Известия НАН Армении, Физика, т.55, №1, с.43–52 (2020)

УДК 535.4

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ С ПРОСТРАНСТВЕННО-МОДУЛИРОВАННОЙ ГИРОТРОПИЕЙ

Л.С. АСЛАНЯН, А.О. ОВАКИМЯН*

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

*e-mail: harutyun.hovakimyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 2 сентября 2019 г.)

Рассмотрена задача распространения поляризованного света в оптически однородной анизотропной среде с пространственно-модулированной гиротропией. Анализ проведен с помощью численного решения системы связанных уравнений, полученных в приближении геометрической оптики. Для наглядности результаты численного анализа представлены также на сфере Пуанкаре. Показан резонансный характер зависимости амплитуды биений поляризации в зависимости от пространственной частоты модуляции гиротропии.

1. Введение

Метод геометрической оптики до сих пор остается одним из самых широко применяемых в волновых задачах. Как известно, он применим при рассмотрении самых разнообразных оптических задач и охватывает многие вопросы взаимодействия света с веществом как в области линейной, так и в нелинейной оптике, в том числе при исследований и явления распространения в квазиоднородных средах, когда параметры светового пучка плавно меняются и задача сводится к выявлению характера этих изменений в зависимости от свойств среды [1–3].

К сожалению, аналитическое решение такой системы связанных уравнений во многих случаях связано с определенными трудностями даже в случае применения приближенных методов. Однако, аналогия между квантовой механикой и оптикой в ряде случаев позволяет обойти эти трудности. Ярким примером применения такой аналогии является исследование взаимодействия резонансного оптического излучения с двухуровневыми атомами [4].

Аналогичная ситуация сложилась и в задачах по анализу распространения поляризованного света в средах с неоднородностью анизотропии, гиротопии или поглощения. Большое количество работ было посвящено методике анализа этих задач (см. [5–8] и ссылки там). Суть оптико-механической аналогии применительно к этим задачам сводится к тому, что собственные поляризации среды выступают в роли двух энергетических уровней, а матрица диэлектрической проницаемости-в роли оператора Гамильтона [5,9]. Соответственно, система уравнений, описывающая распространение поляризованного света в среде, превращается в аналог уравнения Шредингера. Особенность в том, что если в двухуровневом атоме переходы совершаются из-за взаимодействия атома со световым полем, здесь обмен энергией между собственными поляризациями обеспечивается за счет неоднородности самой среды. В результате такая аналогия позволяет использовать хорошо развитые методы из теории взаимодействия квазирезонансного излучения с атомом или теории магнитного резонанса [4,9].

Следует отметить, что в последние годы двухуровневые задачи вновь привлекли внимание исследователей в связи с обнаружением новых классов интегрируемых моделей [11–13]. Тем самым становится важным и поиск аналогов исследованных моделей в поляризационной оптике. В частности, в [14-16] рассмотрена возможность создания широкополосного преобразователя циркулярно поляризованного света в линейно поляризованный, в том числе и в присутствии внешнего магнитного поля (обобщенный эффект Фарадея), а также в случае гиротропной среды с модулированной анизотропией (оптический аналог магнитного резонанса). В [17] исследовано адиабатическое вращение и ахроматическое преобразование поляризации света в неоднородно анизотропных средах. Рассмотрение проведено на основе аналогии уравнений, описывающих пространственную динамику поляризации света в неоднородной анизотропной среде, и уравнения Шредингера, описывающего когерентное лазерное возбуждение трехуровневого атома. Рассмотрены также широкополосные преобразователи поляризации в средах с неоднородным линейным и циркулярным дихроизмом. В [18,19] обсуждается возможность создания широкополосного ротатора поляризации на основе композитных материалов.

