

Բ. Մ. ԿՐԱԿՕՅԱՆ

ОБ ОДНОЙ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ УСЕЧЕННО-КОНИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ВРАЩЕНИЯ

В рамках безмоментной теории оболочек [1] рассматривается задача о квазистатическом равновесии усеченно-конической замкнутой оболочки вращения при одном режиме сложного нагружения. После выяснения вопроса о разгрузке и повторном нагружении, на основании теории течения [2] дается точное решение задачи для определенного промежутка времени. Приведен численный пример.

1. Исходные уравнения и соотношения

Рассмотрим усеченно-коническую замкнутую оболочку вращения постоянной толщины h . Положение какого-либо параллельного круга срединной поверхности оболочки будем определять длиной отрезка по образующей s , отсчитываемой от некоторого параллельного круга $s_0 = 0$.

Пусть рассматриваемая оболочка свободна от поверхностных нагрузок ($X = Y = Z = 0$), один край ее ($s_1 = 0$) зашпелен, а на другом ($s_1 = l$) действует растягивающее вдоль образующих равномерно-распределенное напряжение q , линейно возрастающее со временем. Будем считать, что напряжение q растет от нуля до некоторого значения, при котором в оболочке существует область упруго-пластических деформаций, после чего зашпеленный край ($s_1 = l$) и начинает действовать равномерное внутреннее давление p , опять линейно возрастающее со временем. При этом будем принимать, что растягивающее напряжение q и внутреннее давление p настолько медленно изменяются со временем, что влиянием инерционных членов можно пренебречь.

Для краткости задачу о квазистатическом равновесии рассматриваемой оболочки до приложения внутреннего давления p назовем задачей упруго-пластического растяжения, а после его приложения — задачей с внутренним давлением.

Будем исходить из безмоментной теории оболочек [1], при этом принимая за физические соотношения уравнения теории течения упрочняющегося материала [2].

В случае двухосного напряженного состояния эти уравнения имеют вид:

при нагружении ($dT > 0$)

$$dz_1 = \frac{1}{E} (dz_1 - \nu dz_2) - \frac{1}{3} F(T) (2z_1 - z_2) dT$$

$$dz_2 = \frac{1}{E} (dz_2 - \nu dz_1) - \frac{1}{3} F(T) (2z_2 - z_1) dT$$

(1.1)

при разгрузке и нейтральных изменениях напряженного состояния ($dT = 0$)

$$dz_2 = \frac{1}{E} (dz_1 - \nu dz_2)$$

(1.2)

$$dz_1 = \frac{1}{E} (dz_2 - \nu dz_1)$$

Здесь dz_1 , dz_2 и dz_1 , dz_2 — приращения компонент деформации и напряжения вдоль образующих и кольцевых окружностей срединной поверхности оболочки, E и ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала, T — интенсивность касательных напряжений

$$T = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{z_1^2 - z_1 z_2 + z_2^2}$$

(1.3)

Для простоты ограничимся случаем линейного упрочнения материала

$$F(T) = F_0 T$$

(1.4)

(F_0 — постоянная, определяемая из опытов).

Из геометрических соотношений, в случае защемления края $s = 0$, для перемещения вдоль образующих u и прогиба оболочки w имеем [1]

$$u = \int_0^s u_1 ds, \quad w = \frac{r}{\cos \theta} z_2 - u \operatorname{tg} \theta$$

(1.5)

Здесь θ — угол между образующей конуса и ее осью, $r = r_0 - s \sin \theta$ — расстояние точек срединной поверхности до оси оболочки.

Напряжения по образующим z_1 и кольцевым окружностям z_2 определяются из интегралов статических уравнений безмоментной теории оболочек по формулам [1]

$$z_1 = \frac{1}{rh \cos \theta} \left| \int_0^s r (X \cos \theta - Z \sin \theta) ds - C \right|$$

(1.6)

$$z_2 = \frac{r}{h \cos \theta} Z$$

Так как внешние воздействия на оболочку в нашем случае изменяются со временем, то фигурирующая в формуле (1.6) неизвестная величина интегрирования C будет функцией времени.

