

Г. С. Саакян, М. А. Мнацаканян

ЗВЕЗДНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ ВЫРОЖДЕННОГО ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА

1. В ньютоновском варианте обобщенной теории гравитации структура и интегральные параметры холодных статических сферических звездных конфигураций определяются следующей системой уравнений [1],

$$m' = 4\pi r^2 \rho(r),$$

$$P' = -\frac{k\rho m}{r^2},$$

$$k'' + \frac{2}{r} k' - \frac{3}{2} \frac{k'^2}{k} = \frac{1}{2\zeta} \frac{k^3 m^2}{r^4}, \quad (1)$$

где ρ —плотность массы, P —давление, m —масса, заключенная в сфере радиуса r , $\zeta = -30$ — характерная безразмерная постоянная новой теории, $k(r)$ — „константа“ всемирного тяготения, которую ниже мы называем гравитационным скаляром. Как обычно, мы пользуемся системой единиц: $m_n^4 c^5 / (32\pi^2 h^3) = 1/4\pi$, $c = k_0 = 1$, где k_0 —ньютоновская гравитационная постоянная.

В этой работе нас интересуют статические конфигурации нейтральной плазмы, состоящей из атомных ядер и вырожденного электронного газа („ eA “ фаза вещества). При достаточно малых температурах [2] в такой электронно-ядерной плазме атомные ядра совершают лишь нулевые колеба-

ния около фиксированных точек равновесия, поэтому они не дают вклада в давление. Однако плотность массы определяется именно атомными ядрами. Для плотности массы и давления имеем [3]

$$\rho \approx m_p \sum_k A_k N_k = m_p N_e \left(\frac{\bar{A}}{Z} \right),$$

$$P = \frac{1}{3\pi} \frac{m_e^4}{m_n^4} \left[s(2s^2 - 3) \sqrt{1 + s^2} + 3 \ln(s + \sqrt{1 + s^2}) \right],$$

$$s = (3\pi^2)^{1/3} h N_e^{1/3} / m_e,$$

где A_k , Z_k и N_k — соответственно массовое число, порядковый номер и плотность числа ядер k -го типа, m_e , m_p и m_n — массы электрона, протона и нейтрона, N_e — плотность электронов.

Отношение числа нуклонов и протонов в ядрах A_k/Z_k при переходе от одного ядра к другому слабо изменяется, поэтому в (2) оно заменено его средним значением \bar{A}/Z и вынесено из-под знака суммирования. В присутствии вырожденного электронного газа свойства атомных ядер зависят от граничной энергии E_e электронов и, тем самым, от давления. При малых E_e числа протонов и нейтронов в ядрах, в зависимости от вида элемента, или равны, или мало отличаются друг от друга. С повышением E_e при некоторых ее значениях ядро становится нестабильным относительно процесса обратного β -распада: электрон захватывается ядром и испускает нейтрино $(A, Z) + e \rightarrow (A, Z + 1) + \nu$. Вследствие этого явления на определенных расстояниях от поверхности конфигурации происходит скачкообразное изменение отношения A_k/Z_k . Число скачков зависит от вида ядра. При $E_e \approx 23 \text{ Mev}$ (чему соответствует $\rho \approx 2.5 \cdot 10^{11} \text{ г см}^{-3}$, $\bar{A}/Z \approx 2.8$) образуется новая нейтронно-электронно-ядерная фаза „ neA “. Здесь при дальнейшем повышении плотности граничная энергия электронов E_e и A_k/Z_k остаются по-

стоянными до образования „PneA“ фазы (p —означает протон), когда плотность достигает значения $\rho \approx 6.1 \cdot 10^{13} \text{ г.см}^{-3}$. После этого E_s и A_k/Z_k снова начинают расти, пока не достигнут значений $E_s \approx 64 \text{ Mev}$, $\overline{A/Z} \approx 7$. Затем происходит развал ядер и образование сплошной ядерной материи.

