

А. А. Ватьян

О возможных сверхплотных звездных конфигурациях

ВВЕДЕНИЕ

В области теоретического изучения внутреннего строения белых карликов проделана большая работа. Результаты, полученные в этой области, обладают большей достоверностью, чем те, которые получены для других звезд. Из-за неимения достаточного наблюдательного материала дальнейшее развитие этой теории несколько затрудняется, но это не мешает все же искать новые пути для теоретического изучения этих, весьма интересных объектов. В частности представляется интересным решить вопрос—являются ли белые карлики единственно возможными конфигурациями равновесия вырожденной материи или возможны другие, еще более плотные конфигурации с радиусами порядка десятков километров. Вопрос о реальном существовании сверхплотных конфигураций ставится уже, например, в работах Цвикки о сверхновых звездах. Но кроме самодеющего интереса вопрос об этих конфигурациях связан с вопросом о существовании весьма плотных ядер у обычных звезд. Проблеме сверхплотных конфигураций и посвящена настоящая работа.

В этой работе мы рассматриваем три возможных случая: а) звездная материя состоит из совокупности свободных электронов и освобожденных ядер—протонов; б) она состоит из нейтронов и в) материя состоит из смеси указанных частиц. При достаточно больших плотностях звездная материя будет крайне вырождена. Понятно, что при таких условиях, вместе с электронным газом, будут вырождены и протонный и нейтронный газы. Это будет при столь большой плотности, что большинство электронов будет иметь скорость порядка скорости света и для них мы будем принимать крайне релятивистское соотношение между кинетической энергией и импульсом, т. е. $E \cong cP$. Возможно, что иногда (при больших плотностях) протоны и нейтроны тоже имеют сравнительно большие скорости, но для них мы не делаем каких-либо крайних предположений и рассматриваем общее соотношение между их кинетической энергией и импульсом, т. е. мы точно учитываем релятивистский эффект изменения массы.

Для исследования равновесных звездных конфигураций фундаментальное значение имеет знание уравнения состояния материи, т. е. соотношение между общим давлением P и плотностью ρ . Отметим, что при наличии вырождения общее давление практически равно газовому давлению, т. к. радиативное давление пренебрежимо мало по сравнению с газовым. Поскольку давление вырожденного газа не зависит от температуры, распределение источников звездной энергии никак не влияет на механическое равновесие звезды. Эти обстоятельства делают излишним какие-либо предположения относительно распределения источников и коэффициента непрозрачности и тем самым крайне облегчается решение задачи. Мы не рассматриваем влияния внешней оболочки, состоящей из идеального газа, на структуру звезды. Влияние такой оболочки, как показал Чаудрасекар, вносит незначительные поправки.

Получив дифференциальные уравнения равновесия для рассматриваемых конфигураций, мы численно решаем их и на основе полученных результатов вычисляем значение массы, плотности и радиуса. При вычислениях для определенности значения молекулярного веса μ принято равным единице. В случае, когда оно отличается от единицы, нужно умножить M на μ^{-2} , r на μ^{-1} и ρ на μ соответственно.

Начнем с рассмотрения модели так называемой электронно-протонной звезды.

I. Модель электронно-протонной звезды

Здесь мы рассматриваем такие звездные конфигурации, которые находятся в механическом равновесии и состоят из совокупности свободных электронов и освобожденных ядер—протонов. Чтобы получить общее уравнение состояния материи электронно-протонной звезды, сперва выведем таковое для электронного и протонного газов в отдельности и потом сложим полученные парциальные плотности и давления.

1. Электронный газ. Обозначим парциальное давление электронов через P_e , плотность через ρ_e , импульс через p_e , массу через m_e , скорость через V и кинетическую энергию электрона через E_e . Для крайне вырожденного электронного газа имеем уравнения:

$$P_e = \frac{8\pi}{3h^3} \int_0^{p_{e0}} \rho_e^3 \frac{\partial E_e}{\partial p_e} dp_e, \quad (1)$$

$$\rho_0 = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^{p_{00}} m_0' p_0'^2 dp_0', \quad (2)$$

где p_{00} — максимальный импульс, m_0' — движущаяся масса и h^3 — объем одной клетки фазового пространства.

Из специальной теории относительности имеем:

$$E_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (3)$$

$$P_0 = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad (4)$$

где $\beta = \frac{v}{c}$. Комбинация (3) и (4) дает:

$$E_0 = p_0 \frac{c^2}{v}. \quad (5)$$

Так как по предположению $v \approx c$, то окончательно для кинетической энергии электрона получаем выражение

$$E_0 \approx c p_0. \quad (5')$$

Дифференцируя (5') и подставляя в (1), получаем

$$P_0 = \frac{8\pi c}{3h^3} \int_0^{p_{00}} p_0'^3 dp_0'. \quad (6)$$

В (2) m_0' заменяем ее значением из уравнения (4) при $v \approx c$ ($m_0' \approx \frac{P_0}{c}$), которая дает

$$\rho_0 = \frac{8\pi}{ch^3} \int_0^{p_{00}} p_0'^3 dp_0'. \quad (7)$$

Интегрируя (6) и (7), получаем:

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \frac{2\pi c}{3h^3} p_{00}^4, \\ \rho_0 &= \frac{2\pi}{ch^3} p_{00}^4. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Вводя новую переменную $x = p_0 / m_e c$, представим последние уравнения в следующей форме:

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \frac{2\pi m_e^4 c^5}{3h^3} x^4, \\ \rho_0 &= \frac{2\pi m_e^4 c^3}{h^3} x^4; \end{aligned} \right\} \quad (8')$$

Получается (из 8') соотношение

$$P_0 = \frac{1}{3} c^2 \rho_0. \quad (9)$$

Это и есть уравнение состояния вырожденного электронного газа при исключительно высокой плотности. Оно напоминает изотермическое уравнение состояния идеального газа.

2. Протонный газ. Подобно тому как мы сделали в случае с электронами, обозначим давление протонов через P_p , плотность — ρ_p , импульс — p_p , массу — m_p , скорость — w , кинетическую энергию — E_p . Для давления и плотности, как и раньше, имеем выражения:

$$P_p = \frac{8\pi}{3h^3} \int_0^{p_{op}} p_p^3 \frac{dE_p}{dp_p} dp_p, \quad (10)$$

$$\rho_p = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^{p_{op}} m_p' p_p^2 dp_p, \quad (11)$$

где p_{op} — максимальный импульс протона и m_p' — движущаяся масса. Напишем выражение для энергии и массы из специальной теории относительности:

$$E_p = m_p c^2 \left[\left(1 + \frac{p_p^2}{m_p^2 c^2} \right)^{1/2} - 1 \right], \quad (12)$$

$$m_p' = m_p \left(1 + \frac{p_p^2}{m_p^2 c^2} \right)^{1/2}, \quad (13)$$

или

$$E_p = m_p c^2 [(1 + y_1^2)^{1/2} - 1], \quad (12')$$

$$m_p' = m_p (1 + y_1^2)^{1/2} \quad (13')$$

где $y_1 = p_p / m_p c$, а c — скорость света.

