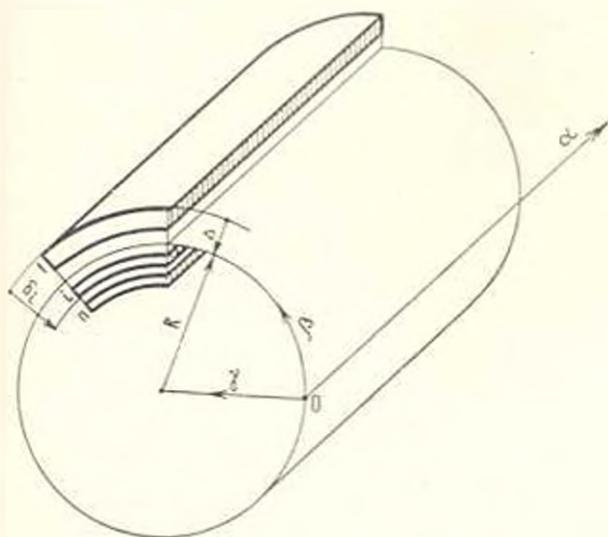


Г. Э. МИКАЕЛЯН

УСТОЙЧИВОСТЬ МНОГОСЛОЙНОЙ ОРТОТРОПНОЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Как известно, при рассмотрении устойчивости цилиндрических оболочек под действием осевой сжимающей нагрузки, начальное равновесное состояние обычно считается безмоментным.

В настоящей работе рассматривается задача устойчивости начального моментного равновесного состояния многослойной ортотропной круговой цилиндрической оболочки. Исследуется влияние места приложения нагрузки по торцам оболочки, а также характера слоистости на величину критической силы.



Фиг. 1.

В основу ставится теория слоистых анизотропных оболочек [1].

1. Пусть α и β — криволинейные ортогональные координаты, совпадающие с линиями кривизны координатной поверхности, γ — расстояние по нормали от точки $(\alpha, \beta, 0)$ до точки (α, β, γ) (фиг. 1).

За координатную будем принимать поверхность, находящуюся на расстоянии Δ от внешней поверхности оболочки.

Считаем, что плоскости упругой симметрии материала каждого слоя перпендикулярны к координатным линиям α, β, γ .

Предполагается, что для всего пакета оболочки в целом справедлива гипотеза недеформируемых нормалей.

Пусть осевые сжимающие силы с интенсивностью P равномерно распределены по торцевым линиям $x = 0$, $x = l$ координатной поверхности.

Имеем следующую разрешающую систему дифференциальных уравнений:

$$L(a_j) \varphi - L(a_k) w = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \beta^2} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} L(b_j) w - L(a_k) \varphi &= \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + \\ &+ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \beta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial \beta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \beta^2}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где w — нормальное перемещение; φ — функция напряжений, через которую внутренние силы T_1 , T_2 , S представляются следующим образом:

$$T_1 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \beta^2}, \quad T_2 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \quad S = - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial \beta^2},$$

$$L(a_k) = a_1 \frac{\partial^4}{\partial x^4} + a_2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \beta^2} + a_3 \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \quad (k = 4, 5, 6).$$

Коэффициенты a_1 , a_2 , a_3 , b_1 имеют вид [1]

$$a_1 = \frac{C_{11}}{\Omega}, \quad a_2 = \frac{1}{C_{22}} - 2 \frac{C_{12}}{\Omega}, \quad a_3 = \frac{C_{22}}{\Omega},$$

$$a_4 = \frac{1}{\Omega} (K_{11} C_{11} - K_{12} C_{12}), \quad \Omega = C_{11} C_{22} - C_{12}^2,$$

$$a_5 = \frac{1}{\Omega} (K_{11} C_{22} - 2 K_{12} C_{12} + K_{22} C_{11}) - 2 \frac{K_{12}}{C_{22}},$$

$$a_6 = \frac{1}{\Omega} (K_{12} C_{22} - K_{22} C_{12}),$$

$$b_1 = D_{11} - \frac{1}{\Omega} (K_{11}^2 C_{22} - 2 K_{11} K_{12} C_{12} + K_{12}^2 C_{11}),$$

$$\begin{aligned} b_2 = 2 \left\{ D_{12} - \frac{1}{\Omega} [K_{11} K_{12} C_{22} - (K_{11} K_{12} + K_{12}^2) C_{12} + \right. \\ \left. + K_{22} K_{12} C_{11}] - 2 \left(D_{12} - \frac{K_{12}}{C_{22}} \right) \right\}, \end{aligned}$$