2. Задача упруго-пластического растяжения оболочки

Условия задачи в данном случае таковы:

$$\begin{aligned} X = Y = Z = 0 \\ u(0, t) = 0, \quad z_1(l, t) = q_0 t, \quad q_0 = \text{const}, \quad 0 < t < t_1 \end{aligned} \quad (2.1)$$

С учетом (2.1) из (1.6) для напряжений получим

$$z_1(s, t) = \frac{C(t)}{hr \cos \theta}, \quad z_2(s, t) = 0 \quad (2.2)$$

где

$$C(t) = q_0 h r_1 t \cos \theta, \quad (r_1 = r(l)) \quad (2.3)$$

Следовательно,

$$z_1(s, t) = q_0 \frac{r_1}{r(s)} t, \quad T = \frac{1}{\sqrt{3}} q_0 \frac{r_1}{r(s)} t \quad (2.4)$$

Так как интенсивность касательных напряжений T — монотонно возрастающая функция от s , то область упруго-пластических деформаций начнется с конца оболочки $s_1 = l$ и с течением времени распространится в сторону другого конца $s_0 = 0$.

Граница упругой и упруго-пластической областей $s_n(t)$ в произвольный момент времени t определится из условия

$$T(s_n, t) = T_n \quad (2.5)$$

(T_n — значение интенсивности касательных напряжений, соответствующее пределу упругости материала) и имеет вид

$$s_n(t) = \frac{1}{\sin \theta} \left(r_0 - \frac{r_1 q_0}{\sqrt{3} T_n} t \right) \quad (2.6)$$

Момент же времени $t_n(s)$, при котором произвольное кольцевое сечение s окажется границей упругой и упруго-пластической областей, согласно (2.6) будет

$$t_n(s) = \frac{\sqrt{3} T_n}{r_1 q_0} (r_0 - s \sin \theta) \quad (2.7)$$

Чтобы оболочка в момент времени t_1 , когда прекращается рост растягивающего напряжения q , частично испытывала упруго-пластические деформации, необходимо выполнение неравенства

$$0 < s_n(t_1) < l \quad (2.8)$$

или, что одно и то же

$$\frac{\sqrt{3} T_n}{q_0} = t_n(l) < t_1 < t_n(0) = \frac{\sqrt{3} r_0 T_n}{q_0 r_1} \quad (2.9)$$

Очевидно, что часть оболочки $0 < s < s_n(t_1)$ деформируется упруго сначала до конца, т. е. при $0 < t < t_1$. Произвольное же сечение s

остальной части оболочки $x_n(t_1) < s < l$ деформируется упруго в промежутке времени $0 \leq t \leq t_n(s)$, после чего оно испытывает упруго-пластические деформации.

Исходя из вышесказанного, с учетом (1.1), (1.2), (1.4) и (2.4), для деформации вдоль образующих γ_1 можно записать

$$z_1(s, t) = \frac{q_0 r_1}{Er(s)} t, \quad \begin{matrix} 0 \leq s \leq s_n(t) \\ (0 \leq t \leq t_n(s)) \end{matrix} \quad (2.10)$$

$$z_1(s, t) = \frac{q_0 r_1}{Er} t - \frac{2}{3 \sqrt{3}} F_0 T_n^2 - \frac{2F_0}{27} \left(\frac{r_1 q_0 t}{r} \right)^2, \quad \begin{matrix} s_n(t) < s < l \\ (t_n(s) < t < t_1) \end{matrix} \quad (2.11)$$

Внося значения деформации z_1 из (2.10) и (2.11) в первое соотношение (1.5), после интегрирования в соответствующих пределах для перемещения вдоль образующих u получим

$$u(s, t) = \frac{q_0 r_1 t}{E \sin \vartheta} \ln \frac{r_0}{r(s)}, \quad \begin{matrix} 0 \leq s \leq s_n(t) \\ (0 \leq t \leq t_n(s)) \end{matrix} \quad (2.12)$$

$$u(s, t) = \frac{q_0 r_1 t}{E \sin \vartheta} \ln \frac{r_0}{r} - \frac{F_0 r_1 q_0 t}{27 r^2 \sin \vartheta} (r_1^2 q_0^2 t^2 - 3r^2 T_n^2) - \frac{2F_0 T_n^3}{3 \sqrt{3}} \left| s - \frac{1}{\sin \vartheta} \left(r_0 - \frac{r_1 q_0}{1 \sqrt{3} T_n} t \right) \right|, \quad \begin{matrix} s_n(t) < s < l, \\ (t_n(s) < t < t_1) \end{matrix} \quad (2.13)$$

