ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա XXII, № 1, 1969 Механика

М. В. АЙЗЕНБЕРГ

О ВЛИЯНИИ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ НА РЕЗОНАНСНЫЕ ВОЛНЫ В ПОЛОМ ЦИЛИНДРЕ

Задача о распространении упругих волн в толстой круговой цилиндрической оболочке рассматривалась в [1—4]. Резонансные волны в плоском упругом слое, погруженном в жидкость, были исследованы в [5]. Подобная осесимметричная задача для полого кругового цилиндра изучалась в [6].

В настоящей работе рассматривается неосесимметричная задача о резонансных волнах в полом цилиндре, погруженном в жидкость и подверженном действию волны давления, падающей на цилиндр под углом α к его оси $(0 < \alpha < \pi/2)$. Получены значения скоростей и длин резонансных волн, которые определяются координатами характерных точек (экстремумов) на дисперсионных (фазовых) кривых. Последние представляют собой решения дисперсионного уравнения на фазовой плоскости qc ($q = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны, c — фазовая скорость). Выяснено влияние взаимодействия цилиндра с жидкостью на форму фазовых кривых и на положение и вид характерных точек.

Интегрирование по q в окрестностях характерных точек, где путь интегрирования касается фазовой кривой, приводит к определению степени роста резонансных волн. В работе получены соответствующие асимптотические формулы при $t \to \infty$ (t — время).

§ 1. Пусть бесконечный полый круговой цилиндр погружен в идеальную сжимаемую жидкость. За единицы измерения принимаются следующие величины, относящиеся к цилиндру: наружный радиус, плотность материала, скорость волны расширения $(c_1 = 1)$. Обозначим: r_* — внутренний радиус, $\delta = 2(1 - r_*)/(1 - r_*)$ — относительная толщина цилиндра, c_2 — скорость волны сдвига, c_R и c_R^* — скорости поверхностных волн Релея на границе твердого полупространства с вакуумом и жидкостью соответственно, ρ_4, c_4 — плотность жидкости и скорость звука в ней; x, θ, r — осевая, тангенциальная и радиальная координаты; $u(t, x, \theta, r)$, $v(t, x, \theta, r)$, $w(t, x, \theta, r)$ — соответствующие компоненты вектора смещения U.

Пусть возмущения в цилиндре описываются линейной теорией упругости, в жидкости — волновым уравнением для потенциала скоростей φ

$$c_2^2 \nabla^2 U + (1 - c_2^2) \nabla \operatorname{div} U = \partial^2 U/\partial t^2, \quad c_4^2 \nabla^2 \varphi = \partial^2 \varphi/\partial t^2 \qquad (1.1)$$

Перемещения и давления в жидкости выражаются известным образом:

$$\partial U/\partial t = \nabla\varphi, \quad P = -\rho_1 \partial\varphi/\partial t \tag{1.2}$$

(∇ — оператор градиента в полярной системе координат).

Нормальное давление на наружную поверхность цилиндра слагается из некоторого внешнего давления $Q(t, x, \theta)$ и реакции жидкости на нормальное перемещение наружной поверхности $P(t, x, \theta, 1)$, остальные граничные и начальные условия — нулевые.

Искомые функции раскладываются в ряды по θ, и в дальнейшем рассматривается m-ая компонента разложения (m — число волн по окружности). Уравнения и граничные условия определяют дисперсионный оператор в виде определителя шестого порядка:

$$L = \|a_{ik}\|, \quad a_{ik} = \alpha_{ik} R_m(x_{ik}) + \beta_{ik} R_{m+1}(x_{ik}), \quad i, k = 1, \ldots, 6 \tag{1.3}$$

Здесь $R_n = S_n$, если k нечетно и $R_n = T_n$, если k четно. S_n, T_n — цилиндрические функции, вид которых в различных областях плоскости qc дан в табл. 1, значения x_{ik} даны в табл. 2.