$$b_3 = D_{22} - \frac{1}{\Omega} (K_{22}^2 C_{11} - 2 K_{22} K_{12} C_{12} + K_{12}^2 C_{22}),$$

$$C_{j_1} = \sum_{i=1}^n B_i (v_i - v_{i-1}),$$

$$K_{ji} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n B_{ik}^i [(\xi_i^k - \xi_{i-1}^k) - 2 \Delta (\xi_i^k - \xi_{i-1}^k)],$$

$$D_{ji} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n B_{ik}^i [(\xi_i^k - \xi_{i-1}^k) - 3 \Delta (\xi_i^k - \xi_{i-1}^k) + 3 \Delta^2 (\xi_i^k - \xi_{i-1}^k)],$$

ξ_i — расстояние внутренней поверхности i -го слоя от внешней поверхности оболочки (фиг. 1),

$$B_{11}^i = \frac{E_1^i}{1 - \nu_1^i \nu_2^i}, \quad B_{22}^i = \frac{E_2^i}{1 - \nu_1^i \nu_2^i}, \quad B_{33}^i = G_{12}^i,$$

$$B_{12}^i = \nu_1^i B_{22}^i = \nu_2^i B_{11}^i.$$

При определенном (критическом) значении нагрузки для оболочки возможны два весьма близких положения равновесия. Пусть для одного из них (которое в рассматриваемый момент теряет свою устойчивость) нормальное перемещение w и функция напряжений $\bar{\varphi}$, а для другого — соответственно w_0 , $\bar{\varphi}_0$. Тогда, очевидно, можно написать:

$$\begin{aligned} w_1 &= w + w_0, \\ \bar{\varphi}_1 &= \bar{\varphi} + \bar{\varphi}_0, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где w_0 — дополнительное малое перемещение, которое нужно сообщить оболочке, чтобы перевести ее из первого положения во второе, а $\bar{\varphi}_0$ — соответствующее приращение функции напряжений.

Подставляя (1.3) в уравнения (1.1), (1.2) и учитывая, что w , $\bar{\varphi}$ связаны той же системой (1.1), (1.2), получим уравнения устойчивости в вариациях

$$\begin{aligned} L(a_j) \bar{\varphi}_0 + L(a_k) w_0 &= 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \xi^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial \xi^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial \xi^2} - \\ &- \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, \\ L(b_j) w_0 - L(a_k) \bar{\varphi}_0 &= \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_0}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_0}{\partial \xi^2} + \\ &+ \frac{\partial^2 w_0}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_0}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_0}{\partial x \partial \xi^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial \xi^2} - 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial \xi^2} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_0}{\partial x \partial \xi^2}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

2. Для определения критических сил необходимо иметь значения w и $\bar{\varphi}$, характеризующие невозмущенное состояние оболочки.

С целью упрощения дальнейших расчетов значения w и $\bar{\varphi}$ будем определять методом Ритца.

Рассмотрим случай, когда оболочка шарнирно закреплена абсолютно жесткими шпангоутами по торцевым линиям координатной поверхности.

Прогиб оболочки под действием сил P примем в виде

$$w = A \sin \frac{\pi x}{l}, \quad (2.1)$$

который удовлетворяет геометрическим граничным условиям шарнирно опертой оболочки (при $x = 0$, $x = l$, $w = 0$).

Потенциальная энергия оболочки имеет вид [1]

$$V = \int_0^{2\pi R} \int_0^l (C_1 \gamma_1^2 + C_2 \gamma_2^2 + C_3 \alpha_1^2 + C_4 T_1 T_2 + C_5 T_1 \alpha_1 + C_6 T_2 \alpha_1) d\gamma d\alpha, \quad (2.2)$$