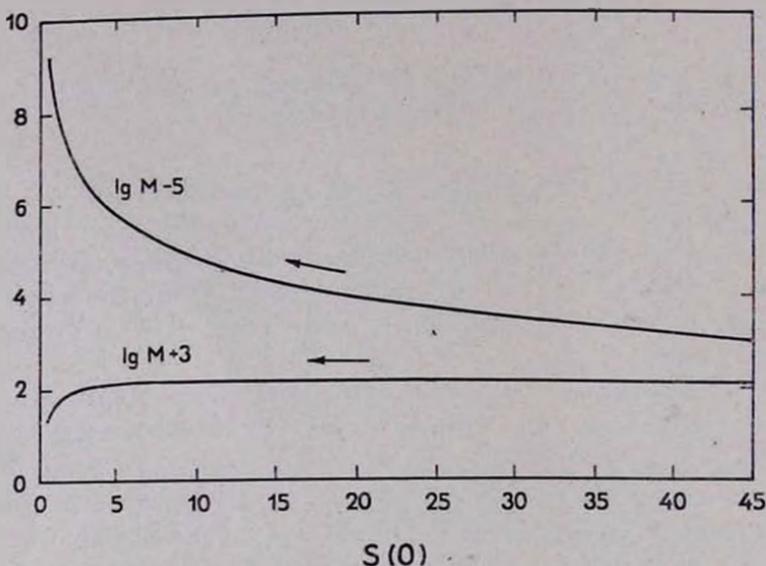


Рис. 1. Зависимость массы конфигураций, состоящих из вырожденной электронно-ядерной плазмы, от параметра $s(0)$. По оси ординат шкала логарифмическая. Верхняя кривая (аномальная ветвь) изображает конфигурации с массами $M \approx 5 \cdot 10^8 M_{\odot}$, а нижняя (нормальная ветвь) — конфигурации обычных белых карликов. Стрелками указаны направления возрастания радиуса конфигураций. Продолжение кривых в области больших плотностей представляет нейтронные конфигурации. Масса измеряется в единицах $9.29 M_{\odot}$.

նկ. 1. Այլառեւոյած էլեկտրոնա-միջուկային պլազմայից բաղկացած կոնֆիգուրացիաների զանգվածների կախումը $s(0)$ պարամետրից: Օրդինատների առանցքով սանդղակը լոգարիթմական է: Վերին կորը (ոչ նորմալ ճյուղ) պատկերում է $M \approx 5 \cdot 10^8$ զանգվածներով կոնֆիգուրացիաներ, իսկ ներքեինը (նորմալ ճյուղ)՝ սովորական սպիտակ թզուկների կոնֆիգուրացիաները: Սլաքներից նշանակված են կոնֆիգուրացիաների շառավղի անման ուղղութիւնը: Կորի շարունակութիւնը մեծ խտութիւնների տիրույթում ներկայացնում է նեյտրոնային կոնֆիգուրացիաներ: Զանգվածի միավորը $9.29 M_{\odot}$ է:

Теперь нам нужно установить связь между P и ρ для интересующей нас „eA“ фазы. Как видно из (2), с этой целью прежде всего необходимо задать химический состав

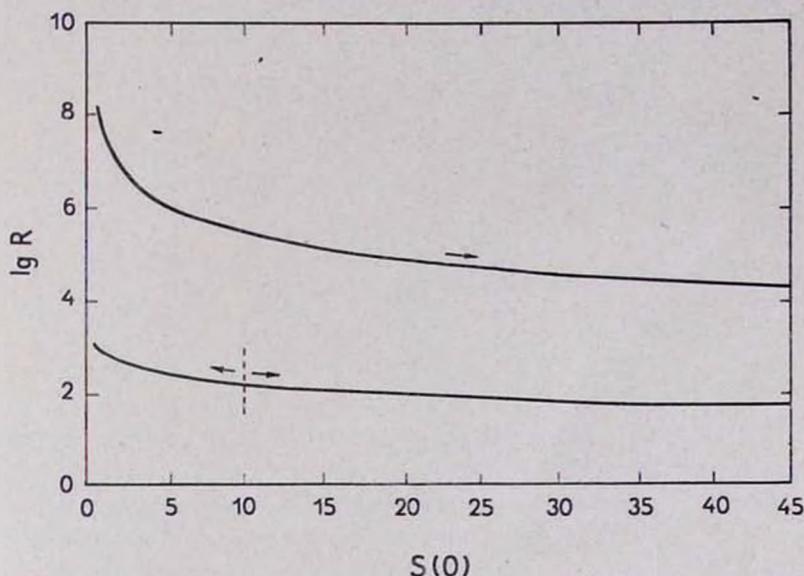


Рис. 2. Зависимость радиуса конфигураций, принадлежащих аномальной и нормальной ветвям решений, от параметра $s(0)$. Стрелками отмечено направление убывания M . Радиус измерен в единицах 13.7 км.

