_+^{12} = 0$$

Неизвестная функция p определяется из уравнений равновесия

$$\frac{d}{dr}\left[p^+ + \frac{Q^2}{\lambda^2}\Phi^+ + \left(\frac{1}{\lambda^2} + Q^2\right)\Psi^+\right] + \frac{1}{r}\left(\frac{Q^2}{\lambda^2} - \frac{1}{Q^2}\right)\Phi^+ +$$

$$+ \left(Q^2 - \frac{\lambda^2}{Q^2}\right)\frac{1}{r}\Psi^+ - \frac{1}{Q^2r^2}\Theta^+ = 0$$

$$\frac{\partial p^+}{\partial \theta} = \frac{\partial p^+}{\partial y_3} = 0$$

Отсюда получаем

$$p^+ = -\frac{Q^2}{\lambda^2}\Phi^+ - \left(\frac{1}{\lambda^2} + Q^2\right)\Psi^+ - L^+(r) + H^+ \tag{2.6}$$

где

$$L^+(r) = \int_{r_*}^{r}\left[\left(\frac{Q^2}{\lambda^2} - \frac{1}{Q^2}\right)\Phi^+ + \left(Q^2 + \frac{\lambda^2}{Q^2}\right)\Psi^+ - \frac{1}{Q^2}\Theta^+\right]\frac{dr}{r} \tag{2.7}$$

$r_* = r_0$ при существовании в трубе обеих областей растяженных и сжатых нитей;

$r_* = r_1$, если все нити в трубе растягиваются.

Из (2.6), подставляя значение p^+ в (2.5), получим

$$\sigma_+^{11} = H^+ - L^+(r)$$

$$r^2\sigma_+^{22} = H^+ - L^+(r) - \left(\frac{1}{Q^2} - \frac{Q^2}{\lambda^2}\right)\Phi^+ + \left(\frac{\lambda^2}{Q^2} - Q^2\right)\Psi^+ + \frac{1}{Q^2}\Theta^+$$

$$\sigma_+^{33} = H^+ - L^+(r) + \left(\lambda^2 - \frac{Q^2}{\lambda^2}\right)\Phi^+ + \left(\frac{\lambda^2}{Q^2} - \frac{1}{\lambda^2}\right)\Psi^+ \tag{2.8}$$

$$\sigma_+^{31} = \sigma_+^{12} = \sigma_+^{23} = 0$$

Для области сжатых нитей напряжения выражаются аналогичными формулами.

Если в деформированной трубе все нити растягиваются (сжимаются), то постоянная H^+ (H^-) определяется

$$H^+ = R_1 = L^+(r_2) - R_2$$

$$H^- = R_1 = L^-(r_2) - R_2$$

где R_1 и R_2 – нормальные напряжения на граничных цилиндрических поверхностях $r = r_1$ и $r = r_2$.

Если в деформированной трубе возникают обе области растяженных и сжатых нитей, то можно принять, что труба состоит из двух различных слоев. Тогда для постоянных H^+ и H^- из граничных условий и из условия равенства напряжений на разделяющей поверхности областей растяженных и сжатых нитей получаем [4]

если $\lambda < 1$

$$H^+ = R_1$$

$$H^- = R_1 - L^+(r_0) = R_2 + L^-(r_2)$$

если $\lambda > 1$

$$H^- = R_1$$

$$H^+ = R_1 - L^-(r_0) = R_2 + L^+(r_2)$$

3. В качестве другого примера рассмотрим задачу цилиндрического изгиба прямоугольного параллелепипеда из рассматриваемого армированного материала.

Пусть параллелепипед в недеформированном состоянии ограничен плоскостями

$$x_1 = a_1, \quad x_1 = a_2 \quad (a_1 > a_2)$$

$$x_2 = \pm b, \quad x_3 = \pm c$$

Здесь $(\vartheta^1, \vartheta^2, \vartheta^3) = (x_1, x_2, x_3)$ — прямоугольные декартовы координаты недеформированного состояния, где нити имеют направление оси x_2.

Пусть параллелепипед деформируется симметрично относительно оси x_1 так, что

а) каждая плоскость, нормальная к оси x_1, после деформации становится частью круглой цилиндрической поверхности с осью x_3;

б) плоскости, первоначально нормальные к оси x_2, в деформированном состоянии проходят через ось x_3;

в) в направлении оси x_3 происходит равномерное растяжение с коэффициентом λ.

