20.310.640.6002.9450149304666674.040.960740.9640.964 ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկա

XXI, № 4, 1968

Механные

г. з. микаелян

УСТОЙЧИВОСТЬ СЛОИСТЫХ ОРТОТРОПНЫХ ШИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ НАГРУЗОК

Среди многочисленных исследований устойчивости упругих оболочек все чаще истречаются задачи, в которых начальное напряженное состояние оболочки считается моментным [1-5]. Эти исследования проводятся на основе уравнений, полученных в монографиях [6, 7] с учетом гипотезы Кирхгоффа-Лява. Вывод аналогичных уравнений с учетом сдвига в срединной поверхности оболочки приводится в работе В. М. Даревского [8].

В настоящей статье рассматривается устойчиность несимметрично собранной ортотропной замкнутой цилиндрической оболочки под действием равномерно распределенного внешнего давления и нецентрального* осевого сжатия. Предполагается, что докритическое состояние оболочки является осесимметричным и моментным.

1. Пусть круговая цилиндрическая оболочка составлена из слоев, материалы которых ортотропны. Рассмотрим такую оболочку в системе криволинейных ортогональных координат 2, 3, 7 (фиг. 1).



Фиг. 1.

Предположим, что плоскости упругой симметрии материала каждого слоя перпендикулярны к координатным линиям «, 3, ... Будем считать, что для всего пакета упругой оболочки в целом справедлива гипотеза недеформируемых нормалей.

Допустим. что оболочка нагружена симметрично относительно оси и ее осесимметричное напряженное состояние является моментным.

Имеем следующие уравнения равновесия и устойчивости оболочки [9-11]:

В отличие от общепринятой схемы центрального осевого сжатия, считается, что сжимающие усилия приложены в торцам оболочки впецентреняю по отношению в толщине стеняи.

$$L(a_j) \varphi - L(a_k) w = -\frac{1}{2} L(w, w) - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial a^2}$$
(1.1)

$$L(b_{j})w - L(a_{k}) = L(w, \tau) + \frac{1}{R} \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial x^{2}} - q$$

$$L(a_{k}) \dot{a} = -\frac{1}{2} L(\dot{a}w, \dot{a}w) - L(\dot{a}w, w) - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial a^{2}}$$

$$(1.2)$$

$$L(b_{k}) \dot{a}w - L(a_{k}) \dot{a} = L(\dot{a}w, \dot{a}\varphi) + L(\dot{a}w, \varphi) + L(\dot{a}\varphi, w) - \frac{1}{R} \frac{\partial^{2}(\dot{a}\varphi)}{\partial a^{2}}$$

Здесь w — нормальное перемещение, э — фупкция напряжений, w и и - соответствующие вариации

$$\begin{split} \mathcal{L}(a_{j}) &= a_{1} \frac{\partial}{\partial a^{1}} + a_{2} \frac{\partial}{\partial a^{2}} + a_{3} \frac{\partial^{1}}{\partial b^{2}} \\ \mathcal{L}(a_{k}) &= a_{3} \frac{\partial^{3}}{\partial a^{3}} + a_{5} \frac{\partial^{4}}{\partial a^{2} \partial b^{2}} + a_{8} \frac{\partial^{4}}{\partial b^{4}} \\ \mathcal{L}(a_{k}) &= a_{3} \frac{\partial^{2}x}{\partial a^{2}} \frac{\partial^{2}y}{\partial b^{2}} + \frac{\partial^{2}x}{\partial b^{2}} \frac{\partial^{2}y}{\partial a^{2}} - 2 \frac{\partial}{\partial a \partial \beta} \frac{\partial}{\partial a \partial \beta} \\ \mathcal{L}(x, y) &= \frac{\partial^{2}x}{\partial a^{2}} \frac{\partial}{\partial b^{2}} + \frac{\partial^{2}x}{\partial b^{2}} \frac{\partial^{2}y}{\partial a^{2}} - 2 \frac{\partial}{\partial a \partial \beta} \frac{\partial}{\partial a \partial \beta} \\ a_{1} &= \frac{C_{11}}{2} \\ a_{1} &= \frac{C_{11}}{2} \\ a_{2} &= \frac{1}{2} \left(K_{12}C_{11} - K_{11}C_{12} \right), \quad \Omega = C_{11}C_{24} - C_{12}^{2} \\ a_{5} &= \frac{1}{2} \left(K_{12}C_{22} - 2K_{12}C_{12} + K_{22}C_{11} \right) - 2 \frac{K_{24}}{C_{46}} \\ a_{4} &= \frac{1}{2} \left(K_{12}C_{22} - K_{22}C_{12} \right) \end{split}$$