Для наиболее эффективного управления параметрами света можно использовать явление пространственного резонанса по аналогии с магнитным резонансом [10]. Как известно, слабое магнитное поле способно оказать существенное воздействие на спин, находящийся в сильном магнитном поле, если это слабое поле непостоянно, а осциллирует на частоте близкой к ларморовой прецессии спина. Как было качественно показано в [20], поляризационное преобразование в анизотропной среде с пространственно-модулированной гиротропией также может быть существенной, если пространственная частота модуляции близка к частоте поляризационных биений света в анизотропной среде. В рамках оптико-механической аналогии [9], впервые аналитически решена задача распространения поляризованного света (как линейного, так и циркулярного) в среде с неоднородностью диэлектрической проницаемости и гиротропии. Показано, что в пространственной динамике поляризации света наблюдается «резонансная» зависимость, т.е. влияние неоднородности максимальна, когда пространственные изменения неоднородности анизотропии и гиротропии характеризуются одинаковыми функциональными зависимостями.

Целью настоящей работы является аналитическое решение задачи распространения линейно поляризованного света в одноосной анизотропной среде с гармонически модулированной гиротропией в приближении геометрической оптики. Интерес к такого рода задачам объясняется и с точки зрения получения информации о самой среде обсуждения возможности создания эффективных управляемых поляризационных элементов оптоэлектроники. Поэтому исследование особенностей распространения световой волны в средах с естественной или наведенной пространственной неоднородностью (в частности, анизотропии, гиротропии или поглощения) представляет интерес в различных областях физики.

Заметим также, что некоторые публикации свидетельствуют о повышении интереса к поляризационным задачам в фотонных кристаллах, в оптических волокнах с произвольным вращением оптической оси и к созданию на их основе поляризационных преобразователей [21,22].

2. Метод связанных уравнений

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально на оптически одноосную среду, ориентированную вдоль осей выбранной лабораторной системы координат. Ось z совпадает с направлением распространения волны, а x, y – выбраны сонаправленно главным осям одноосной анизотропной среды (для конкретности примем, что $\varepsilon_x > \varepsilon_y$). Материальное уравнение такой среды представим в виде [23]

$$D_i = \varepsilon_{ij}(z)E_j(z) + \gamma_{ijz}(z)\frac{\partial E_j(z)}{\partial z}. \tag{1}$$

Здесь учтено, что $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$. В общем случае от пространственной координаты z могут зависеть и анизотропные свойства – $\varepsilon_{ij}(z)$ и гиротропия – $\gamma_{ijz}(z)$. Однако, в отличие от [9], здесь допустим, что среда обладает постоянной линейной анизотропией $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_i\delta_{ij}$, где δ_{ij} символ Кронекера, а тензор $\gamma_{ijk}(z)$ характеризующий гиротропию представим в виде

$$\gamma_{ijk}(z) = \frac{c}{\omega}g(z)e_{ijk}. \tag{2}$$

Здесь e_{ijk} – единичный антисимметричный тензор, а $g(z)$ – пространственно-модулированная величина вектора гирации.

В случае нормального падения на такую среду одну из составляющих поля можно исключить с помощью уравнения $\mathrm{div}\mathbf{D} = 0$ и представить двумерное волновое уравнение в следующем виде [9,15]:

$$\frac{d^2\mathbf{E}(z)}{dz^2}+\frac{\omega^2}{c^2}\left\{\varepsilon_{ij}(z)E_j(z)+\gamma_{ijz}(z)\frac{\partial E_j(z)}{\partial z}\right\}=0, \qquad (3)$$
$$i,j=x,y.$$

В данной работе поглощением пренебрегаем, магнитную проницаемость считаем равной единице. Если пространственная модуляция гиротропии слабая, то амплитуда плоской монохроматической волны изменится на малую величину при прохождении волной расстояния порядка длины волны, т.е. амплитуда волны будет медленно меняющейся функцией координаты z. Чтобы разделить быстрые и медленные изменения поля решение (3) следует искать в следующем виде [5,24,25]

$$\mathbf{E}(z)=\mathbf{A}(z)\exp\{i\phi(z)\}. \qquad (4)$$

В (4) $\mathbf{A}(z)$ медленно меняющаяся комплексная амплитуда, а фазовый множитель $\phi(z)$ в условиях данной задачи представляется в виде

$$\phi(z)=\frac{\omega}{c}\int\sqrt{\frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y}{2}}dz=\frac{\omega}{c}n_0 z\,, \qquad (4a)$$