Таблица 1

	$0<c<c_2$	$c_2<c<c_1$		$c_1<c<\infty$
	x_{ik}	x_{jk}	x_{lk}	x_{ik}
S_n	I_n	I_n	J_n	J_n
T_n	K_n	K_n	Y_n	Y_n
ε	-1	-1	1	1

($i, k = 1, \ldots, 6$; $j = 1, 2$; $l = 3, \ldots, 6$)

Таблица 2

x_{ik}

$i \backslash k$	1, 2	3, ..., 6
1, 3, 5	n_1	n_2
2, 4, 6	$n_1 r_*$	$n_2 r_*$

Коэффициенты при этих функциях имеют вид

$$\alpha_{i1} = \alpha_{i2} = q^2 + n_2^2 + 2m(m-1)/a^2 + mE/a, \qquad \beta_{i2} = n_1(2/a - E)$$

$$\beta_{i1} = \varepsilon\beta_{i2}, \quad \alpha_{i3} = \alpha_{k5} = 2qn_2, \quad \alpha_{i4} = \alpha_{k4} = \varepsilon\alpha_{i3}$$

$$\beta_{i3} = \beta_{i4} = q[E - 2(m+1)/a], \quad \alpha_{i5} = \alpha_{i6} = ma^{-1}[2(m-1)/a - E]$$

$$\beta_{i6} = -2mn_2/a, \quad \beta_{i5} = \varepsilon\beta_{i6}, \quad 2\alpha_{j5} = 2\alpha_{j6} = \alpha_{j1} = \alpha_{j2} = 2qm/a$$

$$\beta_{j2} = -2qn_1, \quad \beta_{j1} = \varepsilon\beta_{j2}, \quad \alpha_{j3} = mn_2/a, \quad \alpha_{j4} = \varepsilon\alpha_{j3}, \quad \beta_{j3} = \beta_{j4} = n_2^2 + q^2$$

$$\beta_{j5} = \beta_{j6} = 0, \quad \alpha_{k1} = \alpha_{k2} = -2m(m-1)/a, \quad \beta_{k2} = 2mn_1/a, \quad \beta_{k1} = \varepsilon\beta_{k2}$$

$$\beta_{k3} = \beta_{k4} = -2q(m+1)/a, \quad \alpha_{k5} = \alpha_{k6} = -[n_2^2 + 2m(m-1)/a^2]$$

$$\beta_{k6} = -2n_2/a, \quad \beta_{k5} = \varepsilon\beta_{k6}, \quad n_i = (q^2 + p^2/c_i^2)^{1/2}$$

$$(i = 1, 2; \quad j = 3, 4; \quad k = 5, 6)$$

При четных i, j, k $a = r_*$ и $E = 0$, при нечетных — $a = 1$ и

$$E = -c_2^{-2}\rho_1 p^2 [m + n_4 K_{m-1}(n_4)/K_m(n_4)]$$

Решениями дисперсионного уравнения на плоскости qc (при $p=iqc$) являются дисперсионные (фазовые) кривые. Для ряда значений характерных параметров цилиндра и жидкости для некоторых номеров окружных гармоник ($m=0,\ldots,6,10$) был произведен расчет фазовых кривых на ЭЦВМ „М—20" (погрешность счета в пределах 0.5—1.5%). Коэффициент Пуассона принимается равным 0.29.

Действительные решения дисперсионного уравнения существуют в области $c<c_1$, исключая характерную точку $M_0(q=0,\ c=c_3)$ при $m=0$ (c_3 — скорость звука в тонком стержне), в то же время изменение c_4 слабо влияет на положение и форму фазовых кривых, если c не слишком близко к c_1. Поэтому для возможности сопоставления дисперсии в цилиндрах с различными относительными толщинами, а также для упрощения расчетов при построении фазовых кривых принималось $c_4=1$.

Из рассмотрения вида фазовых кривых можно заключить, что характерные точки существуют лишь у кривой первой моды. Высшие моды при конечных q характерных точек не имеют и в дальнейшем не рассматриваются.

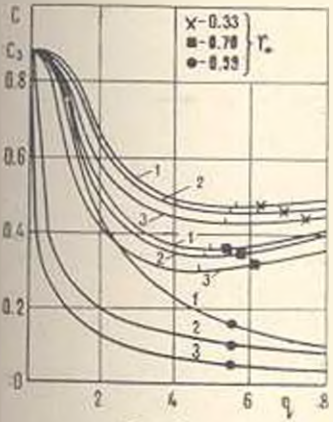
В зависимости от значения m можно рассматривать два случая.