Аналогичным образом определяется и прогиб оболочки w

$$w(s, t) = \frac{q_0 r_1}{E \cos \vartheta} \left(\ln \frac{r_0}{r(s)} - \nu \right) t, \quad \begin{matrix} 0 \leq s \leq s_n(t) \\ (0 \leq t \leq t_n(s)) \end{matrix} \quad (2.14)$$

$$w(s, t) = \frac{r}{\cos \vartheta} \left[\frac{F_0 T_n^2}{3 \sqrt{3}} - \frac{q_0 r_1}{Er} t - \frac{F_0}{27} \left(\frac{r_1 q_0 t}{r} \right)^2 \right] - \frac{1}{\cos \vartheta} \left[\frac{q_0 r_1 t}{E} \ln \frac{r_0}{r} - \frac{F_0 r_1 q_0 t}{27 r^2} (r_1^2 q_0^2 t^2 - 3r^2 T_n^2) - \frac{2F_0 T_n^3}{3 \sqrt{3}} \left(s \sin \vartheta - r_0 - \frac{r_1 q_0 t}{1 \sqrt{3} T_n} \right) \right], \quad \begin{matrix} s_n(t) < s < l, \\ (t_n(s) < t < t_1) \end{matrix} \quad (2.15)$$

3. Задача с внутренним давлением

Пусть в момент времени t_1 прекращается рост растягивающего напряжения $q(t)$, защемляется край оболочки $s_1 = l$ и начинает действовать внутреннее давление p , линейно возрастающее со временем

$$p(t) = p_0(t - t_1), \quad p_0 = \text{const}, \quad t \geq t_1, \quad (3.1)$$

Для данной задачи оболочка предварительно напряжена, причем в одной ее части $0 \leq s \leq s_1(t_1)$ реализовано упругое (2.4), (2.10), (2.12), (2.14), а в остальной части $s_1(t_1) < s < l$ — упруго-пластическое (2.4), (2.11), (2.13), (2.15) напряженно-деформированные состояния. Задача о квазистатическом равновесии такой оболочки для $t > t_1$ является статически *неопределимой*.

В данном случае ($X = Y = 0$, $Z = p_0(t - t_1)$) из (1.6) для напряжений τ_1 и τ_2 получим

$$\begin{aligned} \tau_1 &= -\frac{p_0(t-t_1)(r_0^2-r^2)}{2rh \cos \theta} - \frac{C(t)}{rh \cos \theta} \\ \tau_2 &= \frac{p_0(t-t_1)}{h \cos \theta} r, \quad (t > t_1) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Неизвестная функция интегрирования $C(t)$ должна определяться из условия постоянства во времени значения перемещения вдоль образующих u на краю оболочки $s_1 = l$. С учетом (2.13) это условие имеет вид

$$\begin{aligned} u(l, t) = u[C(t)] &= \frac{q_0 r_1 t_1}{E \sin \theta} \ln \frac{r_0}{r_1} - \frac{F_0 q_0 t_1}{27 \sin \theta} (q_0 t_1 - 3T_0^2) - \\ & - \frac{2F_0 T_0}{3 \sqrt{3}} \left| l - \frac{1}{\sin \theta} \left(r_0 - \frac{r_0 q_0}{3 T_0} t_1 \right) \right| = u_0 = \text{const}, \quad (t > t_1) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Однако, для нахождения выражения перемещения u через неизвестную функцию $C(t)$ нужно определить области дальнейшего нагружения и разгрузки, возникающие вследствие приложения нового воздействия на оболочку (вращение края $s_1 = l$ и появление внутреннего давления p), что предварительно сделать невозможно. В этом и заключается вся трудность решения поставленной задачи.

Допустим, что после приложения внутреннего давления p во всей оболочке в течение некоторого промежутка времени $\Delta t_* = t_* - t_1$ происходит процесс разгрузки или нейтральных изменений напряженного состояния, т. е.

$$dT = 0, \quad 0 \leq s \leq l, \quad (t_1 \leq t \leq t_*) \quad (3.4)$$

(Вопрос о действительности этого предположения будет рассматриваться несколько ниже).

В силу (3.4) приращения деформаций выразятся через напряжения и их приращения по формулам (1.2).