где $n_0=\sqrt{(\varepsilon_x+\varepsilon_y)/2}$ – средний показатель преломления. Подставив искомый вид решения (4) в уравнение (3) и учитывая медленность изменения $\mathbf{A}(z)$ (то есть пренебрегая малыми величинами $d^2\mathbf{A}(z)/dz^2$ и $\gamma_{ijz}(z)\,dA_j(z)/dz$), получим следующее векторное уравнение:

$$\frac{d\mathbf{A}(\mathrm{z})}{dz}=i\widehat{H}(z)\mathbf{A}(\mathrm{z})\,, \qquad (5)$$

где для сокращения записи введено следующее обозначение

$$H_{ij}(z)=\frac{1}{2\phi'}\left\{\left[\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_i-\left(\frac{d\phi}{dz}\right)^2\right]\delta_{ij}+\frac{\omega}{c}g(z)e_{ijz}\frac{d\phi}{dz}\right\}. \qquad (5a)$$

Таким образом система уравнений, описывающих распространение поляризованного света в среде, превращается в аналог уравнения Шредингера [9], причем оператор $\widehat{H}(z)$ является аналогом оператора Гамильтона и описывает свойства среды. После несложных преобразований систему (5) можно представить в более удобной форме

$$\frac{d\mathbf{A}(\mathrm{z})}{dz}=i\frac{\omega}{c}\widehat{V}(z)\mathbf{A}(\mathrm{z})\,. \qquad (6)$$

Здесь введено следующее обозначение

$$\widehat{V}(z) = \frac{\varepsilon_a}{4n_0}\widehat{\sigma_1} - \frac{g(z)}{2}\widehat{\sigma_3},$$

где $\varepsilon_a = \varepsilon_x - \varepsilon_y$ – постоянная величина анизотропии, а $\widehat{\sigma_i}$ матрицы Паули (явный вид этих матриц приведем в конце этого раздела).

Аналитическое решение системы (6) в присутствии гармонической модуляции гирации $g(z) = g_0 \cos(\Omega_g z)$, где g_0 – амплитудное значение вектора гирации, а Ω_g – пространственная частота модуляции, является достаточно сложной задачей. Для выяснения физической картины проведем численный анализ полученных уравнений. Запишем систему (6) в явном виде

$$\left.\begin{aligned} \frac{dA_x(\mathrm{z})}{dz} &= i\omega_a A_x(\mathrm{z}) - \omega_g \cos(\Omega_g z) A_y(\mathrm{z}) \\ \frac{dA_y(\mathrm{z})}{dz} &= \omega_g \cos(\Omega_g z) A_x(\mathrm{z}) - i\omega_a A_y(\mathrm{z}) \end{aligned}\right\}. \tag{7}$$

Здесь введены следующие обозначения

$$\omega_g = \frac{\pi}{\lambda} g_0,\ \omega_a = \frac{\pi\varepsilon_a}{2\lambda n_0}. \tag{7a}$$

Систему (7) надо дополнить также граничными условиями. Для конкретности примем, что на среду падает линейно поляризованная волна с азимутальным углом β. Тогда граничные условия запишутся в виде

$$A_1(z=0) = \cos\beta,\quad A_2(z=0) = \sin\beta. \tag{7b}$$

Для наглядности, результаты затем будут представлены также на сфере Пуанкаре. В связи с этим определим также параметры Стокса с помощью соотношений [26]

$$\mathbf{S}(z) = \mathbf{E}^{+}(z)\hat{\sigma}\mathbf{E}(z), \tag{8}$$

а матрицы Паули $\widehat{\sigma_i}$ имеют следующий вид

$$\hat{\sigma}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},\ \hat{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},\quad \hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\ \hat{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \tag{8a}$$

Заметим, из-за (7b) вектор Стокса нормирован на единицу. Его принято называть псевдоспином поляризации. В обсуждениях мы тоже будем придерживаться этой терминологии.