$$b_{1} = D_{11} - D_{11} - D_{11} - \frac{1}{\Omega} (K_{11} C_{22} - 2K_{11} K_{12} C_{12} - K_{11} C_{11})$$

$$b_{2} = 2 \left\{ D_{12} - \frac{1}{\Omega} [K_{11} K_{12} C_{22} - (K_{11} K_{22} + K_{12}) C_{12} + K_{22} K_{12} C_{11}] + 2 [D_{66} - \frac{K_{12}}{C_{12}}] \right\}$$

$$b_{1} = D_{22} - \frac{1}{\Omega} (K_{22} C_{11} - 2K_{22} K_{12} C_{12} + K_{12}^{2} C_{22})$$

гле

Ь

4 Изисстия АН АрмССР, механика, № 4

$$C_{ik} = \sum_{i=1}^{n} B_{ik}^{i} (\delta_{i} - \delta_{i-1})$$

$$K_{ik} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} B_{ik}^{i} [(\delta_{i}^{2} - \delta_{i-1}^{2}) - 2\Delta (\delta_{i} - \delta_{i-1})]$$

$$D_{ik} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{n} B_{ik}^{i} [(\delta_{i}^{2} - \delta_{i-1}^{2}) - 3\Delta (\delta_{i}^{2} - \delta_{i-1}^{2}) + 3\Delta^{2} (\delta_{i} - \delta_{i-1})]$$

б_i расстояние впутренней поверхности *i*-го слоя от внешней поверхности оболочки.

$$B_{11}^{i} = \frac{E_{1}^{i}}{1 - v_{1}^{i} v_{2}^{i}}, \qquad B_{22}^{i} = \frac{E_{2}^{i}}{1 - v_{1}^{i} v_{2}^{i}}, \qquad B_{23}^{i} = G_{12}^{i}$$
$$B_{11}^{i} = v_{1}^{i} B_{22}^{i} - v_{2}^{i} B_{11}^{i}$$

В рассматринаемом случае соответствующие (1.1) линейные уравнения, характеризующие начальное напряженное состояние, приводятся к одному обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\left(b_{1} + \frac{a_{1}}{a_{1}}\right)\frac{d^{2}w}{da^{4}} + \frac{2a_{1}}{a_{1}\bar{K}}\frac{d^{2}w}{da^{2}} + \frac{w}{a_{1}\bar{R}^{2}} = \frac{A_{12}}{a_{1}\bar{R}}P + q \qquad (1.3)$$

где P — интенсивность равномерного осевого сжатия, $A_{12} = -\frac{C_{11}}{2}$.

Из (1.2) получаются следующие уравнения устойчивости осесимметричной ранновесной формы оболочки:

$$L(a_{j})\delta z + L(a_{k})\delta w = -L(\delta w, w) - \frac{1}{K} \frac{\partial^{2}(\delta w)}{\partial x^{2}}$$

$$L(b_{j})\delta w - L(a_{k})\delta z = L(\delta w, z) + L(\delta z, w) - \frac{1}{K} \frac{\partial^{2}(\delta z)}{\partial z^{2}}$$
(1.4)

К уравнениям (1.3), (1.4) соответственно будем присоединять граничные условия

$$M_1 = 0, \quad w = 0 \quad \text{при} \quad z = 0, \quad z = l \quad (1.5)$$

$$\delta M_1 = \delta T_1 = \delta w = 0$$
 при $a = 0$, $a = l$ (1.6)

которые отвечают свободному шарнирному опиралию оболочки по торневым линиям a = 0, a = l цилиндрической координатной поверхности ридиуса R (фиг. 1).