где

$$\alpha_1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2},$$

$$C_1 = \frac{1}{2} (A_{11}^2 C_{11} + 2 A_{11} A_{12} C_{12} + A_{12}^2 C_{22}),$$

$$C_2 = \frac{1}{2} (A_{12}^2 C_{11} + 2 A_{12} A_{22} C_{12} + A_{22}^2 C_{22}),$$

$$C_3 = \frac{1}{2} (d_{11}^2 C_{11} + 2 C_{12} d_{11} d_{21} + d_{21}^2 C_{22}) - \\ - (K_{11} d_{11} + K_{12} d_{21}) + \frac{3}{2} D_{11},$$

$$C_4 = A_{11} A_{22} C_{11} + A_{11} A_{22} C_{12} + A_{12}^2 C_{11} + A_{22} A_{12} C_{22},$$

$$C_5 = -(A_{11} d_{11} C_{11} + A_{11} d_{21} C_{12} + A_{12} d_{11} C_{12} + A_{12} d_{21} C_{22}) + \\ + K_{11} A_{11} + K_{12} A_{12},$$

$$C_6 = -(A_{22} d_{11} C_{11} + A_{12} d_{21} C_{12} + A_{22} d_{11} C_{12} + A_{22} d_{21} C_{22}) + \\ + K_{11} A_{12} + K_{12} A_{22},$$

$$A_{11} = \frac{C_{22}}{\Omega}, \quad A_{22} = \frac{C_{11}}{\Omega}, \quad A_{12} = -\frac{C_{12}}{\Omega},$$

$$d_{11} = \frac{1}{\Omega} (K_{11} C_{22} - K_{12} C_{12}),$$

$$d_{22} = \frac{1}{\Omega} (K_{22} C_{11} - K_{12} C_{12}),$$

$$d_{12} = \frac{1}{\Omega} (K_{12} C_{22} - K_{22} C_{11}),$$

$$d_{21} = \frac{1}{\Omega} (K_{12} C_{11} - K_{11} C_{12}).$$

Используя уравнение совместности деформаций (1.1) и граничные условия

$$T_1 = -P, \quad T_2 = -T_c \quad \text{при} \quad \alpha = 0, \quad \alpha = l,$$

для φ и усилий T_1 , T_2 получим

$$\varphi = \frac{A}{a_1} \left(\frac{l^2}{\pi^2 R} - a_1 \right) \sin \frac{\pi x}{l} - \frac{P \varphi}{2} - \frac{T_c \varphi^2}{2}, \quad (2.3)$$

$$T_1 = -P = \text{const}, \quad (2.4)$$

$$T_2 = \frac{A}{a_1} \left(a_1 \frac{\pi^2}{l^2} - \frac{1}{R} \right) \sin \frac{\pi x}{l} - T_c,$$

где T_c — осредненное значение тангенциальных усилий в координатной поверхности оболочки (по направлению x), которое определяется из условия замкнутости оболочки и имеет вид

$$T_c = -\frac{A_{12}}{A_{22}} P = \nu P.$$

Подставляя выражения (2.4) в (2.2) и интегрируя, получим

$$\begin{aligned} V = & 2\pi R l \left[(C_1 - C_2 l^2 - C_3 l) P^2 - \right. \\ & \left. - \left[(2C_2 l - C_1) \frac{a}{\pi} + (C_3 l + C_3) \frac{\pi}{l} \right] 2PA - \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left[C_2 a^2 + C_3 \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 + C_4 a \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \right] A^2 \right]. \end{aligned}$$

Здесь

$$a = \left(a_1 \frac{\pi^2}{l^2} - \frac{1}{R} \right) \frac{1}{a_1}.$$

Работа внешних сил имеет следующее значение

$$W = P \cdot 2\pi R \cdot \Delta_1,$$

где

$$\Delta_1 = \left[(A_{12} l + A_{11}) P - 2 \left(A_{12} \frac{a}{\pi} - d_{11} \frac{\pi}{l} \right) A \right] l$$

— величина сближения краев оболочки под действием сил P .

Таким образом, для полной энергии упругой системы имеем

$$\mathfrak{E} = V - W.$$

Равновесное состояние оболочки характеризуется вариационным уравнением

$$\delta \mathfrak{E} = 0.$$

Это уравнение связывает параметр прогиба A с нагрузкой P .

$$A = 2 \frac{(C_3 + C_4 l + d_{11}) \frac{\pi}{l} - (A_{12} - 2C_2 l - C_1) \frac{a}{\pi}}{C_2 a^2 + C_3 \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 + C_4 a \left(\frac{\pi}{l} \right)^2} P = a_0 P. \quad (2.5)$$