При помощи (12') и (13') интегралы, представляющие давление и плотность, можно изобразить так:

$$P_p = \frac{8\pi m_p^4 c^5}{3h^3} \int_0^y y_1^4 (1 + y_1^2)^{-1/2} dy_1, \quad (14)$$

$$\rho_p = \frac{8\pi m_p^4 c^3}{h^3} \int_0^y y_1^2 (1 + y_1^2)^{1/2} dy_1, \quad (15)$$

где y — максимальное значение y_1 и соответствует максимальному импульсу протонов.

Интегрированием (14) и (15) получаем выражения для P_p и ρ_p в параметрической форме:

$$\left. \begin{aligned} P_p &= \frac{\pi m_p^4 c^5}{3h^3} \{ y(1+y^2)^{1/2} (2y^2-3) + 3 \ln(y + \sqrt{1+y^2}) \}, \\ \rho_p &= \frac{\pi m_p^4 c^3}{h^3} \{ y(1+y^2)^{1/2} (1+2y^2) - \ln(y + \sqrt{1+y^2}) \}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Эти уравнения дают уравнение состояния материи, состоящей из одних лишь вырожденных протонов. Они аналогичны уравнениям, полученным Чандрасекаром для электронов.

3. Полное давление и плотность. При выводе уравнения состояния для смеси протонов и электронов можно считать, что эти частицы действуют независимо друг от друга.

Поэтому для получения полного уравнения состояния нужно сложить соответствующие значения давления и плотности электронного и протонного газов:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{пол.}} &= P_e + P_p, \\ \rho_{\text{пол.}} &= \rho_e + \rho_p, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

или

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{пол.}} &= \frac{\pi c^5}{3h^3} \{ 2m_e^4 x^4 + m_p [y(1+y^2)^{1/2} (2y^2-3) + 3 \ln(y + \sqrt{1+y^2})] \}, \\ \rho_{\text{пол.}} &= \frac{\pi c^3}{h^3} \{ 2m_e^4 x^4 + m_p [y(1+y^2)^{1/2} (1+2y^2) - \ln(y + \sqrt{1+y^2})] \}. \end{aligned} \right\} \quad (17')$$

Предположим, что материя рассматриваемых конфигураций состоит из водорода, хотя исследования показывают, что звезды, во крайней мере их внешние слои, состоят как из водорода, так и других легких элементов. В этом предположении можно принять

число протонов и электронов равным. Из этого следует, что равны и их максимальные импульсы. На основе этого допущения получаем следующее соотношение:

$$m_{ex} = m_{py}. \quad (18)$$

При помощи (18) можно (17') представить в следующей форме:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{пол.}} &= \frac{\pi m_p^4 c^5}{3h^3} |2y^4 + y(1+y^2)^{1/2}(2y^2-3) + 3 \ln(y + \sqrt{1+y^2})|, \\ \rho_{\text{пол.}} &= \frac{\pi m_p^4 c^3}{h^3} [2y^4 + y(1+y^2)^{1/2}(1+2y^2) - \ln(y + \sqrt{1+y^2})]. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Перепишем (19) так:

$$P_{\text{пол.}} = A f(y); \quad \rho_{\text{пол.}} = B \varphi(y), \quad (19')$$

где

$$\left. \begin{aligned} f(y) &= 2y^4 + y(1+y^2)^{1/2}(2y^2-3) + 3 \ln(y + \sqrt{1+y^2}), \\ \varphi(y) &= 2y^4 + y(1+y^2)^{1/2}(1+2y^2) - \ln(y + \sqrt{1+y^2}), \\ A &= \frac{\pi m_p^4 c^5}{3h^3}; \quad B = \frac{\pi m_p^4 c^3}{h^3}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

4. Дифференциальное уравнение механического равновесия. Как известно, условие механического равновесия звездной конфигурации выражается в виде уравнения

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{GM(r)}{r^2} \rho, \quad (21)$$

где G — постоянная тяготения, r — расстояние от центра сферы, а $M(r)$ — масса, заключенная в сфере радиуса r .

Умножая обе части (21) на r^2/ρ , дифференцируя по r и пользуясь выражением $dM(r) = 4\pi r^2 \rho dr$, получаем:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \cdot \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} \right) = -4\pi G \rho. \quad (22)$$

Подставляя значение давления и плотности из (19'), имеем:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \cdot \frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{dr} \right) = - \frac{4\pi GB^2}{A} \varphi, \quad (22')$$

вводим новую переменную $\xi = \frac{1}{\alpha} r$, где $\alpha = \left(\frac{A}{r\pi GB^2} \right)^{1/2}$.

Тогда наше дифференциальное уравнение становится

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \cdot \frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{d\xi} \right) = - \varphi(y). \quad (23)$$

И, наконец, в окончательном виде это уравнение можно представить так:

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{dF}{d\xi} \right) = - \varphi(F), \quad (24)$$

где мы обозначили

$$\frac{dF}{dt} = \frac{1}{\varphi} \frac{df}{dt}, \quad (25)$$

откуда

$$F = \int_0^y \frac{1}{\varphi} \frac{df}{dy} dy. \quad (25')$$

Полученное уравнение нашей проблемы внешне напоминает уравнение Эмдена. Теперь перед нами стоит задача найти решение этого уравнения.

5. Решение уравнения проблемы. Уравнение механического равновесия (24) в общем виде нельзя решить, а потому мы прибегли к его численному решению.

Сначала были вычислены значения функций $F(y)$ и $\varphi(y)$ в пределах $0 \leq y \leq 8$. Эту работу мы сделали двумя способами: а) когда $y \leq 0.3$, мы пользовались следующими приближенными уравнениями, которые легко получаются из (20), в результате разложения и пренебрежения высшими степенями y :

$$\left. \begin{aligned} f &= 2y^4 + \frac{8}{5} y^5, \\ \varphi &= 2y^4 + \frac{8}{3} y^3, \\ dF &= 3 \left(1 + \frac{1}{4} y \right) dy, \\ F &= 3 \left(y + \frac{1}{8} y^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

и б) при больших значениях y вычисления мы производили непосредственно по уравнениям (20) и (25). Результаты табулированы в таблице 1 (см. приложение). Затем, при помощи этих таблиц мы начертили кривую зависимости $\varphi(F)$ (стр. 11, рис. 1). Мы видим, что с увеличением $F(y)$ возрастает и плотность $\varphi(y)$, причем вначале очень медленно, а затем, когда $F(y)$ принимает значение больше трех, очень быстро. Легко видеть, что при переходе от малых y к большим нерелятивистское вырождение уступает место релятивистскому вырождению, вследствие чего и плотность материи заметно возрастает.