Учитывая (3.2), для приращения деформации вдоль образующих $d\epsilon_1$ из (1.2) получим

$$d\epsilon_1 = \frac{1}{2Ehr \cos \theta} \left\{ 2 \frac{dC}{dt} - p_0 [r_0^2 - (1-2\nu)r^2] \right\} dt \quad (3.5)$$

$$(0 \leq s \leq l)$$

Для выполнения условия (3.3) (условия постоянства перемещения u на краю оболочки $s_1 = l$) необходимо, чтобы

$$\int_{t_1}^t \left(\int_{s_1(t_1)}^{s_2(t)} d\epsilon_{\alpha} \right) ds = \frac{1}{2Eh \cos \mu} \int_{t_1}^t \frac{1}{r} \left\{ 2 \frac{dC}{dt} - p_0 [r_0^2 - (1-2\nu)r^2] \right\} dt ds = 0 \quad (3.6)$$

($t > t_1$)

Имея в виду то обстоятельство, что условие (3.6) должно удовлетворяться при любом $t > t_1$, для неизвестной функции интегрирования $C(t)$ с учетом (3.5) и (2.3) получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dC}{dt} - \frac{p_0 r^2}{2} + \frac{p_0 (1-2\nu)(r_0^2 - r_1^2)}{4 \ln \frac{r_0}{r_1}} = 0 \quad (t > t_1) \quad (3.7)$$

с начальным условием

$$C(t_1) = q_0 h r_1 t_1 \cos \mu \quad (3.8)$$

Следовательно,

$$C(t) = q_0 h r_1 t_1 \cos \mu - p_0 \left[\frac{r_0^2}{2} - \frac{(1-2\nu)(r_0^2 - r_1^2)}{4 \ln \frac{r_0}{r_1}} \right] (t - t_1) \quad (3.9)$$

($t > t_1$)

Нахождением неизвестной функции интегрирования (3.9) практически завершается решение задачи с внутренним давлением в предположении (3.4).

С помощью (3.2), (3.9), (1.2), (2.12)–(2.15) для напряжений и перемещений оболочки получим

$$\sigma_1(s, t) = \frac{q_0 r_1 t_1}{r} - \frac{p_0 (t - t_1)}{4 r h \cos \mu \ln \frac{r_0}{r_1}} \left\{ 2r^2 \ln \frac{r_0}{r_1} - (1-2\nu)(r_0^2 - r_1^2) \right\} \quad (3.10)$$

$$\sigma_2(s, t) = \frac{p_0 (t - t_1)}{h \cos \mu} r \quad (0 < s < l)$$

$$u(s, t) = -\frac{q_0 r_1 t_1}{E \sin \mu} \ln \frac{r_0}{r} - \frac{p_0 (1-2\nu)(t - t_1)}{2Eh \sin 2\mu \ln \frac{r_0}{r_1}} \left[(r_0^2 - r^2) \ln \frac{r_0}{r_1} - (r_0^2 - r_1^2) \ln \frac{r_0}{r_1} \right] \quad (0 < s < s_0(t_1))$$

$$u(s, t) = \frac{q_0 r_1 t_1}{E \sin \mu} \ln \frac{r_0}{r} - \frac{F_0 r_1 q_0 t_1}{27 r^2 \sin \mu} (r^2 - q_0^2 t_1^2) - 3r^2 T_1 - \frac{2F_0 T_0^2}{3 \gamma^3} \left[\epsilon - \frac{1}{\sin \mu} \left(r_0 - \frac{r_1 q_0 t_1}{3 T_0} \right) \right]$$

$$\frac{p_0(1-2\nu)(t-t_1)}{2Eh \sin 2\theta \ln \frac{r_2}{r_1}} \left[(r_0^2 - r^2) \ln \frac{r_2}{r_1} - (r_0^2 - r_1^2) \ln \frac{r_0}{r} \right] \quad (3.11)$$

$(s_n(t_1) \leq s < l)$

$$w(s, t) = \frac{q_0 r_1}{E \cos \theta} \left(\ln \frac{r_2}{r} - \nu \right) t_1 + \frac{p_0(t-t_1)}{4Eh \cos^2 \theta \ln \frac{r_2}{r_1}} \left\{ 3r^2 - \right.$$

$$\left. - (1-2\nu) r_1^2 \ln \frac{r_0}{r_2} - (1-2\nu) \left(\nu - \ln \frac{r_0}{r} \right) (r_0^2 - r_1^2) \right\}$$