1°. Если $m=0$, качественных отличий в поведении кривых при $\rho_4=0$ и $\rho_4\neq0$ не наблюдается. На положение характерной точки $M_0(0,\ c_3)$ наличие жидкости вообще не оказывает никакого влияния (скорость распространения длинных резонансных волн c_3 не изменяется). При $|q|>0$ наличие жидкости сказывается в снижении фазовых кривых, особенно в интервале длинных волн, и способствует увеличению длины и уменьшению фазовой скорости резонансной волны, соответствующей на плоскости qc координатам характерной точки $M_*(q=q_*,\ c=c_m)$. С ростом r_* или ρ_1 это явление усиливается, причем одновременно расширяется отрезок оси q, содержащий длины волн, распространяющихся почти без дисперсии. На фиг. 1 представлены фазовые кривые первой моды для $r_*=0.33$, 0.7 и 0.99 (в порядке нумерации кривых $\rho_4=0$; 0.1282; 0.5).

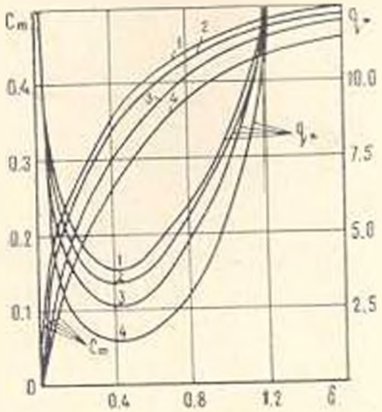
Зависимости c_m и q_* от δ при некоторых значениях ρ_1 представлены на фиг. 2. Кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют значениям $\rho_1=0$; 0.1282; 0.5; 1.

2°. При $m>0$ длинноволнового резонанса нет и в зависимости от r_*, ρ_4 и m в интервале $0<q<q_*$ число характерных точек может меняться от нуля до двух (при $m=1$) или от единицы до трех (при $m>1$). Влияние взаимодействия цилиндра с жидкостью в случае $m>0$ проявляется не только количественно — в снижении фазовых кривых (как в случае 1°), — но и качественно: число характерных точек, если они существуют при данных r_* и m, зависит от ρ_4. Для $m=0$; 1; 2; 3 и $r_*=0.9$ при значениях $\rho_4=0$; 0.1282 кривые первой моды представлены на фиг. 3 (нумерация кривых соответствует значениям m). С ростом ρ_4 растет тенденция к „сглаживанию" кривых. Если при

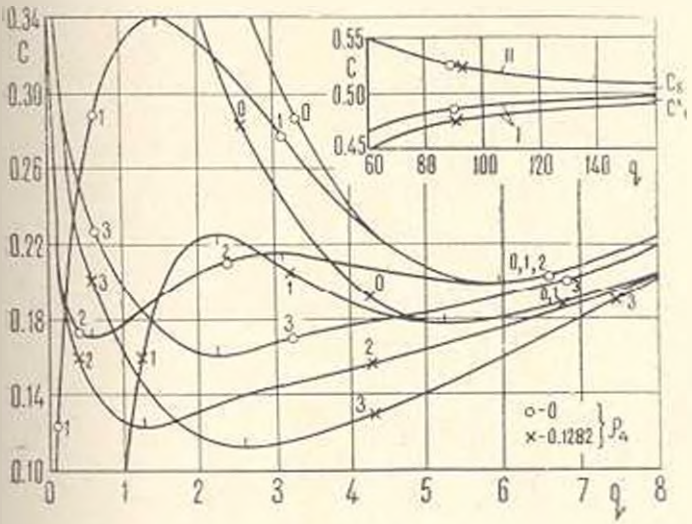
$\rho_4 = 0$ для данных m и r_* характерной точкой являлась точка перегиба, то при любом $\rho_4 > 0$ касательная к кривой в этой точке уже не будет параллельна оси q, точка перегиба перестает быть характерной,



Фиг. 1.



Фиг. 2.



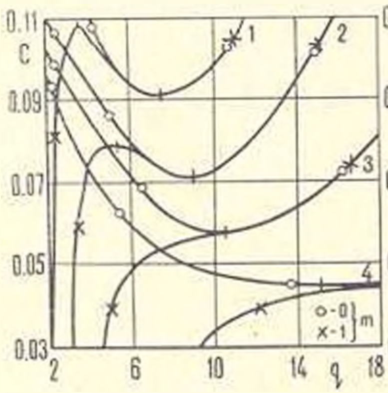
Фиг. 3.