Система связанных уравнений (7) полностью описывает распространение поляризованной волны в анизотропной среде с неоднородной гиротропией, а (8) позволяет наглядно представить поведение вектора псевдоспина на сфере Пуанкаре. Следует особо подчеркнуть, что система (7) намного удобнее для численного анализа, чем исходная система (3) связанных волновых уравнений. Учитывая также, что геометрическая оптика применима для достаточно широкого круга задач, можно утверждать, что система (7) вполне пригодна для анализа поставленной задачи.

3. Численный анализ и обсуждение

Проведем численный анализ системы (7). Параметры счета соответствуют характерным значениям для гирации и анизотропии.

На рис.1a,b представлено поведение вектора Стокса на сфере Пуанкаре. Как видно из Рис.1a, ларморовской прецессии спина в магнитном поле соответствует вращение вектора псевдоспина по поверхности конуса (или биения поляризационного состояния света распространяющегося через однородную двупреломляющую среду).

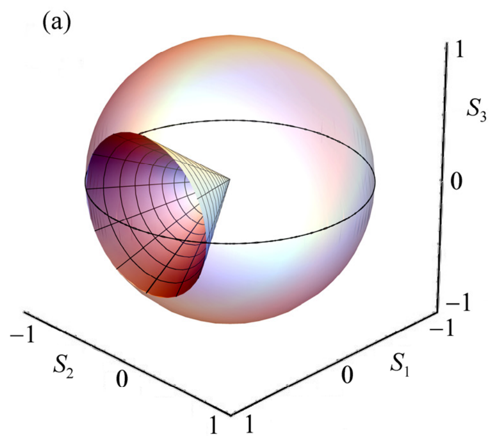

Рис.1. Поведение вектора псевдоспина на сфере Пуанкаре. Параметры счета: азимутальный угол $\beta = \pi/10$, $n_0 = 1.56$, $\lambda = 0.434$ мкм, $\varepsilon_a = 0.01$, $g_0 = 0.001$. (a) поведение вектора псевдоспина на сфере Пуанкаре в случае отсутствия гиротропии ($g_0 = 0$)-вращение вокруг оси S_1, (b) поведение вектора псевдоспина на сфере Пуанкаре в случае отсутствия анизотропии ($\varepsilon_a = 0$)-вращение в экваториальной плоскости.

В случае, когда среда является чисто гиротропной, вектор псевдоспина в случае линейно-поляризованной входящей волны, как известно (см. например [9]) вращается в экваториальной плоскости (см. рис.1b).

Теперь остановимся на более общем случае, когда в среде одновременно присутствуют и однородная анизотропия и гармонически модулированная гиротропия. На Рис.2 приведено поведение вектора псевдоспина на сфере Пуанкаре в случае, когда в среде отсутствует модуляция гиротропии. Как видно, в этом случае вектор псевдоспина также вращается по поверхности конуса, однако ось

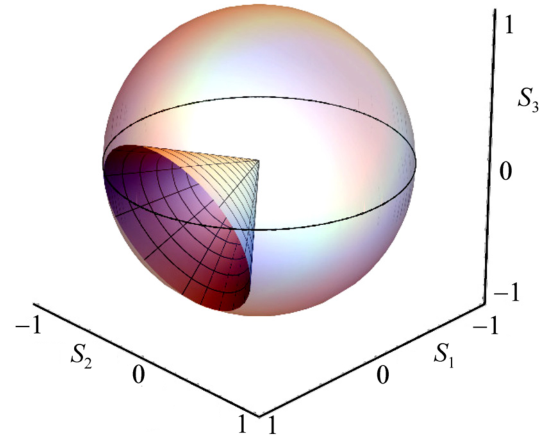

Рис.2. Поведение вектора псевдоспина на сфере Пуанкаре в случае одновременного присутствия однородной гиротропии и анизотропии. Параметры счета те же, что и на Рис.1.