Пользуясь нашим графиком, мы можем непосредственно приступить к решению основного уравнения. Перепишем (24) в таком виде:

$$\xi^2 F'' + 2F' = -\xi \varphi(F). \quad (24')$$

Прибавляя к левой части $\xi^2 F$ и заменив $2F'$ через $2\xi F'$, получаем два уравнения первого и второго порядка:

$$\left. \begin{aligned} (\xi F)' &= -\xi \varphi(F), \\ (\xi F)' &= F + \xi F'. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Эту систему уравнений мы будем решать для различных на-

чальных значений F , а именно: $F_0 = 0.5; 0.1; 3.0; 5.0; 7.0; 8.0; 10.0$ при $\xi = 0$.

Напомним, что при значениях $F \leq 0.5$ совокупность протонов образует нерелятивистский Ферми газ. Этот случай нами не рассматривается, т. к. при этом давление от протонов слишком мало по сравнению с парциальным давлением электронов. Между тем случай, когда нужно рассматривать парциальное давление одних лишь электронов, был подробно исследован Чандрасекаром.

Численные значения некоторых функций для рассмотренных случаев даны в таблицах 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (см. приложение).

Ниже приводим числовые значения постоянных:

$$A = 6.879 \cdot 10^{35} \text{ г см}^{-1} \text{ сек}^{-2}; \quad B = 2.296 \cdot 10^{15} \text{ г см}^{-3}; \quad \alpha = 3.945 \cdot 10^6 \text{ см};$$

$$\lg A = 35.83764; \quad \lg B = 15.36100; \quad 4\pi B \alpha^3 = 1.771 \cdot 10^{23} \text{ г}; \quad 3B = 6.888 \cdot 10^{15} \text{ г см}^{-3};$$

$$\lg(4\pi B \alpha^3) = 23.24821;$$

$$\lg 3B = 15.83812.$$

Величины последних строк, как увидим дальше, входят в выражения для массы и плотности, как постоянные величины.

6. Выражения для массы и средней плотности. Масса звезды произвольного радиуса ξ будет

$$M(\xi) = 4\pi \int_0^\xi r^2 \rho dr. \quad (28)$$

Подставляя значения r и ρ , получаем

$$M(\xi) = 4\pi B \alpha^3 \int_0^\xi \varphi^2 d\xi. \quad (28')$$

С другой стороны, дифференциальное уравнение (24) можно переписать так:

$$d\left(\xi^2 \frac{dF}{d\xi}\right) = \varphi^2 d\xi. \quad (29)$$

Комбинируя (28') и (29), получаем:

$$M(\xi) = -4\pi B \alpha^3 \xi^2 \frac{dF}{d\xi}. \quad (30)$$

Если ξ представляет радиус звезды, тогда для полной массы получим:

$$M = -4\pi B \alpha^3 \left(\xi^2 \frac{dF}{d\xi}\right)_1. \quad (31)$$

Пусть $\bar{\rho}$ будет средняя плотность звезды. Тогда из (28) имеем:

$$M(\xi) = \frac{4}{3} \pi \bar{\rho} \alpha^3 \xi^3. \quad (32)$$

Приравнивая (32) и (30), для плотности получаем выражение:

$$\bar{\rho} = -3B \xi^{-1} \frac{dF}{d\xi}. \quad (33)$$

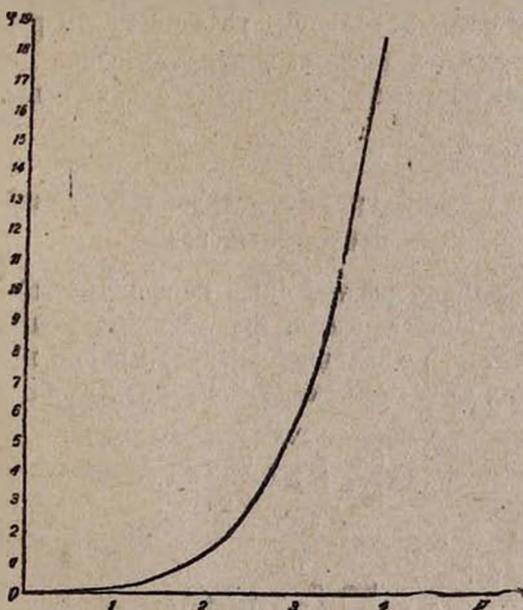
По уравнениям (30) и (33) вычисляем массу и среднюю плот-

ность рассматриваемых конфигураций. Радиус же вычисляется из соотношения $r = a\xi$. Полученные результаты табулированы в таблице 1, причем массы выражены в единицах массы Солнца (M_{\odot}), а плотность и радиус в единицах CGS.

Таблица 1

F	M/M \odot	$\bar{\rho}$	r
0.5	5.48	$1.77 \cdot 10^{12}$	$1.13 \cdot 10^7$
1.0	5.34	$7.55 \cdot 10^{12}$	$6.94 \cdot 10^6$
3.0	3.97	$8.94 \cdot 10^{13}$	$2.76 \cdot 10^6$
5.0	2.86	$1.76 \cdot 10^{14}$	$2.05 \cdot 10^6$
7.0	2.10	$4.72 \cdot 10^{14}$	$2.76 \cdot 10^6$
8.0	2.10	$2.22 \cdot 10^{15}$	$3.55 \cdot 10^6$
10.0	2.57	$2.06 \cdot 10^{15}$	$3.86 \cdot 10^6$

Мы видим, что звездные массы, состоящие из протонов и электронов, наряду с конфигурациями равновесия, рассмотренными Чандрасекаром [2], и имеющие радиусы порядка десятков тысяч километров, имеют также конфигурации равновесия в несколько десятков километров. Сопоставление данных, полученных Чандрасекаром, и наших результатов изображено на рис 1. При возрастании F(y)



масса звезды убывает, но, начиная с определенного значения F(y) (примерно с 9), масса звезды начинает увеличиваться. Возможно, это объясняется тем, что в этих условиях релятивистски вырождаются и протоны. В этом случае для них получаем уравнение состояния типа (9). Как мы уже указывали, оно формально совпадает с урав-

нением состояния изотермического газа, применение которого, как показывает решение соответствующего уравнения Эддена, приводит к равновесной конфигурации с бесконечной массой.

II. Модель нейтронной звезды

Для объяснения некоторых физических вопросов звездной структуры, особенно природы выделения колоссальной энергии внутри звезд и при вспышках сверхновых, была выдвинута так называемая гипотеза нейтронных звезд [8]. Предполагается, что при вспышках сверхновых звездная материя целиком превращается в нейтроны. Кроме того, высказывались предположения о существовании нейтронных ядер у обычных звезд. Эти уплотненные конфигурации должны иметь плотность порядка плотности атомного ядра (10^{14} г/см³) и радиус порядка 10^6 см. Некоторые явления, связанные с сверхновыми, как-то: выделение колоссальной энергии в очень короткий промежуток времени, красное смещение, образование новой звездной конфигурации, по видимому, объясняется теорией нейтронных звезд.