и резонансная скорость, соответствующая случаю $\rho_4 = 0$ (численно равная ординате точки перегиба), „пропадает“. Если же при $\rho_4 = 0$ кривая имела n характерных точек ($n = 2$, если $m = 1$, и $n = 3$, если $m > 1$), то в интервале $0 < \rho_4 < \rho_4^*$ число характерных точек не меняется, однако с ростом ρ_4 от 0 до ρ_4^* кривая „сглаживается“, характерная точка максимума M_1 приближается к точке минимума M_* и при $\rho_4 = \rho_4^*$ сливается с ней, образуя в $M_*(q_*, c_m)$ характерную точку перегиба. Физически это соответствует почти бездисперсионному распространению некоторого пакета волн с длинами, лежащими в увеличивающейся с ростом r_* окрестности λ_* ($\lambda_* = 2\pi/q_*$), и с фазовой скоростью $c \approx c_m$.

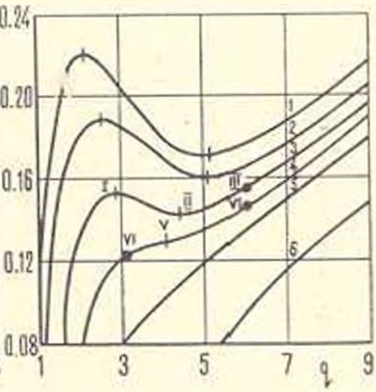
При $\rho_4 > \rho_4^*$ число характерных точек становится равным $n-2$ и не меняется с ростом ρ_4. Это значит, что при $\rho_4 > \rho_4^*$ кривая первой моды характерных точек не имеет (при $m=1$) или имеет только одну характерную точку M_* — минимум (при $m > 1$). Таким образом, увеличение плотности жидкости может уменьшать количество характерных точек, изменяя при этом их вид.

Чем тоньше оболочка, тем сильнее сказывается влияние жидкости на вид фазовых кривых. Для любых m и ρ_4 всегда можно найти значение r_*'' такое, что фазовая кривая при $r_* < r_*''$ имела бы n характерных точек, при $r_* = r_*''$ — $n-1$ характерную точку (так же, как и при $\rho_4 = \rho_4^*$ две соседние характерные точки-минимум и максимум,—сливаясь, образуют одну точку перегиба) и при $r_* > r_*''$ — $n-2$ характерных точек.

На фиг. 4 для $m=0;\ 1$ и при $\rho_4 = 0.1282$ (стальной цилиндр в воде) кривым 1, 2, 3, 4 соответствуют значения $r_* = 0.96$, 0.97, 0.975, 0.98. Здесь $r_*'' = 0.975$. При $r_* < 0.975$ фазовая кривая (при $m=1$) имеет две характерные точки-максимум (M_1) и минимум (M_*), а кривые для $m=0$ и $m=1$ совпадают при $q > q_{01}$, где $q_{01} < q_*$; при $r_* = 0.975$ точки M_1 и M_* сливаются, образуя новую характерную точку (точку перегиба), координаты которой совпадают с координатами точки минимума M_* для $m=0$ и $\rho_4 = 0.1282$, и кривые для $m=0$ и $m=1$ совпадают при $q > q_*$; если $r_* > 0.975$, характерных точек ($m=1$) нет, а кривые совпадают уже при $q > q_*$. При $q = q_{02}$ ($q_{02} > q_*$) фазовые кривые для различных гармоник ($m \leqslant M < \infty$) и одного и того же r_* сливаются в одну, причем с ростом r_* $q_{02} \to q$.



Фиг. 4.

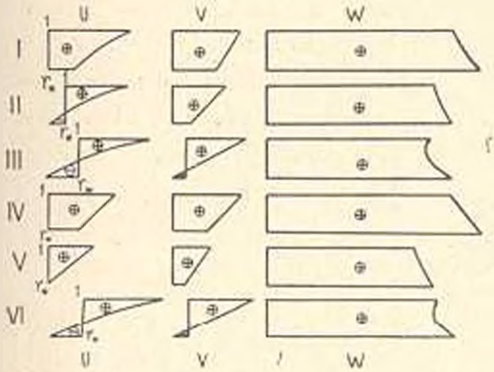


Фиг. 5.