В частности, для однослойной изотропной оболочки, для которой

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{2Eh}, \quad C_3 = \frac{Eh^3}{24(1-\nu^2)}, \quad C_4 = -\frac{\nu}{Eh}, \quad C_5 = C_6 = 0,$$

$$a = -\frac{Eh}{R}, \quad a_1 = 0, \quad d_{13} = \frac{K}{C}, \quad A_{11} = -\frac{\nu}{Eh}, \quad A_{12} = \frac{1}{Eh},$$

$$d_{22} = 0, \quad t = \nu,$$

в силу (2.1) и (2.5) получим

$$W = \frac{4P}{\pi Eh} \left[\frac{K}{C} \left(\frac{zR}{l} \right)^2 - \nu R \right] \sin \frac{\pi z}{l}, \quad (2.6)$$

Из (2.6) видно, что отношение $\frac{K}{C}$ характеризует место приложения нагрузки P . Например, при

$$\begin{aligned} \Delta = 0 & \quad KC = h^2, \\ \Delta = \frac{h}{2} & \quad KC = 0, \\ \Delta = h & \quad KC = -h^2. \end{aligned}$$

Отметим также, что согласно (2.6), когда

$$\Delta = 0, \quad R = \frac{2\nu}{h} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2,$$

однослойная изотропная оболочка при сжатии не изгибается ($w=0$).

3. Считая, что при потере устойчивости образуются m полуполн вдоль образующей и n полных полн вдоль окружности, примем для w_0 и φ_0 выражения

$$\begin{aligned} w_0 &= A_0 \sin \frac{m\pi z}{l} \sin \frac{n^2}{R}, \\ \varphi_0 &= B_0 \sin \frac{m\pi z}{l} \sin \frac{n^2}{R}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

которые удовлетворяют однородным граничным условиям на торцах оболочки

$$w_0 = 0, \quad T_1 = 0, \quad T_2 = 0 \quad \text{при} \quad z = 0, \quad z = l.$$

Подставляя в (1.4) значение прогиба (2.1), функции напряжений (2.3), а также w_0, φ_0 (3.1) и пользуясь вариационным методом Бубнова-Галеркина, приходим к однородной системе алгебраических уравнений

$$\left| \Phi(a_n) - \frac{1}{R} \right| = \frac{8a_0 P}{\pi(4m^2 - 1)} (n^2)^2 \left| A_0 + \Phi(a_n) B_0 = 0, \right.$$

$$\begin{aligned} & \left| \Phi(b_1) - \frac{8b_0 P}{\pi(4m^2 - 1)} (\lambda^2)^2 - t^2 P - \lambda^2 P \right| A_0 - \\ & - \left| \Phi(a_1) - \frac{1}{R} \lambda^2 + \frac{8a_0 P}{\pi(4m^2 - 1)} (\lambda^2)^2 \right| B_0 = 0, \end{aligned} \quad (3.2)$$

где $\Phi(a_j)$, $\Phi(a_k)$, $\Phi(b_1)$ — квадратичные формы от переменных λ^2 , μ^2 с коэффициентами соответственно

$$a_1, \quad \frac{a_2}{2}, \quad a_3, \quad a_4, \quad \frac{a_5}{2}, \quad a_6, \quad b_1, \quad \frac{b_2}{2}, \quad b_3.$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$k = \frac{\pi m}{l}, \quad \mu = \frac{n}{R}, \quad b_0 = \frac{a_0}{a_1} \left(\frac{l^2}{\pi^2 R} - a_1 \right).$$

Приравняв нулю определитель системы (3.2), для верхних значений критических сил получим

$$P_{\text{кр}} = \frac{\left(\Phi(a_1) - \frac{1}{R} \lambda^2 \right)^2 + \Phi(a_1) \Phi(b_1)}{\lambda^2 \left| 1 + \left(\frac{\mu}{k} \right)^2 t + \frac{8b_0}{\pi(4m^2 - 1)} \left| \Phi(a_1) - \frac{16a_0}{\pi(4m^2 - 1)} (\lambda^2)^2 \Phi(a_1) \right| \right)}, \quad (3.3)$$

откуда для однослойной изотропной оболочки будем иметь

$$P_{\text{кр}} = \frac{\frac{Eh}{R^2} \lambda^2 + \left(D - \frac{K^2}{C} \right) (\lambda^2 + \mu^2)^2}{\lambda^2 \left| 1 + \left(\frac{\mu}{k} \right)^2 t + \frac{b}{4m^2 - 1} \mu^2 \right| (\lambda^2 + \mu^2)^2}, \quad (3.4)$$