Нейтронная материя может находиться в различных фазах: в фазе идеального газа, быть вырожденным классически и быть вырожденным релятивистски. Напомним, что оболочка звезды благодаря большой разреженности в структуре звезды существенной роли не играет, и поэтому фазу идеального газа не будем рассматривать.

Две другие фазы, а именно: нерелятивистски и релятивистски вырожденное состояние материи одинаково возможны. Займемся их рассмотрением.

Первый случай: крайне релятивистски вырожденный нейтронный газ

Рассмотрим модель равновесных конфигураций релятивистски вырожденных нейтронных звезд, при предположении, что эти конфигурации находятся в механическом равновесии и не подвержены действиям внешних сил. Напишем выражение для давления P_n и ρ_n :

$$P_n = \frac{8\pi}{3h^3} \int_0^{p_{0n}} p_n^3 \frac{\partial E_n}{\partial p_n} dp_n, \quad (34)$$

$$\rho_n = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^{p_{0n}} m_n p_n^3 dp_n, \quad (35)$$

где m_n , P_n и E_n — масса, импульс и кинетическая энергия нейтрона. Соответствующее максимальное значение импульса будем обозначать с ноликом, а движущиеся массы со штрихом. Подобно тому как мы

преобразовали выражения давления и плотности протонного газа, можно (34) и (35) представить в форме

$$P_n = \frac{8\pi m_n^4 c^5}{3h^3} \int_0^z z_1^4 (1+z_1^2)^{-1/2} dz_1, \quad (36)$$

$$\rho_n = \frac{8\pi m_n^4 c^3}{h^3} \int_0^z z_1^3 (1+z_1^2)^{1/2} dz_1, \quad (37)$$

где $z_1 = P_n/m_n c$, а z ее максимальное значение.

Интегрируя, получаем:

$$\begin{aligned} P_n &= A_1 [z(1+z^2)^{1/2}(2z^2-3) + 3 \ln(z + \sqrt{1+z^2})] \\ \rho_n &= B_1 [z(1+z^2)^{1/2}(1+2z^2) - \ln(z + \sqrt{1+z^2})] \end{aligned} \quad (38)$$

где $A_1 = \frac{\pi m_n^4 c^5}{3h^3}$, $B_1 = \frac{\pi m_n^4 c^3}{h^3}$.

В первом приближении можно принять массу нейтрона равной массе протона, тогда числовые значения постоянных A_1 и B_1 совпадают со значениями A и B .

Следовательно:

$$A_1 = 6.879 \cdot 10^{35} \text{ г см}^{-1} \text{ сек}^{-2}; B_1 = 2.296 \cdot 10^{15} \text{ г см}^{-3}.$$

Теперь нам нетрудно получить дифференциальное уравнение равновесия конфигурации нейтронной звезды. Поступая таким же методом, как и в параграфе 4, мы получаем

$$\frac{1}{\eta^2} \frac{d}{d\eta} \left(\eta^2 \frac{d\Theta}{d\eta} \right) = -\varphi_1(\Theta), \quad (39)$$

где нами введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} f(z) &= z(1+z^2)^{1/2}(2z^2-3) + 3 \ln(z + \sqrt{1+z^2}), \\ \varphi(z) &= z(1+z^2)^{1/2}(1+2z^2) - \ln(z + \sqrt{1+z^2}), \\ d\Theta &= \frac{df_1}{\varphi_1}; r = \alpha\eta. \end{aligned} \quad (40)$$

Уравнение (39) решается аналогично уравнению (24). В таблице 9 табулированы результаты вычисления функции $\Theta(z)$ и $\varphi_1(z)$. Результаты численного решения (39) для различных начальных значений функции $\Theta(z)$ даны в таблицах 11, 12, 13, 14.

Согласно уравнениям (30) и (33) вычислены масса и плотность рассматриваемых конфигураций соответственно этим решениям. Таблица 2 представляет эти результаты.

Таблица 2

Θ	M/M_{\odot}	$\bar{\rho}$	r
0.5	0.98	$0.06 \cdot 10^{14}$	$1.31 \cdot 10^6$
1.0	1.87	$6.43 \cdot 10^{14}$	$1 \cdot 10^6$
3.0	1.52	$3.58 \cdot 10^{15}$	$5.86 \cdot 10^5$
5.0	1.11	$5.57 \cdot 10^{15}$	$4.56 \cdot 10^5$
6.0	0.98	$5.34 \cdot 10^{15}$	$4.43 \cdot 10^5$

Следует отметить, что значение массы конфигурации сперва увеличивается с возрастанием функции $\theta(z)$, а потом начинает уменьшаться. При одной и той же массе получаем две различные равновесные конфигурации.

Второй случай: нерелятивистски вырожденный нейтронный газ

Теперь предположим, что имеет место нерелятивистское вырождение нейтронной материи. В этом случае $z \ll 1$. Напишем известные уравнения для P_n и ρ_n в виде:

$$P_n = 8A \int_0^z z_1^4 (1 + z_1^2)^{-1/2} dz_1, \quad (41)$$

$$\rho_n = 8B \int_0^z z_1^3 (1 + z_1^2)^{1/2} dz_1. \quad (42)$$

Так как z по сравнению с единицей малая величина, то в первом приближении давление и плотность материи принимают значение

$$\left. \begin{aligned} P_n &= \frac{8}{5} A z^5, \\ \rho_n &= \frac{8}{3} B z^3. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Последние уравнения дают следующее соотношение между газовым давлением и плотностью:

$$P_n = C \rho_n^{2/3}, \quad (44)$$

где $C = 5.371 \cdot 10^9 \text{ см}^2 \text{ сек}^{-2}$.

Это есть уже известное уравнение состояния нерелятивистски вырожденного Ферми газа; только значение C отличается от того, которое имеет место для нерелятивистски вырожденного электронного газа.

На основе закона (44) получается обычное уравнение Эмдена с политропическим индексом $n = 3/2$. Имеем:

$$\frac{1}{U^2} \frac{d}{dU} \left(U^2 \frac{d\psi}{dU} \right) = -\psi^{3/2}, \quad (45)$$

где $U = \frac{1}{\alpha_1} r$; $\alpha_1 = \frac{3}{4} \alpha$; $\psi = z^2$.

Уравнение типа (45) было рассмотрено и численно решено Эмденом. Применялось краевое условие

$$\psi(0) = 1, \quad \left(\frac{d\psi}{dU} \right)_{U=0} = 0 \text{ при } U = 0.$$

Решение $\psi(U_0)$ превращается в нуль при значении $U = U_0$.