На фиг. 5 представлены фазовые кривые для постоянного $r_* = 0.9$ ($m=1$) и различных значений ρ_4 (в порядке нумерации кривых $\rho_4 = 0$, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.5). Качественно получается тот же результат, что при фиксированном ρ_4 и различных r_*. Если $\rho_4 < \rho_4^* = 0.25$, ществуют две характерные точки M_1 и M_*, при $\rho_4 = 0.25$ одна — M_* ка перегиба), а при $\rho_4 > 0.25$ характерных точек нет.

Таким образом, варьированием ρ_4 при постоянном r_* или, наоборот r_* при постоянном ρ_4 — можно добиться исчезновения характерных точек (а, следовательно, и резонансов) у m-ой окружной гармоники.

Чтобы более полно представить физическую картину волнового процесса, были построены формы собственных колебаний цилиндра в жидкости при различных длинах волн. Расчетными параметрами являлись m, r_*, ρ_4. Выяснилось, что для $q > q_*$ (независимо от m) преобладающими становятся изгибные колебания. Следовательно, резонанс, соответствующий на фазовой плоскости точке M_{*}, можно назвать изгибным. На фиг. 6 представлены эпюры перемещений по толщине цилиндра, соответствующие точкам на фазовой плоскости, обозначенным на фиг. 5 римскими цифрами. Следует указать также на то, что при $q > q_* + \Delta q_*$ (где Δq_* сравнительно невелико и с ростом r_* стремится к нулю) фазовые кривые первой моды для полого цилиндра и изгибная мода толстой плиты для одинаковых r_* и ρ_4 совпадают ($m < M < \infty$).



Фиг. 6.

Расчеты показали, что при $|q| \to \infty$ кривые первой и второй мод имеют своими асимптотами прямые $c = c_R^*$ и $c = c_R$ соответственно (c_R^* всегда меньше c_R и уменьшается с увеличением ρ_4). Таким образом, точки $M_R^* (q = \infty, c = c_R^*)$ и $M_R (q = \infty, c = c_R)$ являются характерными. Они определяют скорости коротких резонансных волн, возникающих на внешней и внутренней поверхностях цилиндра соответственно. К этому факту можно придти аналитически, заменив в дисперсионном операторе L бесселевы функции их асимптотическими выражениями. Тогда L представляет собой произведение двух операторов L_R и L_R^*, где

$$L_R = (q^2 + n_2^2)^2 - 4 n_1 n_2 q^3$$

— оператор волн Релея, который определяет поверхностные волны на внутренней поверхности цилиндра, соответствующие второй моде, а

$$L_R^* = L_R + q^4 \rho_4 c_2^{-2} c^4 n_1/n_2$$

— оператор волн Релея на границе твердого и жидкого полупространств, который определяет поверхностные волны на внешней поверхности цилиндра, соответствующие первой моде. Действительными решениями уравнений $L_R = 0$ и $L_R^{\cdot} = 0$ являются c_R и $c_R^{\cdot}$ соответственно.

При $\rho_1 = 0$ $L = L_R^3$. Это означает, что две первые моды при $|q| \to \infty$ имеют своей асимптотой одну и ту же прямую $c = c_R$.

В верхнем правом углу фиг. 3 показан вид фазовых кривых первой (I) и второй (II) мод в коротковолновой части спектра. Кривые первой моды не зависят от m, а второй — от m и ρ_1. Вторая мода стремится к c_R ($c_R = 0.5$), первая — к c_R ($\rho_1 = 0$) и к $c_R^{\cdot} = 0.492$ (при $\rho_1 = 0.1282$).

§2. Определим рост резонансных волн в полом цилиндре при воздействии на него распространяющейся в жидкости со скоростью c_0 волны давления с фронтом, составляющим с его осью некоторый угол α $(0 < \alpha \leqslant \pi/2)$. Асимптотика роста при $t \to \infty$ ищется с помощью исследования преобразованных по Фурье и Лапласу искомых функций в окрестности „резонансного" луча $x = c^* t$ (c^* — резонансная скорость). Этот метод подробно излагался в работах [5—7].