2. Рассмотрим докритическое напряженное состояние оболочки. Решая уравнение (1.3), с учетом (1.5), получим

$$\frac{C_1 e^{p^2} \cos \theta z}{c_1 e^{p^2} \cos \theta z} = \frac{C_2 e^{-z^2} \cos \theta z}{c_2 e^{-z^2} \sin \theta z} + \frac{C_4 e^{-z} \sin \theta z}{c_4 e^{-z^2} \sin \theta z} + \frac{RA_1 P}{c_4 e^{-z^2} \sin \theta z$$

Злесь

$$C_{i} = \frac{\frac{1}{12R}}{\frac{1}{2R}} \frac{1}{\frac{1}{a_{1}b_{1} + a_{1}^{2}} - a_{4}}{\frac{1}{a_{1}b_{1} + a_{1}}} \frac{1}{\frac{1}{a_{1}b_{1} - a_{4}} - a_{4}}{\frac{1}{a_{1}b_{1} + a_{1}^{2}}}$$

$$C_{i} = \frac{K_{i}(A_{12i} - a_{1i})P - K_{i}(a_{1i}, a_{4})Rq}{\Delta_{0}}$$

 $K_1(x, y) = 4p \lim_0 \{(y - xRm^*) (\cos \vartheta l - ch \wp l) \sin \vartheta l + 2xR\wp \vartheta m_0 [\cos \vartheta l \operatorname{sh} \wp l + e^{-\beta} (\sin^2 \vartheta l \operatorname{ch} \wp l - \cos^2 \vartheta l \operatorname{sh} \wp l)]\}$ $K_1(x, y) = -4p \vartheta m_0 \{(y - xRm^*) (\cos \vartheta l - ch \wp l) \sin \vartheta l - ch \wp l\}$

 $+ 2xR\phi m_0 [\cos \vartheta l \sin \varphi l - e^{-l} (\sin^2 \vartheta l \cosh \varphi l - \cos^2 \vartheta l \sin \varphi l)] \}$ $K_3(x, y) = 4\varphi \vartheta m_0 [(y - xRm^*) [\cos \vartheta l \sin \varphi l + e^{-\rho l} (\sin^2 \vartheta l \cosh \varphi l - \cos^2 \vartheta l \sin \varphi l)] + 2xR\rho \vartheta m_0 \sin \vartheta l [\cosh \varphi l - e^{-\rho l} \cos \vartheta l (\sin \varphi l - \cosh \varphi l)] \}$ $K_4(x, y) = 4\varphi \vartheta m_0 \{(y - xRm^*) [\cos \vartheta l \sin \varphi l - e^{-l} (\sin^2 \vartheta l \cosh \varphi l + \cosh \varphi l)] \}$ $+ \cos^2 \vartheta l \sin \varphi l] + 2xR\varphi \vartheta m_0 \sin \vartheta l [\cosh \varphi l - e^{-l} \cos \vartheta l (\sin \varphi l - \cosh \varphi l)] \}$ $\Delta_0 = -16 (\varphi \vartheta m_0)^2 (\sin^2 \vartheta l \cosh^2 \varphi l + \cos^2 \vartheta l \sin^2 \varphi l)$

$$m_0 = b_1 \pm \frac{a_1}{a_1}, \quad m^* = m_0 (p^2 - 0^2) \pm \frac{a_4}{a_1 \kappa}$$

Усилие в координатной поверхности по напраилению 3 определяется по формуле

$$T_2 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} = -\left(\frac{a_4}{a_1}\frac{d^2 w}{d\alpha^2} + \frac{w}{a_1 R} - \frac{A_{12}}{a_1}P\right)$$
(2.2)

3. Переходим к рассмотрению уравнений устойчилости (1.4). Принимая

$$\hat{\delta}_{\alpha} = A \sin i \alpha \sin \mu \beta$$

$$\hat{\delta}_{\alpha} = B \sin i \alpha \sin \mu \beta$$

$$\hat{\delta}_{\alpha} = \frac{\pi m}{l}, \quad \mu = \frac{n}{R}$$

$$(3.1)$$

уловлетворим всем граничным условиям (1.6).

Полставляя выражения (2.1), (2.2), (3.1) в уравшения (1.4) и пользуясь вариационным методом Бубнова-Галеркина, приходим к однородной системе алгебраических уравнений относительно параметров А и В. Приранницая нулю определитель этой системы, получим "критическую" зависимость между компонентами нагрузки в виде

$$\Phi = \left(\Phi(a_{1}) - \frac{1}{\kappa}\right)^{*} - \Phi(a_{1}) \Phi(b_{j}) = \left(\Phi(a_{j}) i^{*} + F_{*}(A_{1}, d_{1})\right) P_{*} + \left(\Phi(a_{j}) i^{*} + F_{*}(a_{1}, a_{1})\right) Rq_{*}$$
(3.2)