вращения в этом случае повернута. Такое поведение также аналогична ларморовской прецесси спина в магнитном поле. В случае, когда гиротропия яжляется гармонично модулированной, поведение вектора псевдоспина существенно усложняется.

В качестве демонстрации на рис.3 представлены зависимости $I_y(z) = |A_y|^2$ (зависимость $I_x(z) = |A_x|^2$ имеет такой же вид и не приводится) при различных значениях пространственной частоты модуляции:

(a) $\Omega_g = 0.030$ мкм$^{-1}$,

(b) $\Omega_g = 0.0465$ мкм$^{-1}$,

(c) $\Omega_g = 0.055$ мкм$^{-1}$.

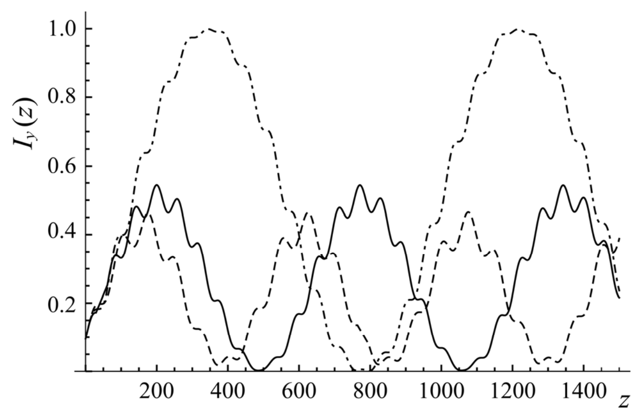

Рис.3. Результаты численного моделирования системы (12). Значения параметров следующие: $\varepsilon_a = 0.01$; $n_0 = 1.56$, $\lambda = 0.434$ мкм, $g_0 = 0.001$. Штриховая кривая – $\Omega_g = 0.03$ мкм$^{-1}$, пунктирная кривая – $\Omega_g = 0.0465$ мкм$^{-1}$, сплошная кривая – $\Omega_g = 0.055$ мкм$^{-1}$.

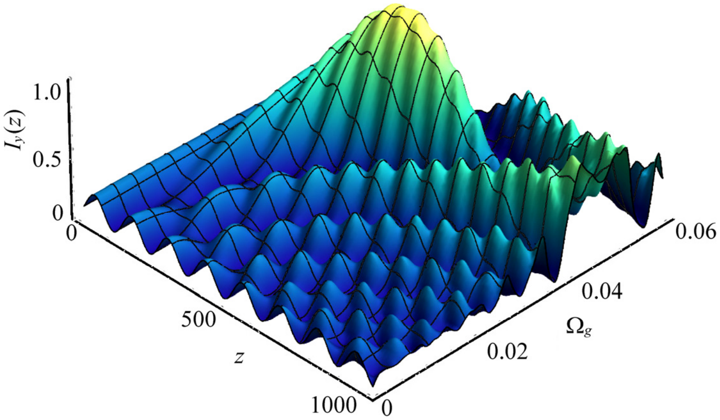

Рис.4. Резонансная зависимость $I_y(z, \Omega_g)$ составляющей.