где

$$b = \frac{32}{\pi^4} \left(\frac{K}{C} \pi^2 R - \nu l^2 \right).$$

В случае, когда торцевые линии координатной поверхности шарнирно связаны со шпангоутами, которые, оставаясь круговыми, допускают радиальное смещение (w^*) точек оболочки, можно принять

$$w^* = a^* \sin \frac{\pi x}{l}.$$

Для этого случая, повторяя предыдущие рассуждения и преобразования, получим

$$\begin{aligned} A^* &= 2P \frac{(C_2 + d_{11}) \frac{\pi}{l} - (A_{12} - C_1) \frac{\pi}{l}}{C_2 a^* + C_3 \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 + C_4 a \left(\frac{\pi}{l} \right)^2} = a^* P, \\ w &= \left(a^* \sin \frac{\pi x}{l} + A_{12} K \right) P, \end{aligned}$$

$$P_{cr}^* = \frac{\left(\Phi(a_k) - \frac{1}{R} \lambda^2\right)^2 + \Phi(a_i) \Phi(b_j)}{\lambda^2 \left[1 - \frac{8b_0}{\pi(4m^2 - 1)} \right] \lambda^2 \left[\Phi(a_j) - \frac{16a_0}{\pi(4m^2 - 1)} \right] (\lambda^2)^2 \Phi(a_i)} \quad (3.5)$$

Здесь

$$b_0 = \frac{a_0}{a_1} \left(\frac{l^2}{\pi^2 R} - a_1 \right).$$

Для однослойной изотропной оболочки

$$\omega = \frac{P}{Eh} \left[4\pi \left(\frac{R}{l} \right)^2 \frac{K}{C} \sin \frac{\pi x}{l} \nu R \right], \quad (3.6)$$

$$P_{cr}^{*,0} = \frac{\frac{Eh}{R^2} \lambda^4 + \left(D - \frac{K^2}{C} \right) (\lambda^2 + \nu^2)^4}{\lambda^2 \left(1 + \frac{b^*}{4m^2 - 1} \nu^2 \right) (\lambda^2 + \nu^2)^2}$$

где

$$b^* = \frac{32}{\pi^2} \frac{K}{C} R.$$

При $\Delta = \frac{h}{2}$ формула (3.6) дает известное значение критической силы однослойной изотропной оболочки [3]

$$P_k = \frac{\frac{Eh}{R^2} \lambda^4 - D(\lambda^2 + \nu^2)^4}{\lambda^2 (\lambda^2 + \nu^2)^2}. \quad (3.7)$$

4. Считая начальное состояние оболочки безмоментным, из (3.5) получим значение критической силы многослойной ортотропной оболочки, совпадающее с найденным в работе [4]

$$P_{cr}^* = \frac{\left(\Phi(a_k) - \frac{1}{R} \lambda^2\right)^2 + \Phi(a_j) \Phi(b_j)}{\lambda^4 \Phi(a_j)}. \quad (4.1)$$

Относительное отклонение критической силы (P_{cr}^*) от „безмоментного“ значения (P_{cr}^0) имеет вид

$$f = \frac{P_{cr}^* - P_{cr}^0}{P_{cr}^0} = \frac{n^2}{4m^2 - 1} \frac{8}{\pi R^2} \left[2 \frac{\Phi(a_k)}{\Phi(a_j)} - \frac{1}{a_1} \left(\frac{l^2}{\pi^2 R} - a_1 \right) \right] a_1^2. \quad (4.2)$$

Как видно из (4.2), величина относительного отклонения в основном характеризуется числами полуволи в осевом (m) и полных волн в окружном (n) направлениях, коэффициентом a_1^2 , зависящим от места приложения нагрузки, и физико-механическими характеристиками слоев оболочки.

Величина f быстро увеличивается при усилении неравенства $n > m$.

С увеличением докритического прогиба (который характеризуется коэффициентом a_1') поправка f увеличивается.

С целью выявления порядка поправки рассмотрим некоторые примеры.

Полагая в (4.2) $\psi(a_k) = 0$, $a_1 = 0$, для однослойной изотропной оболочки получим

$$f = \pm \frac{\pi^2}{4m^2 - 1} \frac{16}{\pi^2} \frac{h}{R},$$

где знак плюс соответствует случаю $\Delta = h$, знак минус — $\Delta = 0$.