Обозначим: $(\ )^L$ — преобразование Лапласа по времени t (с параметром p), $(\ )^F$ — преобразование Фурье по продольной координате x (с параметром q), $(\ )^{L_*}$ — преобразование Лапласа по лучу $x = ct$ (с параметром s, $s = p - iqc$). Связь между $(\ )^{L_*}$ и $(\ )^{LF}$ — преобразованиями имеет вид [5, 7]:

$$f^{L_*}(s, c) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f^{LF}(s + iqc, q)\, dq \tag{2.1}$$

где

$$f^{LF}(p, q) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{0}^{\infty} f(t, x)\, e^{-pt + iqx}\, dt\, dx$$

Запишем LF-преобразование любой из искомых функций так:

$$\omega^{LF} = Q^{LF} L_\omega / L \tag{2.2}$$

Здесь Q^{LF} — изображение нагрузки, L_ω — оператор, зависящий от вида искомой функции, L — основной дисперсионный оператор. Внешнюю нагрузку, вызванную волной давления, бегущей вдоль оси цилиндра (со скоростью $c_{01} = c_0 / \sin\alpha$), выразим через функцию Хевисайда

$$Q = \delta_0 (t - |x|/c_{01} - 2|\vartheta|/c_{01}\, \mathrm{tg}\, \alpha)$$

а ее LF-изображение в малой окрестности какой-либо характерной точки $M^*(q^*, c^*)$ после перехода на луч $x = ct$ $(p = s + iqc)$ при $c_{01} = c^*$ и $s \to 0$ получим в виде

$$Q^{LF} \sim A\, [q(s + iqc')]^{-1} \tag{2.3}$$

где $c' = c - c^* \to 0$, $|q - q_*| < \varepsilon$, а величина A зависит от α, q^*, c^* и не зависит от s. (Здесь и ниже при переходе на луч $x = ct$ несущественными членами при $s \to 0$ пренебрегаем).

1°. В случае длинной осесимметричной ($m = v = 0$) резонансной волны ($M^* = M_0$, $c^* = c_{01} = c_3$, $|q| \to 0$) изображение нагрузки при $p = s + iqc$ и $s \to 0$ не зависит от α ($A = c_{01}^{-1}$ — тот же результат, что и при $\alpha = \pi/2$ в работе [6]); операторы L_* ($* = u, w$) имеют тот же вид, что и в [6] ($L_* \sim a_* r q^2$, где a_* — функция параметров цилиндра и не зависит от s), а искомые функции аналогично [6] выражаются через w следующим образом:

$$\partial u(t, x)/\partial t \sim c_3 \partial u(t, x)/\partial x \sim 2r^{-1} c_3 (1 - 2c_2^2)(1 - c_3^2)^{-1} w(t, x)$$

Выражение для L в той же окрестности при $s \to 0$ имеет вид

$$L \sim a_0 q (s + iqc' + iA_1 q^3)$$

где

$$A_1 = a_1 \qquad (\gamma_4 c_4 = 0)$$

$$A_1 = a_2 \gamma_4 \ln |q| \quad (\gamma_4 c_4 \neq 0)$$

$$a_2 = a_3 \quad (c_4 \neq c_3)$$

$$a_2 = a_3/2 \quad (c_4 = c_3)$$

Величины a_0, a_1, a_2 зависят от параметров цилиндра и не зависят от s. Теперь L-преобразование w при $s \to 0$ примет вид

$$w^{L} \sim \frac{A a_w}{2\pi a_0} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{dq}{(s + iqc')(s + iqc' + iA_1 q^3)} \tag{2.4}$$

Переходя в (2.4) под знаком интеграла к оригиналам, распространив интегрирование на всю действительную ось q (это допустимо с точностью до нерастущих членов), после некоторых преобразований, аналогичных проведенным в [6], получим, что длинные осесимметричные резонансные волны растут пропорционально $t^{[illegible]}$ и $(t \ln t)^{[illegible]}$ в области, расширяющейся, как $t^{[illegible]}$ и $(t \ln t)^{[illegible]}$ при наличии и отсутствии жидкости соответственно, и степень роста не зависит от угла падения волны.

2°. Если M^* — характерная точка средневолновой части спектра ($M^* = M_1, M_2, M_3$), то разложение L в ряд Тейлора в малой ее окрестности при $p = s + iqc$, $c' = c - c^* \to 0$; $q' = |q - q^*| \to 0$, $s \to 0$ и если $\gamma_4 c_4 = 0$, может быть представлено, как и в [6], следующим образом:

$$L \sim A_0 [s + i\alpha_n (q')^n + i\beta c'] q \tag{2.5}$$

где α_n, β и A_0 зависят от параметров цилиндра и не зависят от s, а n ($n \geq 2$) — номер первой отличной от нуля производной L по q (членами разложения, порядок малости которых выше, чем s, $(q')^n$, c' пренебрегаем).