$(0 \leq s \leq s_n(t_1))$

$$w(s, t) = \frac{r}{\cos \theta} \left[\frac{F_0 T_n^2}{3 \sqrt{3}} - \frac{q_0 r_1 t_1}{Er} - \frac{F_0}{27} \left(\frac{r_1 q_0 t_1}{r} \right)^2 \right] -$$

$$= \frac{1}{\cos \theta} \left[\frac{q_0 r_1 t_1}{E} \ln \frac{r_2}{r} - \frac{F_0 r_1 q_0 t_1}{27 r^2} (r_1^2 q_0^2 t_1^2 - 3r^2 T_n^2) - \right. \quad (3.12)$$

$$\left. - \frac{2F_0 T_n^2}{3 \sqrt{3}} \left(s \sin \theta - r_0 - \frac{r_1 q_0 t_1}{3 T_n} \right) \right] + \frac{p_0(t-t_1)}{4Eh \cos^2 \theta \ln \frac{r_2}{r_1}} \left\{ 3r^2 - \right.$$

$$\left. (1-2\nu) r_1^2 \ln \frac{r_0}{r_2} - (1-2\nu) \left(\nu - \ln \frac{r_0}{r} \right) (r_0^2 - r_1^2) \right\}$$

$(s_n(t_1) \leq s < l)$

Покажем, что после приложения внутреннего давления p на самом деле существует некоторый промежуток времени $\Delta t_n = t_2 - t_1$, в течение которого во всей оболочке происходит процесс разгрузки или нейтральных изменений напряженного состояния.

Условие отсутствия нагружения, с учетом (1.3) и (3.2), примет вид

$$\left[p_0^2 (r_0^2 - 3r^2) - 2p_0 r_1^2 \frac{dC}{dt} \right] (t-t_1) - 4C \frac{dC}{dt} - 2p_0 r_1^2 C = 0 \quad (3.13)$$

Из этого условия с помощью (3.9) получим

$$\Delta t = t - t_1 = \frac{4q_0 r_1 t_1 (1-2\nu) (r_0^2 - r_1^2) \cos^2 \theta \ln \frac{r_2}{r_1}}{p_0 \left[12r^2 \left(\ln \frac{r_2}{r_1} \right)^2 - (1-2\nu)^2 (r_0^2 - r_1^2)^2 \right]} \quad (3.14)$$

Как нетрудно заметить, свое наименьшее значение Δt принимает для края оболочки $s=0$ (при $r=r_0$). Поэтому из (3.14) для продолжительности процесса разгрузки или нейтральных изменений напряженного состояния всей оболочки Δt_n получим

$$\Delta t_0 = \frac{4q_0 h r_1 t_1 (1 - 2\nu) (r_0^2 - r_1^2) \cos^2 \psi \ln \frac{r_0}{r_1}}{p_0 \left[12 r_1^2 \left(\ln \frac{r_0}{r_1} \right)^2 - (1 - 2\nu) (r_0^2 - r_1^2)^2 \right]} \quad (3.15)$$

Если материал оболочки сжимаем в упругой стадии деформирования ($\nu < 0.5$), то $\Delta t_0 > 0$, т. е. после приложения внутреннего давления p во всей оболочке может происходить процесс разгрузки или нейтральных изменений напряженного состояния, что невозможно ($\Delta t_0 = 0$) при несжимаемости материала.

После истечения промежутка времени Δt_0 в дальнейшем возникает область повторного нагружения оболочки. На основании (3.14) она начнется с одного конца $s = 0$ и с течением времени (с возрастанием давления $p(t)$) распространится в сторону другого конца оболочки $s = l$. Повторное нагружение до некоторого определенного уровня напряженного состояния является упругим. При этом для части $0 < s < s_*(t_1)$, где оболочка до этого деформировалась только упруго, повторное нагружение будет упругим не только до прежнего уровня напряженного состояния $T(s, t_1) < T_n$, но и дальше, до предела упругости материала T_n . В остальной же части, где оболочка при первоначальном нагружении ($0 < t < t_1$) испытывала упруго-пластические деформации, процесс повторного нагружения будет упругим до прежнего уровня напряженного состояния $T(s, t_1) > T_n$. Следовательно, для всей оболочки целиком повторное нагружение будет упругим до того момента времени t^* , при котором где-нибудь в оболочке впервые удовлетворяется одно из следующих двух условий:

$$T(s, t) = T_n \quad 0 \leq s < s_*(t_1) \quad (3.16)$$

$$T(s, t) = T(s, t_1) > T_n \quad s_*(t_1) \leq s \leq l \quad (3.17)$$

С учетом (1.3), (3.2) и (3.9) из (3.16) относительно промежутка времени $\Delta t_1 = t^* - t_1$, в течение которого повторное нагружение для части оболочки $0 \leq s < s_*(t_1)$ будет упругим, получим следующее квадратное уравнение:

$$p_0^2 \left[(1 - 2\nu)^2 (r_0^2 - r_1^2)^2 + 12 (r_0 - s_* \sin \psi)^4 \left(\ln \frac{r_0}{r_1} \right)^2 \right] (\Delta t_1)^2 - \\ - 8 p_0 q_0 (1 - 2\nu) h r_1 t_1 (r_0^2 - r_1^2) \cos^2 \psi \ln \frac{r_0}{r_1} \Delta t_1 - \\ - 16 h^2 \cos^2 \psi \left(\ln \frac{r_0}{r_1} \right)^2 [q_0 r_1^2 t_1^2 - 3 T_n^2 (r_0 - s_* \sin \psi)^2] = 0 \quad (3.18)$$

В этом уравнении под s_* следует понимать расстояние от края рассматриваемой части оболочки $s = 0$ по образующей той кольцевой окружности, для которой Δt_1 получает наименьшее положительное значение. Иными словами, s_* определяет точки, в которых путем пов-

торного нагружения оболочки впервые достигается предел упругости материала T_c .

С помощью (1.3), (2.4), (3.2) и (3.9) из условия (3.17) для наибольшего промежутка времени $\Delta t_2 = t'' - t_1$, в течение которого повторное нагружение части оболочки $s_n(t_1) < s < l$ будет упругим, получим

$$\Delta t_2 = \frac{8q_0 r_2 h t_1 (1 - 2\nu) (r_n^2 - r_1^2) \cos \alpha \ln \frac{r_2}{r_1}}{\rho_0 \left[\frac{4}{3T_n^2} r_1^2 q_0^2 t_1^2 \left(\ln \frac{r_2}{r_1} \right)^2 + (1 - 2\nu) (r_n^2 - r_1^2)^2 \right]} \quad (3.19)$$

Отметим, что интенсивность касательных напряжений своего прежнего значения впервые достигает при $s = s_n(t_1)$, т. е. повторное нагружение неупругий характер впервые получает на той кольцевой окружности, которая в конце первоначального нагружения $t = t_1$ разделяла упругую и упруго-пластическую области оболочки.

Согласно вышеизложенным рассуждениям, промежутком упругого характера Δt^* процесса повторного нагружения для всей оболочки будет наименьшее из значений Δt_1 и Δt_2 , т. е.

$$\Delta t^* = \min \left(\Delta t_1, \Delta t_2 \right) \quad (3.20)$$

Решения задачи с внутренним давлением (3.10)–(3.12), найденные для промежутка времени $t_1 < t < t_1 + \Delta t_{01}$, в течение которого во всей оболочке происходил упругий процесс — процесс разгрузки, распространены и на случай упругого повторного нагружения. Это очевидно, так как в обоих этих случаях приращения деформаций выражаются через приращения напряжений одинаковыми соотношениями упругости (1.2).

Таким образом, решения (3.10)–(3.12) справедливы для любого t , находящегося в интервале

$$t_1 < t < t_1 + \Delta t^* \quad (3.21)$$

4. Численный пример

Для иллюстрации рассмотрим следующий численный пример.