Как видно из рисунка, в случае пространственной гармонической модуляции влияние малой гиротропии резонансно увеличивается (пунктирная кривая). Резонансно увеличивается также пространственный период поляризационных биений. Более наглядно резонансный характер пространственной динамики от частоты модуляции Ω_g представлен на рис.4, где показана трехмерная зависимость $I_x(z,\Omega_g)$. Заметим, что сечение плоскостью перпендикулярной оси Ω_g соответствуют различным зависимостям рис.3. Для сравнения на рис.5 представлено также поведение вектора Стокса на сфере Пуанкаре в соответствующих случаях. Сравнение этих рисунков демонстрирует существенное влияние модуляции и роль пространственного резонанса. В случае, когда среда обладает постоянной анизотропией и гиротропией ось вращения вектора псевдоспина поворачивается, а амплитуда биений уменьшается (сравни рис.1а и рис.5а). При той же самой гиротропии пространственная модуляция усиливает ее влияние на амплитуду и пространственную частоту биений. При этом влияние носит резонансный характер модуляция максимальна, когда пространственные частоты модуляции и

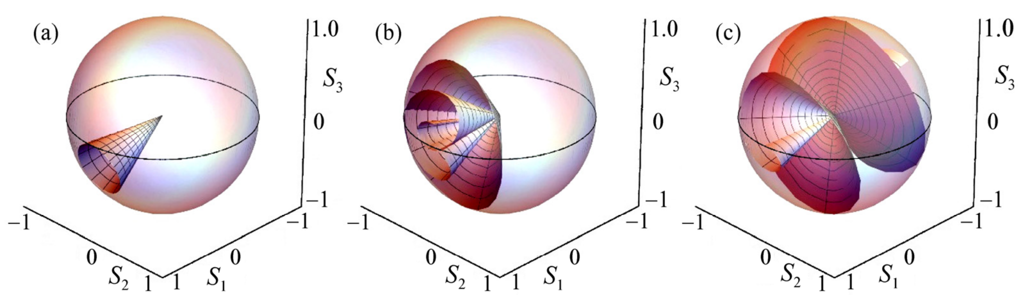

Рис.5. Поведение поляризации на сфере Пуанкаре (результаты численного моделирования). Значения параметров те же, что и на рис.3; (a) $\Omega_g = 0$, (b) $\Omega_g = 0.03$ мкм$^{-1}$, (c) $\Omega_g = 0.0465$ мкм$^{-1}$.

поляризационных биений совпадают. Как видно из рис.5b, вдали от резонанса вектор псевдоспина вращается по сложной конической поверхности с самопересечениями (толщина образца во всех случаях составляет ~500мкм). При увеличении толщины угловой раствор конуса не увеличивается, однако растет число самопересечений и картина существенно усложняется. Соответственно на рис.5c представлена аналогичная зависимость в случае точного резонанса. Как видно, в случае точного резонанса вращение вектора псевдоспина охватывает всю поверхность сферы Пуанкаре.

4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе проведен анализ пространственной динамики поляризации света в анизотропной среде с гармонически модулированной гиротропией. Показана, что в присутствии модуляции существенно меняется характер поведения поляризации в анизотропной среде. В частности, наблюдается резонансное увеличение амплитуды прецессии и пространственного периода осцилляций, а также резонансно увеличивается пространственный период осцилляций (см. рис.3,4). Это означает, что при использовании явления пространственного резонанса можно управлять состоянием поляризации света при небольших толщинах образца, или небольших значениях внешних управляющих параметров.

Подчеркнем, что применение приближенного метода геометрической оптики существенно упрощает численный анализ, а представление поведения псевдоспина на сфере Пуанкаре способствует более наглядной интерпретации результатов. Наглядность рассмотрения известных задач позволяет сделать вывод, что в рамках этого подхода могут быть исследованы особенности поляризационного преобразования света и в других оптически неоднородных линейных и нелинейных средах.

Как известно (см., например, [4]), двухуровневые задачи в световом поле удается аналитически решить после перехода к уравнениям Блоха и применения приближения вращающейся волны. Следует ожидать, что аналогичный подход можно применять и в данном случае, что, по-видимому, позволит аналитически решить задачу.