Подставив (2.3) и (2.5) в (2.2), получим L_*-изображение (2.1) искомой функции

$$w^{L_*} \sim \operatorname{Re}\left\{ \frac{AL_*}{\pi A_0} \int\limits_0^{\infty} \frac{dq}{(s + iqc^*)\,[s + i\alpha_n (q')^n + i\beta c']} \right\} \tag{2.6}$$

При $s \to 0$ L_* — функция от q^*, c^*, r и параметров цилиндра.

После перехода в (2.6) под знаком интеграла к оригиналам и некоторых преобразований, аналогично [6], можно показать, что при $t \to \infty$ искомые функции растут пропорционально $t^{(n-1)/n}$ в области, расширяющейся как $t^{1/n}$.

Если $\rho_4 c_4 \neq 0$ и внешняя нагрузка вызвана акустической волной, то $c_{01} > c_4 = c_0$, а так как при $c > c_1$ действительные решения уравнения $L = 0$ отсутствуют, резонансные волны, со скоростями $c = c_{01}$, строго говоря, существовать не могут, однако при достаточно малом акустическом сопротивлении ($\rho_4 c_4 \to 0$) могут возникать некоторые „квазирезонансные" эффекты. В малой окрестности характерной при $\rho_4 c_4 = 0$ точки M^* разложение оператора L (L_0 от ρ_4 и c_4 не зависит) можно аналогично (2.5) записать так:

$$L \sim A_0\,[s + i\alpha_n (q')^n + i\beta c' + iB_1\rho_4 c_4]\, q \tag{2.7}$$

где B_1 — функция параметров цилиндра и координат характерной точки, ограниченная по модулю и не зависящая от s. С несущественной погрешностью интегрирование при $\rho_4 c_4 \to 0$, по-прежнему, можно проводить в малой окрестности M^* и аналогично (2.6) получим L_*-изображение искомых функций в виде (интегрирование распространим на всю действительную ось)

$$w^{L_*} \sim \operatorname{Re}\left\{ \frac{AL_*}{\pi A_0} \int\limits_0^{\infty} \frac{dq}{(s + iqc^*)\,[s + i\alpha_n (q')^n + i\beta c' + iB_1 \rho_4 c_4]} \right\} \tag{2.8}$$

Тогда в некотором интервале времени, ограниченном сверху сравнительно большим значением T ($t < T < \infty$), наличие жидкости при $\rho_4 c_4 \to 0$ не оказывает ощутимого влияния на асимптотический рост искомых функций, и последние растут так же, как и в случае $\rho_4 c_4 = 0$, но в дальнейшем, с ростом t ($t > T$, $t \to \infty$) влияние жидкости становится существенным, и при $s \to 0$ и $c' = 0$ L_*-изображение (2.8) принимает вид

$$w^{L_*} \sim \operatorname{Re}\left\{ \frac{A_1 L_*}{\pi s} \int\limits_0^{\infty} \frac{dq'}{\alpha_n (q')^n + B_1 \rho_4 c_4} \right\} \tag{2.9}$$

Здесь $A_1 = -iA/A_0$ ($\operatorname{Im} A_1 = 0$). После подстановки

$$q' = y\,(B_1 \rho_4 c_4 \alpha_n^{-1})^{1/n}$$

и перехода к оригиналу (выражение типа const/s дает после обращения ограниченную величину) можно получить:

$$= -\frac{A_1 L (B \gamma_1 c_1)^{-(n-1)/n}}{\pi \alpha_n^{1/n}} \int_0^\infty \frac{dy}{y^n - 1} = \frac{A_1 L (B \gamma_1 c_1)^{-(n-1)/n}}{\pi n \alpha_n^{1/n} \sin (\pi/n)} \tag{2.10}$$

Отсюда видно, что „квазирезонансная“ волна при $t \to \infty$ и $\gamma_1 c_1 \to 0$ ограничена по амплитуде некоторой величиной, пропорциональной $(\gamma_1 c_1)^{-(n-1)/n}$, причем область (по оси x), в которой при $t < T$ наблюдается рост „квазирезонансной“ волны, при $t > T$ и $t \to \infty$ ограничена относительно большой величиной, пропорциональной $(\gamma_1 c_1)^{-1/n}$.