Для определения деформированного состояния выберем систему цилиндрических полярных координат (r, ϑ, y_3). Тогда координаты точки недеформированного состояния выражаются [1]

$$x_1 = \frac{1}{2} A r^2 + B, \quad x_2 = \frac{\lambda \vartheta}{A}, \quad x_3 = \frac{y_3}{\lambda} \tag{3.1}$$

где

$$A = \frac{4a}{r_1^2 - r_2^2}, \quad B = \frac{a_2 r_1^2 - a_1 r_2^2}{r_1^2 - r_2^2}, \quad a = \frac{a_1 - a_2}{2} \tag{3.2}$$

r_1 и r_2 — радиусы граничных цилиндрических поверхностей деформированного тела. γ_{22} определяем из тензорного преобразования

$$\gamma_{22} = \frac{\partial \vartheta^m}{\partial x_2} \frac{\partial \vartheta^n}{\partial x_2} \gamma_{mn} = \frac{A^2}{\lambda^2} \gamma_{22} = \frac{A^2}{2\lambda^2} (G_{22} - g_{22})$$

Подставляя сюда $G_{22} = r^2$ и $g_{22} = \lambda^2 / A^2$ [1], получаем

$$\gamma_{22} = \frac{1}{2} \left(\frac{A^2 r^2}{\lambda^2} - 1 \right) \tag{3.3}$$

Из (3.3) и (1.7) находим радиус цилиндрической поверхности, разделяющей области растяженных и сжатых нитей

$$r_0 = \frac{\lambda}{A} \tag{3.4}$$

В рассматриваемой задаче возможны следующие виды деформированного состояния:

а) если $r_0 > \frac{\lambda}{A}$, то все нити в деформированном теле растягиваются;

б) если $r_1 \leq \frac{\lambda}{A}$ то все нити сжимаются;

в) если $r_1 > \frac{\lambda}{A} > r_0$, то нити, расположенные в области, заключенной между поверхностями $r = r_1$ и $r = r_0$, растягиваются, а в остальной части тела нити сжимаются.

Для области растяженных нитей компоненты тензора напряжения определяются из (4), (5) и (6)

$$\begin{aligned} \tau^{11}_{+} &= \frac{1}{A^2r^2}\Phi^+ + \left(\frac{\lambda^2}{A^2r^2} + \frac{1}{\lambda^2}\right)\Psi^+ + p^+ \\ \tau^{22}_{+} &= \frac{A^2}{\lambda^2}\Phi^+ + \left(A^2 + \frac{1}{\lambda^2 r^2}\right)\Psi^+ + \frac{1}{r^2}p^+ + \frac{A^2}{\lambda^2}\Theta^+ \\ \tau^{33}_{+} &= \lambda^2\Phi^+ + \left(\frac{\lambda^2}{A^2r^2} + A^2r^2\right)\Psi^+ + p^+ \\ \tau^{23}_{+} &= \tau^{31}_{+} = \tau^{12}_{+} = 0 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Уравнения равновесия в данном случае имеют вид

$$\frac{d\tau^{11}_{+}}{dr} + \frac{\tau^{11}_{+} - r^2\tau^{22}_{+}}{r} = 0; \quad \frac{dp^+}{d\theta} = \frac{dp^-}{dy_3} = 0 \tag{3.6}$$

После интегрирования первого уравнения (3.6) находим

$$p^+ = -\frac{1}{A^2r^2}\Phi^+ - \left(\frac{\lambda^2}{A^2r^2} + \frac{1}{\lambda^2}\right)\Psi^+ + L^+(r) + H^+ \tag{3.7}$$

где H^+ — постоянная

$$L^+(r) = \int\limits_{r_*}^{r} \left[\left(\frac{A^2r}{\lambda^2} - \frac{1}{A^2r^3}\right)(\Phi^+ + \lambda^2\Psi^+) + \frac{A^2r}{\lambda^2}\Theta^+\right] dr$$

$r_* = r_1$, если все нити растягиваются, и $r_* = r_0$ при наличии в теле обеих областей растяженных и сжатых нитей.

Так как $\frac{dI_1}{dr} = \frac{1}{\lambda^2}\frac{dI_2}{dr} = 2\left(\frac{A^2r}{\lambda^2} - \frac{1}{A^2r^3}\right)$ |1| и $\frac{dK_1}{dr} = \frac{d\gamma_{r2}}{dr} = \frac{A^2r}{\lambda^2}$ (следует из (3.3)), то

$$L^+(r) = \int\limits_{r_*}^{r}\left(\frac{\partial W^+}{\partial I_1}\frac{dI_1}{dr} + \frac{\partial W^+}{\partial I_2}\frac{dI_2}{dr} + \frac{\partial W^+}{\partial K_1}\frac{dK_1}{dr}\right)dr = W^+(r) - W^+(r_*) \tag{3.8}$$