При $m = 1$, $n = 6$, считая $\frac{h}{R} = \frac{1}{50}$, получим $f = \pm 38,5\%$.

Рассмотрим двухслойную оболочку, составленную из изотропных материалов с равными коэффициентами Пуассона.

Пусть наружный слой изготовлен из стали

$$E_1 = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2, \quad h_1 = 0,3 \text{ см}, \quad \nu_1 = 0,25,$$

а внутренний — из поликарбоната

$$E_2 = 10^4 \text{ кг/см}^2, \quad h_2 = 1,5 \text{ см}, \quad \nu_2 = 0,25.$$

Примем $R = R_1 = 40 \text{ см}$, $l = \pi R$.

Условно будем считать $m = 1$, $n = 4$.

Значения критической силы (в т/см) получаются в пределах

$$5,4264 < P_{cr} < 19,697$$

$$\text{при } 0 < \Delta < \frac{h_1}{2}.$$

Поменяв местами слои, получаем

$$3,4191 < P_{cr} < 6,2885.$$

Считая начальное состояние безмоментным, по формуле (4.1) для обоих случаев расположения слоев оболочки получим

$$P_{cr} = 5,8207 \text{ т/см},$$

причем P_{cr} , ввиду $\nu_1 = \nu_2$, не зависит от места приложения нагрузки.

Таким образом, в некоторых случаях, выбор места приложения нагрузки по торцам оболочки и способа расположения слоев может иметь очень важное значение с точки зрения ее устойчивости.

Условия закрепления краев также могут значительно влиять на величину критических сил.

Из (3.4) для однослойной изотропной оболочки при абсолютно жестких шпангоутах

$$P_{cr} = \frac{P_1}{1 + \frac{32}{\pi^2} \frac{\pi^2}{4m^2 - 1} \frac{1}{R} \frac{K}{C} - \left| \frac{32}{\pi^2 (4m^2 - 1)} - \frac{1}{m^2} \left| \left(\frac{ln}{-R} \right)^2 \right| \right|^{1/2}},$$

а при шпангоутах, допускающих радиальное смещение, согласно (3.6)

$$P_{cr}^{r,v} = \frac{P_c}{1 - \frac{32}{\pi^2} \frac{n^2}{4m^2 - 1} \frac{1}{K} \frac{K}{C}}$$

При сжатии по срединной поверхности $\left(\Delta = \frac{h}{2}\right)$ в случае

$$m = 1, \quad n = 4, \quad l = \pi R, \quad \nu = 0,25$$

жесткие шпангоуты увеличивают значения критических сил на 30%.

Выражаю глубокую благодарность проф. С. А. Амбарцумяну за постановку задачи.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступила 4 I 1966

Հ. Չ. ՄԻԿԵԼՅԱՆ

ԲԱԶՄԱՆԵՐՏ ԳՐԹԱՏՐՈՓ ՇՐՋԱՆԱՅԻՆ ՔԼԱՆԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԻԹ
ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա մ փ ո փ ո ս մ

Հողմածուժ գրավում է թաղանթի մոմենտային հավասարակշռության
փինակի կայունությունը:

Հետազոտվում է առանցքային ուժերի կիրառման տեղի և թաղանթի
շերտայնությունը բնութի ազդեցությունը կրիտիկական ուժի վրա:

G. Z. MIKELIAN

STABILITY OF MULTILAYER ORTHOTROPIC CIRCULAR CYLINDRICAL SHELL

Summary

In this paper the problem of stability of initial momental equilibrium state of the shell is considered.

The influence of the place of axis load application on the shell and also the influence of the nature of the multilayer on the critical strength are investigated.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных оболочек. Физматгиз, М., 1961.
2. Вольмир А. С. Гибкие пластины и оболочки. Гостехиздат, М., 1956.
3. Вольмир А. С. Устойчивость упругих систем. Физматгиз, М., 1963.
4. Гнуни В. Ц. О симметрически возбуждаемых колебаниях слоистых анизотропных гибких оболочек. Известия АН Арм. ССР, сер. физ.-мат. наук, т. II, № 3, 1962.
5. Муштаря Х. М., Галимов К. З. Нелинейная теория упругих оболочек. Таткинигиздат, Казань, 1957.
6. Новожилов В. В. Основы нелинейной теории упругости. Гостехиздат, Л.-М., 1948.