Пусть

$$\begin{aligned} h &= 3 \text{ см}, & l &= 200 \text{ см}, & r_1 &= 80 \text{ см}, & r_2 &= 50 \text{ см} \\ E &= 2 \cdot 10^4 \text{ кг см}^2, & \nu &= 0.25, & F_0 &= 0.5 \cdot 10^{-10} \frac{\text{см}}{\text{кг}} \\ T_c &= 1000 \text{ кг см}^2, & q_0 &= 1 \frac{\text{кг}}{\text{см} \cdot \text{мин}}, & \rho_0 &= 0.1 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2 \cdot \text{мин}} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Допустим, что рост растягивающего напряжения $q(t)$ продолжился до того момента времени t_1 , при котором напряженно-деформирован-

ное состояние половины оболочки перешло границу упругости материала. Тогда с учетом (4.1) из (2.7) и (3.15) получим

$$t_1 - t_0 \left(\frac{t}{2} \right) = 2252 \text{ мин} = 37.53 \text{ час} \quad (4.2)$$

$$\Delta t_* = 108 \text{ мин} = 1.8 \text{ час}$$

Нетрудно убедиться в том, что положительный корень квадратного уравнения (3.18)

$$[3.8025 + 2651 \cdot 10^{-10} r^2(s)] (\Delta t_1)^2 - 24490 \Delta t_1 + 39.43 \cdot 10^6 - 9334 r^2(s) = 0$$

свое наименьшее значение получает на границе раздела упругой и упруго-пластической областей оболочки при $t = t_1$ (т. е. $s_* = \frac{t}{2}$), что и совпадает со значением Δt_* . Следовательно,

$$\Delta t^* = \Delta t_1 \Big|_{\frac{t}{2}} = \Delta t_2 = 479 \text{ мин} = 7.99 \text{ час} \quad (4.3)$$

Таким образом, в рассмотренном конкретном случае промежуток времени (3.21), для которого решения задачи с внутренним давлением (3.10)–(3.12) справедливы, будет

$$37.53 \text{ час} \leq t \leq 45.52 \text{ час} \quad (4.4)$$

Этот промежуток намного шире, чем промежуток разгрузки или нейтральных изменений напряженного состояния оболочки $t_1 \leq t \leq t_1 + \Delta t_*$

$$37.53 \text{ час} \leq t \leq 39.33 \text{ час}$$

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступила 17 XI 1966

В. Г. ЧЕРЕПУХИНА

ՊՑՏՏԱՆԸ ՀԱՏԱՅ ԿՐՆԱԿԱՆ ՔԱՂԱՆՔԻ ԱՌԱՂՎՈՒԹՅԱՆ ԳԼԽԱՏԻՎԱԿԱՆ
ԻՒ ԽՆԴԻՐԻ ԻՐԱԾԻՆ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Թաղանթների անմոմենտ անտեթյան շրջանակներում զիտարկվում է պտտման հատած կոնական թաղանթի քվադրատառիկ համասարակչուծյան խնդիրը բարդ բևեռավորման հետևյալ դեպքի համար: Թաղանթը պտտ է մակերևութային բևեռներից ($X = Y = Z = 0$), նրա մի ծայրը ($s_0 = 0$) ամրակցված է, իսկ մյուսում ($s_1 = l$) ազդում է մեխանիկի ազդեցության ձողոց համասարաչափ բաշխված զ լարում, որը գծախորեն անում է ըստ մամանակի: Հնդուծվում է, որ աչք լարումը անում է զերոյից մինչև մի որոշակի արժևք:

որի ղեպքում թաղանթում առաջանում է առտձղա-պլաստիկական դեֆորմացիաների սիրալիթ. որից հետո ամրակցվում է $s_1 = 1$ ելլար և կիրառվում ժամանակի ընթացքում նույնպես զժայնորեն աճող ներքին p ճնշումի ենթադրվում է. որ ձգող q լարումը և p ճնշումը այնքան զանազակ են աճում քան ժամանակի. որ կարելի է ինտեգրել անդամներն արձամարտել: Պարզարանելով բևեռաթափման և առտձղական շերտերոնջամբման նարցերը. որվում է ինդրի ճշգրիտ լուծումը զժայնորեն ամրացվող նլութի սոսունության սեռության շրջանակներում: Բերվում է թվային սրինակ:

R. M. KIRAKOSIAN

ON AN ELASTIC-PLASTIC PROBLEM OF INTERSECTED CONICAL SHELL OF REVOLUTION

S u m m a r y

On the basis of momentless theory of shells the problem of elastic-plastic quasi-static equilibrium of intersected conical shell of revolution for one case of complicated loading is considered.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гольденвейзер А. А. Теория упругих тонких оболочек. Гостехиздат, М., 1953.
2. Кичинов А. М. Основы теории пластичности. Гостехиздат, М., 1956.