где $\Phi(a_j), \Phi(a_k), \Phi(b_j)$ — квадратичные формы от переменных k^2, μ^2 с козффициентами соответственно

$$a_{1i} - \frac{a_{2i}}{2}, \quad a_{2i} = \frac{a_{3i}}{2}, \quad a_{6i}, \quad b_{1i}, \quad \frac{b_{2i}}{2}, \quad b_{2i}$$

$$F_{\pi}(x, y) = \frac{y}{l} \left[F_{1}(x, y) \right] \left[2 \left(\phi(a_{1}) - \frac{x}{k} \right) + \frac{a_{4i}}{a_{1i}} \phi(a_{j}) \right] + \frac{4y(a_{j})}{a_{4i}k} \sum_{i=1}^{4} K_{i}(x, y) K_{i} \right]$$

$$F_{1}(x, y) = \frac{1}{\lambda_{0}} \left[K_{1}(x, y) K(R_{1i} - R_{2}) + K_{2}(x, y) K(R_{2i}, R_{3}) + K_{3}(x, y) K(R_{1i}, R_{1}) + K_{4i}(x, y) K(R_{1i} - R_{2}) \right] \\ K(u, v) = (p^{2} - \theta^{2}) u + 2p(v)$$

$$R_{i} = Q_{i}(\theta) - \frac{1}{2} Q_{i}(\theta - 2i) - \frac{1}{2} Q_{i}(u - 2i)$$

$$Q_{1}(z) = \frac{1}{2^{2} - z^{2}} \left[(p \sin zl - p \cos zl) e^{-it} + p \right]$$

$$Q_{4}(z) = \frac{1}{2^{2} + z^{2}} \left[(p \sin zl - z \cos zl) e^{-it} + p \right]$$

$$Q_{4}(z) = \frac{1}{2^{2} + z^{2}} \left[(z \sin zl - z \cos zl) e^{-it} + z \right]$$

Соотношению (3.2) можно придать удобный вид

$$\frac{P_{a}}{P^{a}} + \frac{q_{a}}{q^{*}} = 1$$
 (3.3)

где P° и — нерхние критические значения нагрузок P и q при отдельном их приложении. Из (3.2) имеем

$$P^{*} = \frac{1}{1 + k_{*}} P_{\phi_{1}} P_{\phi_{2}} - \frac{\Phi}{P \Phi(\alpha_{*})}, \quad k_{*} = \frac{F_{\alpha}(A_{12}, d_{11})}{P \Phi(\alpha_{*})}$$
(3.4)

$$q^{a} = \frac{1}{1 + k_{q}} q_{a} \qquad -\frac{1}{R_{1} \Phi(a_{1})} \qquad k = \frac{1 a_{1}, a_{1}}{\mu^{2} \Phi(a_{1})} \qquad (3.5)$$

Здесь *P*₆ и *q*₀ — критические значения осевого сжатия и равномерного внешнего давления в предположении безмоментности начальвого напряженного состояния оболочки.

4. Исследуем илияние докритической деформации на величину критической нагрузки.

Рассмотрим в отдельности случаи продольного сжатия и равномерного внешнего давления.

а) Продольное сжатие

$$h = \frac{P^*}{P_6} = \frac{1}{1 + k_p} \tag{4.1}$$

В случае слоистой ортотропной оболочки выражение безразмерного коэффициента имеет неудобный вид для исследования. Для слоистой изотропной оболочки с общим коэффициентом Пуассона слоев после некоторых упрощений получим

$$k_{p} = \frac{2r^{2}}{\pi m} \frac{z}{1+4z^{4}} \left\{ -\gamma \left[-2z^{4} + (2\theta + 1)z^{2} + \theta \right] + \frac{K}{C} \right] \sqrt{\frac{C(1-\gamma^{2})}{D-D^{2}}} \left[8r^{4} + 2(\theta + 2)z^{2} - \theta \right] \right\}$$
(4.2)

где $r = \frac{\mu}{h} = \frac{l_2}{l_3}$ - отношение длин полуноли идоль координатных линий 2 и 3.

$$b = \frac{4}{(1+r^2)^2}, \quad a = \frac{\lambda}{p} = \frac{\pi m}{1+2R/l} \left| \sqrt{\frac{C(1-r^2)}{D-D}} \right|^{4/l}$$

Как видно из (4.1) и (4.2), отклонение *P** от соответствующего .безмоментного" значения *P*^{*} зависит от места приложения нагрузки и размеров оболочки, характера се слоистости, коэффициента Пуассона, а также характера волнообразования при потере устойчивости.