Из таблицы Эмдена видно, что

$$U_0 = 3.6538, \quad \psi(U_0) = 0, \quad \psi'(U_0) = -0.2033.$$

Если $\psi = \psi(U)$ есть любое решение (45), то и $\psi = D^4\psi(DU)$ является решением этого уравнения и исчезнет при $U = U_1$, причем $U_1 = \frac{U_0}{D}$. Давая D произвольные значения, мы получим целое семейство решений для рассматриваемой звездной конфигурации.

Напишем, с другой стороны, дифференциальное уравнение равновесия для случая, когда в звездной массе вырождены только одни электроны. Оно имеет вид

$$\frac{1}{\zeta^2} \frac{d}{d\zeta} \left(\zeta^2 \frac{d\theta}{d\zeta} \right) = -Q^{3/2}, \quad (46)$$

где сделаны следующие обозначения:

$$\zeta = \frac{1}{\alpha_2} r; \quad \alpha_2 = \left(\frac{5A}{8\pi GB^2} \right)^{1/2}; \quad Q = x^2; \quad x = P_0/m_0 c;$$

$$A_2 = \frac{8\pi m_0^4 c^5}{15h^3}; \quad B_2 = \frac{8\pi m_e^3 m_p c^4}{h^3}.$$

Ниже приведены числовые значения постоянных:

$$A_2 = 9.606 \cdot 10^{22} \text{ г см}^{-1} \text{ сек}^{-2}; \quad B_2 = 9.832 \cdot 10^6 \text{ г см}^{-3};$$

$$\alpha_2 = 5.443 \cdot 10^8 \text{ см}; \quad \lg A_2 = 22.98254;$$

$$\lg B_2 = 5.99264; \quad \lg \alpha_2 = 8.73584.$$

Сказанное относительно характера решения (45) в полной мере относится и к уравнению (46). Фактически мы имеем одно уравнение, которым управляют нерелятивистски вырожденные нейтронные и электронные материи. Разница между некоторыми физическими величинами, характеризующими рассмотренные конфигурации, является следствием неравенства соответствующих постоянных.

Для вывода интересующих нас величин мы пользуемся решением Эддена. Ниже приведены значения массы, средней плотности и радиуса рассматриваемых конфигураций, вычисленные согласно вышеприведенным крайним значениям эдденовских решений, т. е. $\eta_0 = 3.6538$, $\psi(\eta_0) = 0$ и $\psi'(\eta_0) = 0.2033$.

Для модели нейтронной конфигурации

$$M_n = 2.73 M_\odot; \quad \bar{\rho}_n = 1.022 \cdot 10^{16} \text{ г см}^{-3};$$

$$r_n = 1.081 \cdot 10^8 \text{ см}.$$

Для модели конфигурации материи, когда вырождены одни лишь электроны,

$$M = 2.73 M_\odot; \quad \bar{\rho} = 1.641 \cdot 10^5 \text{ г см}^{-3}; \quad r = 1.989 \cdot 10^9 \text{ см}.$$

Мы видим, что массы в обоих случаях равны, а плотности и радиусы очень сильно разнятся. Нейтронная конфигурация при данной массе имеет радиус порядка 10^8 см и плотность порядка $10^{16} \text{ г см}^{-3}$, между тем как конфигурация, в которой вырожден только электронный газ, при той же массе имеет сравнительно низкую плотность и большой радиус порядка 10^9 см .

Из этих решений путем преобразования подобия мы можем получить новые решения. Именно, мы имеем семейство решений $\psi = D^2 \phi(DU_1)$, которое есть общее решение (45). Как мы уже видели, $\psi(DU_1) = 0$ при $DU_1 = U_0$. Для получения новых решений пользуемся соотношениями

$$U_1 = \frac{U_0}{D}; \quad r_1 = \frac{r_0}{D};$$

$$M = D^3 M_\odot; \quad \bar{\rho} = D^6 \bar{\rho}_0.$$

В таблице 3 даны результаты новых решений.

Таблица 3

U	Нейтронная конфигурация			Конфигурация обычн. материи			D
	M/M \odot	$\bar{\rho}$	r_n	M/M \odot	$\bar{\rho}$	r	
2.496	9.20	$1.16 \cdot 10^{15}$	$7.2 \cdot 10^3$	9.20	$1.87 \cdot 10^8$	$1.92 \cdot 210^9$	1.5
2.810	5.99	$4.93 \cdot 10^{15}$	$6.31 \cdot 10^3$	5.99	$7.91 \cdot 10^8$	$1.53 \cdot 10^9$	1.3
3.321	3.46	$1.80 \cdot 10^{15}$	$9.83 \cdot 10^3$	3.46	$2.9 \cdot 10^8$	$1.8 \cdot 10^9$	1.2
4.060	1.99	$5.43 \cdot 10^{14}$	$1.20 \cdot 10^4$	1.98	$8.72 \cdot 10^4$	$2.21 \cdot 30^9$	0.9
5.218	0.93	$1.21 \cdot 10^{14}$	$1.54 \cdot 10^4$	0.93	$1.93 \cdot 10^4$	$2.84 \cdot 10^9$	0.7
7.307	0.34	$1.16 \cdot 10^{14}$	$2.16 \cdot 10^4$	0.34	$2.56 \cdot 10^3$	$3.98 \cdot 10^9$	0.5

Впрочем, при больших массах $M > 3M_\odot$ плотность материи настолько высока, что газ нельзя уже считать нерелятивистски вырожденным.

III. Модель нейтронно-протонно-электронной звезды

Выше мы рассмотрели отдельно модели протонно-электронной конфигурации и нейтронной конфигурации. На самом деле в протонно-электронной звезде должны неизбежно происходить реакции соединения протонов и электронов в нейтроны, точно так же, как в нейтронной звезде, нейтроны будут порождать пары: протон + электрон. Поэтому приведенные выше построения можно рассматривать как некоторую подготовку к рассмотрению более общего случая таких конфигураций, при которых в каждом элементе объема присутствуют одновременно протоны, электроны и нейтроны и имеет место „ядерно-химическое“ равновесие между ними. Условие такого равновесия можно представить при сильном вырождении в виде

$$E_{op} + E_{oe} = E_{on}, \quad (47)$$

где E_{op} , E_{oe} , E_{on} — максимальные кинетические энергии протона, электрона и нейтрона соответственно. Это уравнение можно написать так:

$$m_n c^2 \left(1 + \frac{P_{on}^2}{m_n^2 c^2} \right)^{1/2} = m_p c^2 \left(1 + \frac{P_{op}^2}{m_p^2 c^2} \right)^{1/2} + m_e c^2 \left(1 + \frac{P_{oe}^2}{m_e^2 c^2} \right)^{1/2} \quad (47')$$

$$\text{или} \quad (P_{on} + m_n^2 c^2)^{1/2} = (P_{op}^2 + m_p^2 c^2)^{1/2} + (P_{oe}^2 + m_e^2 c^2)^{1/2}, \quad (47'')$$

где P_p, P_e, P_n — максимальные импульсы, а m_p, m_e, m_n — покоящиеся массы протона, электрона и нейтрона.