Подставляя значение p^+ из (3.7) в выражения (3.5), получим

$$\sigma^{11} = L^{+}(r) + H^{+} = W^{+}(r) - W^{+}(r_1) + H^{+}$$

$$r^2 \sigma^{22} = \sigma^{11} + r \frac{dW^{+}}{dr}$$

$$\sigma^{33} = \sigma^{11} + \left(\lambda^2 - \frac{1}{A^2 r^2}\right)\left(\Phi^{+} + \frac{A^2 r^2}{\lambda^2} \Psi^{+}\right) \tag{3.9}$$

$$\sigma^{23} = \sigma^{31} = \sigma^{12} = 0$$

В области сжатых нитей напряжения выражаются аналогичным образом.

Если после деформации все нити в теле растягиваются (сжимаются), то постоянная H^{+} (H^{-}) определяется

$$H^{+} = R_1 = W^{+}(r_1) - W^{+}(r_2) - R_2$$

$$H^{-} = R_1 = W^{-}(r_1) - W^{-}(r_2) - R_2$$

где R_1 и R_2 — нормальные напряжения на граничных поверхностях $r = r_1$ и $r = r_2$ соответственно.

При наличии обеих областей растяженных и сжатых нитей принимается, что тело состоит из двух слоев. Тогда для определения постоянных H^{+} и H^{-} получаем [5]

$$H^{+} = R_1$$

$$H^{-} = R_1 - W^{+}(r_0) - W^{+}(r_1) - R_2 + W^{-}(r_0) - W^{-}(r_2)$$

Пользуясь случаем, автор выражает глубокую благодарность К. С. Чобаняну за полезные советы.

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступила 7 V 1970

Ռ. Ե. ՄԽՐՅՉՅԱՆ

ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ԹԵԼԵՐԻ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՎԱԾ ՀԱՄԱՍԱՌՔՈՎ ԱՄՐԱՑ-ՎԱԾ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ՄԱՐՄՆԻ ՄԵԾ ԴԵՖՈՐ-ՄԱՑԻԱՆԵՐԸ

Ամփոփում

Ընդհանուր ոչ գծային առաձգականության տեսության հիման վրա ուսումնասիրված է առաձգական, անսեղմելի նյութից պատրաստված թելերի երկու միատարր համակարգով ամրացված, հոծ, առաձգական և անսեղմելի միջավայրի մի քանի հատկությունները։ Թելերն ունեն շատ ավելի բարձր առաձգականության մոդուլ, քան նրանց շրջապատող նյութը։ Ընդունված է, որ նշված միջավայրը թելերի ուղղությամբ ձգման և սեղմման դեֆորմացիաներին տարբեր է դիմադրում։

Դիտարկված են շրջանագծերի ուղղությամբ թելերի համակարգով ամրացված կլոր գլանային խողովակի ձգման և սիմետրիկ ընդարձակման և ուղղանկյուն զուգահեռանիստի գլանային ծռման խնդիրները։

LARGE DEFORMATIONS OF AN INCOMPRESSIBLE ELASTIC BODY REINFORCED WITH ONE-DIRECTIONAL STRUCTURE OF THIN ELASTIC FIBRES

R. E. MKRTCHIAN

Summary

Some properties of a continuous incompressible elastic body reinforced with a strictly one-directional structure of thin elastic fibres are investigated on the basis of the general nonlinear theory of elasticity. The fibres have a much higher modulus of elasticity than the surrounding material. The resistance of the material to deformation of tension and compression along the fibres is assumed to be different.

The problems of tension and symmetric expansion of a circular cylindrical tube and of cylindrical flexure of a cuboid, both reinforced in one direction, are dealt with as well.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Green A. E., Zerna W.* Theoretical Elasticity Clarendon Press, Oxford, 1954.
2. *Грин А. Е., Адкинс Дж.* Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды. Изд. Мир, М., 1965.
3. *Сосян А. С.* О связи между деформациями и напряжениями для разносопротивляющегося на растяжение и сжатие композиционного материала строго однонаправленной структуры. Изв. АН Арм ССР, серия техн. наук, т. XIX, № 6, 1966.
4. *Чобанян К. С., Мкртчян Р. Е.* Общие решения задач конечных упругих деформаций для растяжения, раздувания и кручения составных труб. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. XX, № 2, 1967.
5. *Мкртчян Р. Е.* Задача больших упругих деформаций для изгиба составного параллелепипеда из несжимаемых материалов Изв АН Арм. ССР, Механика, т. XXII, № 2, 1969.