С увеличением числа полуволи в осевом направлении указанное отклонение убывает.

Отношение $\frac{K}{C}$ зависит от места приложения нагрузки.

При

$$0 \leqslant \Delta \leqslant h$$
$$\Delta' \gg \frac{K}{C} > \Delta' - h$$

гле Δ' — значение Δ_1 при котором жесткость K = 0.

С возрастанием $\frac{K}{C}$ критическая нагрузка P^* все более отличается от P_{6} .

В качестве примера вычислим для следующей двухслойной изотропной оболочки. Пусть наружный слой изготовлен из дюраля

$$E_1 = 0.75 \cdot 10^6 \ \kappa i \ c m^2$$
, $h_1 = 0.28 \ c m$, $v_1 = 0.25$

а внутренний из капропа

 $E_{c} = 10^{1} \ \kappa_{1} \ c_{M}, \qquad h = 0.56 \ c_{M}, \qquad v_{c} = 0.25$ $R = 32.275 \ c_{M}, \qquad l = 40 \ c_{M}, \qquad m \ r = 1$

Примем При

$$\Delta = h_1 - h_2, \quad \frac{K}{C} \mid / \frac{C(1 - \sqrt{2})}{D - D^*} = -6.219233$$

$$z = 0.21, \quad k_p = 0.55645, \quad P^* = 0.64248P_6^*$$

Из (4.2) следует, что при $\Delta = \Delta'$

$$k_{1} = \frac{2}{-m} \frac{z}{1-4z} \left[-v \left[-2z^{1} + (2y-1)z^{2} + y \right] \right]$$

В этом случае нагружения изгиб образующих оболочки в докритической стадии происходит вследствие эффекта Пуассона. Вычисления показывают, что влияние эффекта поперечного расширения при граничных условиях where we are сколько-нибудь заметно сказывается только при рассмотрении устойчивости весьма коротких тонких оболочек.

Например, когда
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{4}, \frac{1}{R} = \frac{1}{250}, v = 0.25,$$

 $r = m = 1, P^* = 1.135 P_0.$

В частном случае однослойной изотропной оболочки поправочный коэффициент kp имеет вид

$$k_{\mu} = \frac{2r^{\mu}}{\pi m} \frac{z}{1+4z^{4}} \left[-v \left[-2z^{4} + (2\theta+1)z^{2} + \theta \right] + \frac{K}{C} \frac{2\sqrt{3(1-v^{2})}}{h} \left[8z^{4} - 2(\theta+2)z^{2} - \theta \right] \right]$$

Здесь

$$\varepsilon = \frac{h}{2} = \frac{\pi m}{3(1-2)} \left[\frac{R}{l} \right] \left(\frac{h}{l} \right]$$

На фиг. 2 и 3 представлены кривые (с) при $\Delta = 0$ и $\Delta = h$; принято r 1, v 0.25. Вычисления были также приведены для значений отношения $\frac{1}{l_3} = 0.25, 0.5, 0.75$ и 1.25. Оказывается. что $(m_p)_{max} = 1.285$ при $\Delta = 0, r = 0.75, z = 0.28;$ 0.884 при $\Delta = h, r = 0.75, z = 0.23.$

б) Равномерное внешнее даяление

$$w_{ij} = \frac{q^{ij}}{q^{ij}_{jj}} = \frac{1}{1 + k_{ij}}$$

Можно считать, что в этой задаче по характеру влияния моментности начального напряженного состояния на величину критического двиления слоистая ортотропная оболочка мало отличается от соответстнующей однослояной изотропной оболочки. Поэтому здесь будем рассматринать результаты по влиянию начального напряженного состояния на величину критической нагрузки для однослойной изотропной оболочки.



Из (3.5) для этого случая получим

$$k_q = \frac{2}{\pi} \frac{\varepsilon}{1 + 4\varepsilon^{\epsilon}} \left[-2\varepsilon^{\epsilon} + (2\theta + 1)\varepsilon^{2} + \theta \right]$$

где в силу m = 1

$$1 = \frac{\pi}{sl} = \frac{\pi}{\sqrt{3(1-s)}} \sqrt{\frac{R}{l}} \sqrt{\frac{h}{l}}, \quad r = \frac{l}{l_s}$$

На фиг. 4 показана серия кривых ω_u (з) для значений r, лежащих в пределах $0.25 \leqslant r \leqslant 3.0$ (v = 0.25).