Նկ. 2. Ոչ նորմալ և նորմալ ճյուղերի լուծումներին պատկանող կոնֆիգուրացիաների շառավղի կախումը $s(0)$ պարամետրից: Սլաբներով նշված է M -ի վազման ուղղությունը: Շտապղի շափման միավորն է 13.7 կմ:

вещества, а также определить зависимость A_k/Z_k от E_e . Последний вопрос подробно исследовался в работах [3—5]. Зависимость A_k/Z_k от E_e изображается ступенчатой кривой. В интервале $0 < E_e/m_e < 140$ у гелия два скачка, а у тяжелых ядер их очень много (см. рис. 1 в [3]). В упомянутой работе предполагалось, что химический состав вещества является неоднородным и зависимость $\overline{A/Z}$ представлялась следующей приближенной формулой

$$\overline{A/Z} = 2 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3, \quad (3)$$

где $\alpha_1 = 1.255 \cdot 10^{-2}$; $\alpha_2 = 1.755 \cdot 10^{-5}$; $\alpha_3 = 1.376 \cdot 10^{-6}$. Аппроксимация является достаточно хорошей, особенно для элементов со средним атомным весом.

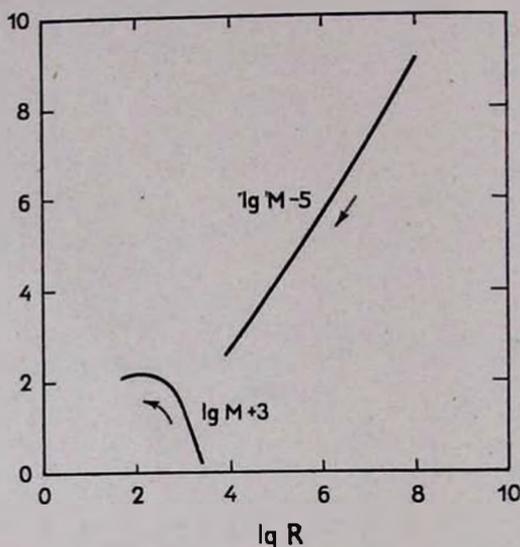


Рис. 3. Зависимость массы конфигураций от радиуса (по обеим осям шкала логарифмическая). Стрелками указаны направления роста параметра $s(0)$. Нижняя кривая представляет нормальную ветвь. Использована система единиц, принятая в работе.

Նկ. 3. Կոնֆիգուրացիաների զանգվածի կախումը շառավղից (երկու ասանցքներով էլ լոգարիթմական սանդղակ է): Սլաքները ժողց են տալիս $s(0)$ սարմաների աճի ուղղությունը: Ներքին կորը ներկայացնում է նորմալ ճյուղը: Օգտագործված է աշխատանքում ընդունված միավորների սխեմներ:

2. Используя соотношения (2) и (3), уравнения (1) можно привести к следующему виду

$$m' = \frac{32}{3} \frac{m_s^3}{m_n^3} r^3 s^3 (2 + \alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s^3),$$

$$s' = - \frac{m_n}{m_s} \frac{k m}{s r^2} (2 + \alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s^3) \sqrt{1 + s^2}, \quad (4)$$

$$k'' + \frac{2}{r} k' - \frac{3}{2} \frac{k'^2}{k} = -\frac{k^2 m^2}{60r^4}.$$

В качестве граничных условий к этим уравнениям следует принять

$$m(0) = 0; \quad s(R) = 0; \quad m(R) = M;$$

$$k(R) = \frac{1}{1 + 2\alpha w + \beta w^2}; \quad k'(R) = \frac{2w(\alpha + \beta w)}{R(1 + 2\alpha w + \beta w^2)^2};$$
(5)

$$\alpha = \frac{1}{3 - 2\zeta} = \frac{1}{63}, \quad \beta = \alpha^2 - \frac{1}{4\zeta} = 8.58 \cdot 10^{-3};$$

$$w = \frac{M}{R};$$

где R — радиус, а M — масса конфигурации. Смысл первых трех условий очевиден, а последние два получаются из требования непрерывности гравитационного скаляра и его производной на поверхности небесного тела [1, 6].