Если внешняя нагрузка не связана с волной, распространяющейся в жидкости, и $c_4 > c_0$, то при $c_{0l} = c^0$ степень асимптотического роста искомых функций остается той же, что и при $\gamma_1 c_1 = 0$, но величины α_n, β_n и A_n зависят теперь и от γ_1 и c_4.

Степень роста (но не сам рост!) искомых функций при произвольных значениях γ_1 и c_1 не зависит от угла α почти при всех значениях последнего. Если $m > 0$ и $\alpha = \alpha_m^* = \operatorname{arc\,tg} (2q/\pi m)$, m — ая гармоника искомой преобразованной функции (независимо от ее вида) в окрестности характерной точки, при $s - 0$ обращается в нуль. Это означает, что при $\alpha = \alpha_m^*$ асимптотического роста нет и функции ограничены.

В заключение автор считает своим долгом выразить глубокую признательность Л. И. Слепяну за постоянное внимание и ряд ценных замечаний, высказанных им в процессе выполнения и обсуждения настоящей работы.

Институт гидродинамики
Сибирского отделения
АН СССР

Поступила 30 V 1968

Մ. Վ. ԱՅԶԵՆԲԵՐԳ

ՍՆԱՄԵՋ ԳԼԱՆՈՒՄ ՌԵԶՈՆԱՆՍԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՎՐԱ ԱՐՏԱՔԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ամփոփում

Դիտարկված է առաձգական ալիքների տարածման ոչ-ստացիոնար խնդիրը սնամեջ գլանում, որը խորասուզված է անսեղմելի իդեալական հեղուկում և ենթարկված է՝ գլանի առանցքի նկատմամբ $\alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ անկյան տակ ընկնող, ճնշման ալիքի ազդեցությանը։

1. Ստացված են ռեզոնանսային ալիքների արագությունների և երկարությունների արժեքները։

2. Լուսաբանված է հեղուկի առկայության ազդեցությունը փուլային կորերի և բնորոշիչ կետերի դիրքի ու տեսքի վրա։

3. Որոշված է ռեզոնանսային ալիքների աճման տեմպը. երբ $t \to \infty$ (t—ժամանակն է) ստացված են համապատասխան ասիմպտոտային բանաձևեր։

M. V. AYZENBERG

THE INFLUENCE OF THE EXTERNAL SURROUNDING ON THE RESONANT WAVES IN A HOLLOW CYLINDER

Summary

The nonstationary problem on the propagation of elastic waves in a hollow cylinder is studied. The cylinder is immersed into an ideal compressible fluid and is under the action of a compressional wave, falling on the cylinder by some angle α in respect to its axis.

1. The values of velocities and lengths of resonant waves are obtained.

2. The influence of fluid on the shape of dispersional curves and on the position of characteristic points is ascertained.

3. The degree of increase of resonant waves is found when $t \to \infty$ and respectively limit formulas are obtained.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Mirsky I., Hermann G.* Axially symmetric motions of thick cylindrical shells. J. Appl. Mech., v. 25, No. 1, 1958.
2. *Gazis D.* Three-dimensional investigation of the propagation of waves in hollow cylinders. Part I, part II. J. Acoust. Soc. Amer., v. 31, No. 5, 1959.
3. *Greenspon J.* Flexural vibrations of a thick walled circular cylinder. Proc. 3rd U. S. Nat. Congr. Appl. Mech., 1958.
4. *Greenspon J.* Axially symmetric vibrations of a thick cylindrical shell in a acoustical medium. J. Acoust. Soc. Amer., v. 32, No. 8, 1960.
5. *Слепян Л. И.* Переходные процессы в упругом слое, окруженном сжимаемой жидкостью. Сб. „Переходные процессы деформации оболочек и пластин". Изд. АН Эст.ССР, Таллин, 1967.
6. *Айзенберг М. В., Слепян Л. И.* Резонансные волны в полом цилиндре, погруженном в сжимаемую жидкость. Сб. „Переходные процессы деформации оболочек и пластин". Изд. АН Эст.ССР, Таллин, 1967.
7. *Слепян Л. И.* Резонансные явления в пластинах и оболочках при бегущей нагрузке. Сб. „Труды 6-ой Всес. конф. по теор. обол. и пластинок". Изд. „Наука", 1966.