Как видно из фиг. 4, докритические деформации отрицательно влияют на устойчиность оболочки. При уменьшении *г* отклонение *q*^{*} от "безмоментного" значения *q*, становится более существенным (особенно, когда рассматривается устойчивость оболочек короткой и сред-

пей длины). С уменьшением г минимум зависимости (E) сдвигается в сторону больших E.



Фяг. 4.

Korgar = 3, $m_q(z)_{min} = 0.954$ при z = 0.5Korgar = 0.25, $m_s(z)_{min} = 0.385$ при z = 0.7

Заметим, что график на фиг. 4 охнатывает весь диапазон значений так как даже для весьма коротких тонких оболочек $N = -\frac{1}{R}$ Например, при $\frac{1}{R} = \frac{1}{4}$, $\frac{h}{R} = \frac{1}{250}$, $\gamma = 0.25$. $\gamma = 5.06$.

Ленинаканский филиал Ереванского полителинческого института им. К. Маркса

Поступила 29 11 1968

2. 9. ILI-PRESELSUL

ՇԵՐՏԱՎՈՐ ՈՐԹՈՏՔՈՊ ԴԼԱՆԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԻՆԵՐԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ ԱՌԱՆՑՔԱՍԻՐԵՏՐԻԿ ՔԵՌԵՐԻ ԱԶԳԵՑՈՒԹՅԱՆ ԳԵՊՔՈՒՄ

Ամփոփում

Հողվածում դիտվում է՝ ոլ սիմետրիկ Հավարված, օրքեսարոպ դլածային Թաղանքի կայունությունը Հավասարաչափ բաշխված արտաքին ճնչման և արտակենտրոն առանցբային սեղմման դեպբում։ Թաղանքի մինչկրիտիկական լարվածային վիՀակն ընդունվում է մոմենտային և առանցբասիմետրիկ։

ննքաղրվում է, որ կայունության կորուստի հետևանթով առաջանում են մանը ալիքներ առանցքային և շրջանային ուղղուքյուններով։ Նորմալ տեղափոխման և լարումների ֆունկցիայի վարիացիաները ներկալացվում են սինուսների արտադրլալի տեսքով և որոշվում է բևոի վերին կրիտիկական արժերը։ Այնուհետև, առանցքային սեղմման և արտաքին ճնշման դեպթերը ջննարկվում են առանձին. առանձին։

G. Z. MICKAELIAN

STABILITY OF MULTILAYER ORTHOTROPIC CIRCULAR CYLINDRICAL SHELLS UNDER THE ACTION OF EXISYMMETRICAL LOADINGS

Summary

In this paper the problem of stability of initial momental equilibirum state of the shell under the action of axisymmetrical loadings is considered.

ЛИТЕРАТУРА

- Бурмистров Е. Ф., Мельниченко А. А. Устойчивость конструктивно ортотропной цилиндрической памеля при действия сдвигающих и нормаленых сил и впутроинего даваемия. Теории пластив и оболочея (Труды IV Всесоюзной конферепции по теории оболочея и пластия). Ереван, 1964.
- Stuhlman C., De Luzin A., Almroth B. Influence of stiffener eccentricity and end moment on stability of cylinders in compression. "AIAA Journal", 4, Nº 5, 1966.
- 3. Микараян Г. З. Устойчивость милогослойной орхотратном кругоной цилиндрической оболочии. Изв. АН АрмССР, Механика, т. XIX, № 5, 1966.
- Томащенский В. Т. О методе исследования устойчивости анизотронных круговых цилиндров при произвольных красных условиях. Прикл. механ., З. № 1, 1967.
- Шкутин Л. И. Ваняние докрытических деформацый на устойчивость продольно сжатой цилиндрической оболочки. Пряка. механ., З. № 1, 1967.
- 6. Новожилов В. В. Основы нелинейной теории упругости. Гостехиздат, Л.-М., 1948.
- 7. Муштори Х. М., Голимов К. З. Нелинейная теория упругих оболочек. Таткингомядат, Казань, 1957
- Даревский В. М.: Нединенные ураввения теории оболочек и их линеаризации в задачах устойчивости. Материалы в VI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. Баку, 1966.
- 9. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных оболочек. Физматсиз, М., 1961.
- 10. Вольмир А. С. Устойчивость упругих систем. Физиатгиз, М., 1963.
- 11. Гнуни В. Ц. О границах динамической неустойчиности оболочен. Труды конференции по теории пластии и оболочен, Качань, 1961.