Интегрирование системы уравнений (4) проводилось численным способом. Результаты представлены в таблице и на рис. 1—4.

Как в случае расчетов нейтронных конфигураций [6], так и здесь основным результатом следует считать наличие двух независимых линейных серий решений, названных нами „нормальным“ и „аномальным“. Нормальная ветвь решения представляет конфигурации с массами порядка солнечной. Она является продолжением нормальной ветви решений для нейтронных конфигураций и соответствует небесным телам, известным под названием белых карликов. Аномальной ветви принадлежат конфигурации с массами, намного превышающими массу Солнца, а именно с $5 \cdot 10^8 \lesssim M \lesssim 10^{13} M_{\odot}$. При больших центральных плотностях она переходит в соответствующую ветвь решений, изображающую нейтронные конфигурации с массами $0 < M \lesssim 5 \cdot 10^8 M_{\odot}$.

При $s(0) \equiv s_0 \ll 1$ и $M \gg 1$ имеем следующие асимптотические зависимости

$$M \sim S_0^{-9/12}; R \sim S_0^{4/12}; M \sim R^{-2/12}.$$

Полученные как в нашей предыдущей, так и в этой работе результаты следует считать лишь качественно верными. Радиусы конфигураций, принадлежащих аномальной

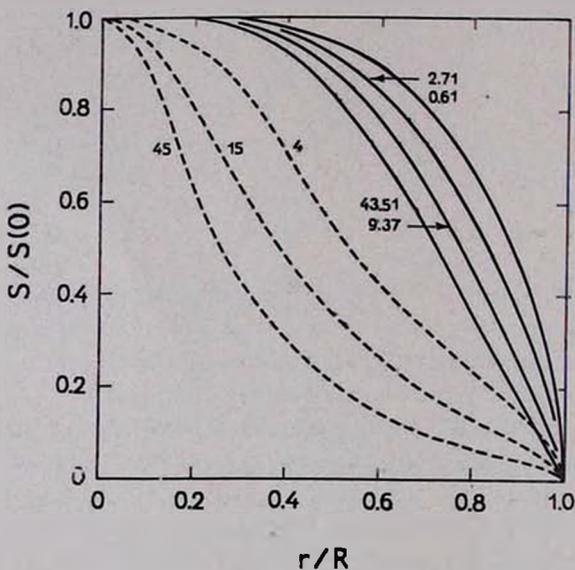


Рис. 4. График функции $s(r)$, где r —расстояние от центра конфигурации. Числами на кривых указаны значения параметра $s(0)$ для соответствующих конфигураций. Пунктирные кривые соответствуют нормальной ветви, а сплошные—аномальной.

Նկ. 4. $s(r)$ ֆունկցիայի գրաֆիկը, որտեղ r -ը հեռավորությունն է կենտրոնադրանքի կենտրոնից: Կորերի վրա թվերով նշանակված են $s(0)$ պարամետրի արժեքները համապատասխան կենտրոնադրանքի համար: Կետայգծերով կորերը համապատասխանում են նորմալ ճյուղին, իսկ լիքը՝ անոմալ ճյուղին:

ветви кривых, значительно меньше их гравитационного радиуса. В этом случае, очевидно, метрические свойства пространства будут сильно отличаться от евклидоваго, а поэтому в основу расчетов таких моделей небесных тел дол-

жна быть положена общая теория относительности. Этот вопрос составляет предмет исследований наших последующих работ.

Таблица

Конфигурации вырожденного газа электронов
по обобщенной теории гравитации Ньютона

Аномальная ветвь		Нормальная ветвь	
	Масса	Радиус	
0.615	$9.812 \cdot 10^{13}$	$9.81 \cdot 10^7$	Обычные конфигурации белых карликов
1.111	$1.064 \cdot 10^{13}$	$2.66 \cdot 10^7$	
1.631	$2.160 \cdot 10^{12}$	$1.08 \cdot 10^7$	
2.707	$3.746 \cdot 10^{11}$	$3.75 \cdot 10^6$	
3.637	$1.450 \cdot 10^{11}$	$2.07 \cdot 10^6$	
4.885	$5.769 \cdot 10^{10}$	$1.15 \cdot 10^6$	
9.370	$8.014 \cdot 10^9$	$3.20 \cdot 10^5$	
11.683	$4.166 \cdot 10^9$	$2.08 \cdot 10^5$	
18.940	$1.011 \cdot 10^9$	$8.08 \cdot 10^4$	
24.085	$5.065 \cdot 10^8$	$5.06 \cdot 10^4$	
30.878	$2.497 \cdot 10^8$	$3.12 \cdot 10^4$	
43.510	$9.667 \cdot 10^7$	$1.61 \cdot 10^4$	
55.410	$5.105 \cdot 10^7$	$1.02 \cdot 10^4$	