Возведя (47'') в квадрат, получаем:

$$P_n^2 = P_p^2 + P_e^2 - m_n^2 c^2 + m_p^2 c^2 + m_e^2 c^2 + 2\sqrt{(P_p^2 + m_p^2 c^2)(P_e^2 + m_e^2 c^2)}. \quad (48)$$

Напомним, что $P_e = P_p$, ибо число протонов равно числу электронов. Кроме того, $P_p^2 \gg (m_e c)^2$. Таким образом, в первом приближении можно писать

$$P_n^2 \cong 2P_p^2 - m_n^2 c^2 + m_p^2 c^2 + 2P_p \sqrt{P_p^2 + m_p^2 c^2} \quad (49)$$

или по принятым нами обозначениям:

$$z^2 = a(1 + 2y^2) + 2ay\sqrt{1 + y^2} - 1, \quad (50)$$

$$\text{где } a = \left(\frac{m_p}{m_n}\right)^2 \cong 1.$$

Итак окончательно имеем:

$$z^2 = 2y(y + \sqrt{1 + y^2}). \quad (51)$$

Таким образом, для того чтобы система находилась в состоянии равновесия, необходимо, чтобы импульсы частиц удовлетворяли соотношению (51).

В таблице 4 даны числа нейтронов и протонов в 1 см^3 и значения их импульсов в зависимости от y . Из сопоставления полученных результатов видно, что при малых значениях y число нейтронов значительно больше числа протонов. По мере возрастания y это отношение числа нейтронов к числу протонов постепенно уменьшается и при больших значениях $n_n/n_p \rightarrow 8$. Что же касается числа электронов n_e в 1 см^3 , то оно равно числу протонов n_p , как уже указывалось выше.

Для дальнейшего исследования равновесных звездных конфигураций, состоящих из нейтронов, протонов и электронов, нам нужно, как обычно, получить уравнение состояния и дифференциальное уравнение механического равновесия и решить его при определенных предельных условиях. Эта операция не представляет трудности, т. к. она является обобщением операций, проделанных уже ранее. Нам следует сложить давление и плотность из уравнений состояния (19) и (38) и тем самым получить уравнение состояния электронно-протонно-нейтронной конфигурации звезды.

Итак, мы можем написать:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{пол.}} &= P_p + P_e + P_n, \\ \rho_{\text{пол.}} &= \rho_p + \rho_e + \rho_n. \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

Подставляя значения парциальных давлений и плотностей и выражая z через y и пользуясь соотношением (51), представим (52) в параметрической форме:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{пол.}} &= AH(y), \\ \rho_{\text{пол.}} &= BX(y), \end{aligned} \right\} \quad (52')$$

Таблица 4

у	z	P_p	P_n	P_p	P_n
0.0	0	0	0	0	
0.1	0.470	$3.68 \cdot 10^{26}$	$3.84 \cdot 10^{25}$	$4.98 \cdot 10^{-15}$	$2.34 \cdot 10^{-14}$
0.2	0.698	$2.95 \cdot 10^{27}$	$1.26 \cdot 10^{29}$	$9.96 \cdot 10^{-15}$	$8.48 \cdot 10^{-14}$
0.3	0.898	$9.95 \cdot 10^{27}$	$2.68 \cdot 10^{30}$	$1.49 \cdot 10^{-14}$	$4.48 \cdot 10^{-14}$
0.4	1.087	$2.36 \cdot 10^{28}$	$4.75 \cdot 10^{30}$	$1.99 \cdot 10^{-14}$	$5.42 \cdot 10^{-14}$
0.5	1.272	$4.61 \cdot 10^{28}$	$7.61 \cdot 10^{30}$	$2.49 \cdot 10^{-14}$	$6.24 \cdot 10^{-14}$
0.6	1.456	$7.96 \cdot 10^{28}$	$1.14 \cdot 10^{31}$	$2.99 \cdot 10^{-14}$	$7.26 \cdot 10^{-14}$
0.7	1.632	$1.26 \cdot 10^{29}$	$1.61 \cdot 10^{31}$	$3.48 \cdot 10^{-14}$	$8.14 \cdot 10^{-14}$
0.8	1.824	$1.76 \cdot 10^{29}$	$2.24 \cdot 10^{31}$	$3.98 \cdot 10^{-14}$	$9.09 \cdot 10^{-14}$
0.9	2.010	$2.69 \cdot 10^{29}$	$3.00 \cdot 10^{31}$	$4.48 \cdot 10^{-14}$	$1.00 \cdot 10^{-13}$
1.0	2.197	$3.69 \cdot 10^{29}$	$3.83 \cdot 10^{31}$	$4.98 \cdot 10^{-14}$	$1.09 \cdot 10^{-13}$
1.2	2.574	$6.37 \cdot 10^{30}$	$6.08 \cdot 10^{31}$	$5.97 \cdot 10^{-14}$	$1.28 \cdot 10^{-13}$
1.4	2.950	$1.01 \cdot 10^{31}$	$8.86 \cdot 10^{31}$	$6.97 \cdot 10^{-14}$	$1.44 \cdot 10^{-13}$
1.6	3.340	$1.51 \cdot 10^{31}$	$1.38 \cdot 10^{32}$	$7.97 \cdot 10^{-14}$	$1.66 \cdot 10^{-13}$
1.8	3.727	$2.15 \cdot 10^{31}$	$1.91 \cdot 10^{32}$	$8.96 \cdot 10^{-14}$	$1.86 \cdot 10^{-13}$
2.0	4.116	$2.95 \cdot 10^{31}$	$2.58 \cdot 10^{32}$	$9.96 \cdot 10^{-14}$	$2.05 \cdot 10^{-13}$
2.2	4.507	$4.20 \cdot 10^{31}$	$3.38 \cdot 10^{32}$	$1.09 \cdot 10^{-13}$	$2.25 \cdot 10^{-13}$
2.4	4.899	$5.09 \cdot 10^{31}$	$4.34 \cdot 10^{32}$	$1.19 \cdot 10^{-13}$	$2.44 \cdot 10^{-13}$
2.6	5.293	$6.48 \cdot 10^{31}$	$5.44 \cdot 10^{32}$	$1.29 \cdot 10^{-13}$	$2.04 \cdot 10^{-13}$
2.8	5.680	$8.09 \cdot 10^{31}$	$6.82 \cdot 10^{32}$	$1.39 \cdot 10^{-13}$	$2.84 \cdot 10^{-13}$
3.0	6.080	$9.95 \cdot 10^{31}$	$8.31 \cdot 10^{32}$	$1.49 \cdot 10^{-13}$	$3.08 \cdot 10^{-13}$
3.4	6.871	$1.46 \cdot 10^{32}$	$1.20 \cdot 10^{33}$	$1.69 \cdot 10^{-13}$	$3.42 \cdot 10^{-13}$
3.8	7.664	$1.99 \cdot 10^{32}$	$1.66 \cdot 10^{33}$	$1.88 \cdot 10^{-13}$	$3.82 \cdot 10^{-13}$
4.2	8.455	$2.73 \cdot 10^{32}$	$2.23 \cdot 10^{33}$	$2.09 \cdot 10^{-13}$	$4.21 \cdot 10^{-13}$
4.6	9.253	$3.59 \cdot 10^{32}$	$2.93 \cdot 10^{33}$	$2.29 \cdot 10^{-13}$	$4.61 \cdot 10^{-13}$
5.0	10.050	$4.61 \cdot 10^{32}$	$3.76 \cdot 10^{33}$	$2.49 \cdot 10^{-13}$	$5.01 \cdot 10^{-13}$
6.0	12.040	$7.96 \cdot 10^{32}$	$6.46 \cdot 10^{33}$	$2.99 \cdot 10^{-13}$	$6.00 \cdot 10^{-13}$
7.0	14.030	$1.26 \cdot 10^{33}$	$1.02 \cdot 10^{34}$	$3.48 \cdot 10^{-13}$	$7.00 \cdot 10^{-13}$
8.0	16.020	$1.89 \cdot 10^{33}$	$1.52 \cdot 10^{34}$	$3.98 \cdot 10^{-13}$	$7.99 \cdot 10^{-13}$
9.0	18.010	$2.69 \cdot 10^{33}$	$2.16 \cdot 10^{34}$	$4.48 \cdot 10^{-13}$	$8.98 \cdot 10^{-13}$
10.0	20.000	$3.64 \cdot 10^{33}$	$2.95 \cdot 10^{34}$	$4.98 \cdot 10^{-13}$	$9.96 \cdot 10^{-13}$