ЛИТЕРАТУРА

1. **P. Berczynski, Yu.A. Kravtsov, A.P. Sukhorukov**. Physica D, **239**, 241 (2010).
2. **K. Kim, D.-H. Lee, H. Lim**. Europhys. Lett., **69**(2), 207 (2005).
3. **Yu.A. Kravtsov, O.N. Naida, A.A. Fukui.** Geometrical optics of weakly anisotropic media. Gordon & Breach, London, N.Y., 1997.
4. **Л. Аллен, Дж. Эберли**. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М., Мир, 1978.

5. **H. Kubo, R. Nagata.** JOSA, **73**(12), 1719 (1985).
6. **S.E. Segre.** J. Phys., **36**, 2806 (2003).
7. **Yu.A. Kravtsov, B. Bieg.** Central European Journal of Physics, **6**(3), 563 (2008).
8. **A.A. Rangelov, U. Gaubatz, N.V. Vitanov.** Opt. Commun., **283**, 3891 (2010).
9. **A.L. Aslanyan, L.S. Aslanyan, S.K. Nazaryan**. J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), **47**, 23 (2012).
10. **Ч. Сликтер.** Основы теории магнитного резонанса, М., Мир,1981.
11. **G. Saget, A.M. Ishkhanyan, C. Leroy, T.A. Ishkhanyan.** J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), **52**, 324 (2017).
12. **B.W. Shore.** Acta Physica Slovaca, **58**(3), 243 (2008).
13. **C. Cohen-Tannoudji.** Atoms in electromagnetic fields. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2004.
14. **М.Я. Даршт, Б.Я. Зельдович, Н.Д. Кундикова.** Опт. и спектр., **82**, 660 (1997).
15. **A.L. Aslanyan, L.S. Aslanyan, S.K. Nazaryan.** Proceedings of SPIE, **8414,** 841411 (2012).
16. **H. Kuratsuji, Sh. Kakigi.** Phys. Rev. Lett., **80**, 18881891 (1998).
17. **A.A. Rangelov, U. Gaubats, N.V. Vitanov.** Opt. Commun., **283** 3891 (2010).
18. **A.A. Rangelova, E. Kyoseva.** Broadband composite polarization rotator. Optics Commun., **338**, 574 (2015).
19. **K. Hannam, D.A. Powell, I.V. Shadrivov, Y.S. Kivshar.** Physical Review B, **89**, 125105 (2014).
20. **В.С. Запасский, Г.Г. Козлов.** УФН, **169**(8), 909 (1999).
21. **V.R. Tuz, M.Yu. Vidil, S.L. Prosvirin.** J. Opt., **12,** 095102 (2010).
22. **R. Botet, H. Kuratsuji.** Physical Review E, **83**, 036602 (2011).
23. **Л.Д Ландау, Е.М. Лифшиц.** Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2005.
24. **A.L. Aslanyan, L.S. Aslanyan, Yu.S. Chilingaryan.** Optics and Spectroscopy, **116**(3), 483 (2014).
25. **A.L. Aslanyan, L.S. Aslanyan, R.B. Alaverdyan, G.S. Gevorgyan, S.Ts. Nersisyan.** J. Contemp. Phys. (Armenian Ac. Sci.), **50**, 137 (2015).
26. **Э. О'Нейл.** Введение в статистическую оптику, М., Мир, 1966.

GEOMETRICAL OPTICS OF AN ANISOTROPIC MEDIA WITH SPACE MODULATED GYROTROPY

L.S ASLANYAN, H.H. HOVAKIMYAN

The problem of the propagation of polarized light in an optically homogeneous anisotropic medium with spatially modulated gyrotropy is considered. The analysis was carried out using a numerical solution of a system of related equations obtained in the approximation of geometric optics. For clarity, the results of numerical analysis are also presented on the Poincare sphere. The resonance character of the dependence of the amplitude of polarization beats as a function of the spatial frequency of gyrotropy modulation is shown.