Примечание. Значения массы и радиуса конфигураций в таблице приведены в единицах $c = k_0 = 1$, $k_l = m_l c^3 / (32 \pi^2 h^3) = \frac{1}{4\pi}$. Чтобы массу выразить в солнечных единицах, а радиус в километрах, необходимо табличные данные умножить на 9.29 и 13.7 соответственно.

В заключение выражаем благодарность академику В. А. Амбарцумяну за обсуждения и дирекцию Филиала Бюраканской обсерватории, предоставившей в наше распоряжение ЭВМ Наири.

Ереванский государственный университет,
Бюраканская астрофизическая обсерватория.

Գ. Ս. ՄԱՀԱԿՅԱՆ, Մ. Ա. ՄՆԱՑԱԿԱՆՅԱՆ

ԱՅԼԱՍԵՌՈՎԱԾ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՑԻՆ ԳԱԶԻ ԱՍՏՂԱՑԻՆ
ԿՈՆՖԻԳՈՒՐԱՑԻԱՆՆԵՐ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Հաշված են ատոմների միջուկներից և այլասեռված էլեկտրոնային գազից (չեզոք էլեկտրոնա-միջուկային պլազմա) բաղկացած գնդաձև ստատիկ աստղային կոնֆիգուրացիաների պարամետրերը: Հաշվումների հիմքում ընկած են Նյուտոնի ընդհանրացված ձգողականության տեսության հավասարումները: Զանգվածի և շառավղի կենտրոնական խտությունից կախման կորերը բաղկացած են երկու միմյանց շհատող ճյուղերից, որոնց մենք անվանել ենք *անորմալ* և *սղ-նորմալ*:

$M(\rho_0)$ կորի նորմալ ճյուղի կետերը ներկայացնում են սովորական սպիտակ թզուկների կոնֆիգուրացիաները: $M(\rho_0)$ կորի ոչ-նորմալ ճյուղը ներկայացնում է $5 \cdot 10^8 < M < 10^{13} M_{\odot}$ զանգվածի արժեքներով կոնֆիգուրացիաները: Ոչ-նորմալ ճյուղի վրա համապատասխան կոնֆիգուրացիաների շառավիղները ընդգրկում են $1.4 \cdot 10^5 < R < 1.3 \cdot 10^9$ կմ միջակայքը:

G. S. SAHAKIAN, M. A. MNATSAKANIAN

STELLAR CONFIGURATIONS OF DEGENERATE
ELECTRONIC GAS

S u m m a r y

The parameters of spherically symmetric static stellar configurations consisting of atomic nuclei and degenerate electron gas are computed. The equations of the generalized theory of newtonian gravity are used. The mass and radius dependences from the central density consist of two branches, named „normal“ and „anomal“. The first represents the known ordinary white dwarf configurations. The second one corresponds to the stellar bodies with masses $5 \cdot 10^8 \lesssim M/M_{\odot} \lesssim 10^{13}$ and radii $1.4 \cdot 10^5 \lesssim R \lesssim 1.3 \cdot 10^9$ km.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. С. Саакян, М. А. Мнацаканян, *Астрофизика*, 3, 311, 1967.
2. Д. А. Киржниц, *ЖЭТФ*, 38 503, 1960.
3. Г. С. Саакян, Э. В. Чубарян, *Сообщения Бюраканской обсерватория*, 34, 99, 1963.
4. G. B. van Albada, *B. A. N.*, 10, 161, 1946; *Ap. J.*, 105, 393, 1947.
5. E. E. Salpeter, *Ap. J.*, 134, 699, 1961.
6. Г. С. Саакян и М. А. Мнацаканян, *Астрофизика*, 4, 181, 1968.