где

$$\begin{aligned}
 H(y) &= 2y^2 + y(1+y^2)^{1/2}(2y^2-3) + [2y(y + \sqrt{1+y^2})]^{1/2} [4y(y + \\
 &\quad + \sqrt{1+y^2}) - 3] \cdot [2y(y + \sqrt{1+y^2}) + 1]^{1/2} + 3 \ln \{ (y + \\
 &\quad + \sqrt{1+y^2}) [(2y^2 + 2y\sqrt{1+y^2})^{1/2} + (2y^2 + 2y\sqrt{1+y^2} + 1)^{1/2}] \} \\
 \chi(y) &= 2y^2 + y(1+2y^2)(1+y^2)^{1/2} + [2y(y + \sqrt{1+y^2})]^{1/2} [4y(y + \\
 &\quad + \sqrt{1+y^2}) + 1] \cdot [2y(y + \sqrt{1+y^2}) + 1]^{1/2} - \ln \{ (y + \\
 &\quad + \sqrt{1+y^2}) [(2y^2 + 2y\sqrt{1+y^2})^{1/2} + (2y^2 + 2y\sqrt{1+y^2} + 1)^{1/2}] \}.
 \end{aligned}
 \tag{53}$$

Перепишем уравнение механического равновесия:

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{GM(r)}{r^2} \rho. \tag{54}$$

В силу (52') его можно написать в виде

$$\frac{dH}{dr} = - \frac{GBM(r)}{Ar^2} \chi, \tag{54'}$$

откуда

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \cdot \frac{1}{\chi} \frac{dH}{dr} \right) = - \frac{4\pi GB^2}{A} \chi, \tag{55}$$

где введена замена $dM(r) = 4\pi r^2 \rho dr$.

Введя новую переменную $t = \frac{1}{\alpha} r$, можно упростить (55) и представить его в форме

$$\frac{1}{t^2} \frac{d}{dt} \left(t^3 \cdot \frac{1}{\chi} \frac{dH}{dt} \right) = - \chi. \tag{55'}$$

Наконец, обозначая $dY = \frac{dH}{\chi}$, окончательно получаем

$$\frac{1}{t^2} \frac{d}{dt} \left(t^3 \left(\frac{dY}{dt} \right) \right) = - \chi(Y). \tag{56}$$

Мы получили уравнение, напоминающее по виду те, с которыми мы встречались в предыдущих параграфах. Решается оно также численным способом.

В таблице 15 (см. приложение) даны вычисленные значения функции $Y(y)$ и $\chi(y)$. Сравнивая эту таблицу с таблицей 1, мы видим, что соответствующие значения функций F и Y почти равны, между тем как плотности $\chi(y)$ и $\varphi(y)$ дают большие расхождения. В случае, когда имеют место и нерелятивистское и релятивистское вырождения тяжелых частиц, значение плотности $\chi(y)$ в несколько десятков раз больше значения функции $\varphi(y)$. При релятивистски сильном вырождении это отношение постепенно уменьшается и доходит, например, до 9 при $y=3$. Отсюда следует, что при возрастании y , т. е. с переходом материи от нерелятивистски вырожденного состояния в релятивистски вырожденное и дальше в крайне релятивистски вырожденное состояние, плотность материи протонно-электронной

звезды возрастает сравнительно быстрее, чем у нейтронно-протонно-электронной звезды.

Для нашего дифференциального уравнения мы ищем такие решения, которые удовлетворяли бы условиям $dy/dt = 0$, $Y = 0.5, 1.0, 3.0$ при $t = 0$. В таблицах 17, 18, 19 (см. приложение) приведены результаты этих решений. Кроме того, ниже табулированы вычисленные значения массы, средней плотности и радиуса.

Таблица 5

Y	M/M \odot	$\bar{\rho}$	r
0.5	0.97	$1.92 \cdot 10^{14}$	$1.348 \cdot 10^6$
1.0	1.87	$6.32 \cdot 10^{14}$	$1.01 \cdot 10^6$
3.0	1.44	$3.86 \cdot 10^{15}$	$6.61 \cdot 10^5$

Сравнивая эти результаты с соответствующими результатами для чисто нейтронной звезды (табл. 2), мы видим, что они практически совпадают. Таким образом, при исследовании весьма уплотненных звездных конфигураций можно не рассматривать сложную модель нейтронно-протонно-электронной звезды и пользоваться гипотезой нейтронных звезд.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе мы рассмотрели три модели равновесных конфигураций звезд исключительно высоких плотностей ($\rho \approx 10^{13}$ г см $^{-3}$ и выше). При таких условиях имеет место крайне релятивистское вырождение электронного газа и релятивистское вырождение протонного и нейтронного газов. Иными словами, при столь высоких плотностях большая часть электронов будет иметь скорость, близкую к скорости света. Поэтому для них мы применили предельное соотношение между кинетической энергией и импульсом $E_e \approx cP_e$. Можно представить себе такое состояние материи, что тяжелые частицы тоже достигнут таких больших скоростей, но для них мы не делали никаких предположений и пользовались общим соотношением между их кинетической энергией и импульсом, даваемым релятивистской механикой.

При исследовании моделей электронно-протонных и нейтронных звезд мы считали, что эти частицы не превращаются в друг друга. Но на самом деле в недрах звезд с такими плотностями будет иметь место образование нейтронов из электронов и протонов (Ландау, 10), особенно в водородных звездах, и наоборот. Если это так, то, строго говоря, указанные модели звезд нельзя рассматривать как реальные и, главное, как устойчивые конфигурации. Звездная конфигурация только тогда может находиться в равновесном состоянии, когда в каждой единице объема установится „ядерно-химическое“

равновесие. Таким образом, рассмотрение моделей электронно-протонных и нейтронных звезд приводит нас к необходимости рассматривать ядерно-химическое равновесие в каждой точке звезды. Одна из возможных таких конфигураций—нейтронно-протонно-электронная с учетом эффекта ядерной реакции нами и рассмотрена.

Результаты, полученные особенно для равновесных конфигураций нейтронных и электронно-протонно-нейтронных звезд, показывают, что их масса—порядка солнечной массы, плотность—порядка атомного ядра (10^{14} г см⁻³) и радиус равен десяткам километров. В некоторых случаях для радиуса мы получили 5—6 километров; при таких условиях, когда звезда имеет столь малый радиус, заметную роль начинают играть эффекты общей теории относительности (Северный, 9). Сильное гравитационное поле может заметно влиять на структуру звезд с такими малыми радиусами и большими плотностями. Эквивалентная масса гравитационной энергии представляет заметную часть собственной энергии (Цвикки, 8), пренебрежение которой приведет нас к неприятным результатам. Таким образом, наше исследование далеко не исчерпывает хотя бы и части всех вопросов, вытекающих из физического характера сверхплотных звезд. Понятно, что наши результаты являются грубо приближенными, а выводы предварительными.

Перейдем к этим выводам:

1. Для равновесных конфигураций электронно-протонных звезд, при начальных значениях параметра $0.5 \leq F \leq 10$, получается масса в пределах $5.5 M_{\odot} \geq M \geq 2.6 M_{\odot}$ солнечной массы, плотность порядка 10^{12} г см⁻³ и радиус порядка десятков километров. Когда $F < 0.5$, вырождаются только электроны. Этот случай был рассмотрен Чандрасекаром (2). Сравнивая наши результаты с соответствующими значениями, полученными Чандрасекаром, мы видим, что его конфигурации имеют массы того же порядка. Отсюда следует, что звезды равных масс могут иметь различные равновесные конфигурации.

2. Более интересны результаты, относящиеся к рассмотренным моделям нейтронных звезд. Как видно из таблицы 2, максимальная масса равновесных конфигураций ($= 1.5 M_{\odot}$) получается при значении $\theta = 3$. При $\theta \geq 3$ масса уменьшается, в то время как радиус в первом случае увеличивается, а во втором — уменьшается. Таким образом, получаются различно равновесные конфигурации при равных массах. Плотность $\rho \approx 10^{14}$ г см⁻³. Ясно, что такая сверхсжатая конфигурация материи с радиусом примерно в пять километров должна обладать очень сильным гравитационным полем, так что, особенно при исследовании моделей нейтронных звезд, нужно учитывать эффекты общей теории относительности. Этот вопрос мы не разобрали, т. к. он не входил в план нашей работы.

3. Относительно электронно-протонно-нейтронных моделей мы можем сказать, что полученные результаты почти совпадают с

соответствующими значениями нейтронных моделей. Таким образом, этот класс моделей можно не рассматривать и пользоваться моделью нейтронных звезд, которая проще для исследования.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

Таблица 1

y	$F(y)$	$\varphi(y)$	y	$F(y)$	$\varphi(y)$
0.000	0.000	0.00000	0.28	0.889	0.0708
0.005	0.015	0.00000	0.30	0.934	0.088
0.010	0.030	0.00000	0.40	1.246	0.229
0.015	0.045	0.00001	0.50	1.554	0.482
0.020	0.060	0.00002	0.60	1.850	0.833
0.025	0.075	0.00004	0.70	2.139	1.516
0.030	0.090	0.00007	0.80	2.418	2.423
0.035	0.105	0.00010	0.90	2.684	3.676
0.040	0.120	0.00017	1.00	2.944	5.360
0.045	0.136	0.00025	1.10	3.199	7.570
0.050	0.151	0.00033	1.20	3.434	10.419
0.055	0.165	0.00044	1.40	3.886	18.386
0.060	0.181	0.00057	1.60	4.302	30.237
0.065	0.198	0.00076	1.80	4.687	47.367
0.070	0.214	0.00095	2.00	5.043	70.886
0,08	0.242	0.0014	2.20	5.373	$1.020 \cdot 10^2$
0.10	0.304	0.0029	2.40	5.683	$1.426 \cdot 10^2$
0.12	0.365	0.0046	2.60	5.971	$1.950 \cdot 10^2$
0.14	0.427	0.0081	2.80	6.242	$2.599 \cdot 10^2$
0.16	0.490	0.0122	3.00	6.487	$3.406 \cdot 10^2$
0.18	0.542	0.0176	3.20	6.738	$4.383 \cdot 10^2$
0.20	0.615	0.0245	3.40	6.966	$5.560 \cdot 10^2$
0.22	0.675	0.0331	3.50	7.094	$6.180 \cdot 10^2$
0.24	0.722	0.0402	4.00	7.603	$1.053 \cdot 10^3$
0.26	0.805	0.0560	5.00	8.470	$2.516 \cdot 10^3$
			6.00	9.195	$5.253 \cdot 10^3$
			7.00	9.808	$9.699 \cdot 10^3$
			8.00	10.338	$1.640 \cdot 10^4$

Таблица 2

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(F)$
0.0	0.5000	0.0000	0.0132
1.6	0.4944	0.0067	0.0128
3.2	0.4785	0.0180	0.0115
4.8	0.4540	0.0175	0.0098
6.4	0.4292	0.0207	0.0080
8.0	0.3787	0.0226	0.0059
9.6	0.3708	0.0223	0.0050
9.6	0.3530	0.0221	0.0042
10.4	0.3335	0.0217	0.0036
11.2	0.3181	0.0212	0.0032
12.0	0.3018	0.0108	0.0029
12.8	0.2858	0.0203	0.0025
13.6	0.2693	0.0197	0.0021
14.4	0.2538	0.0190	0.0017
15.2	0.2389	0.0182	0.0014
16.0	0.2246	0.0174	0.0012
16.8	0.2110	0.0166	0.0010
17.6	0.1980	0.0158	0.0008
18.4	0.1839	0.0150	0.0006
19.2	0.1786	0.0144	0.00052
20.0	0.1628	0.0135	0.00042
20.8	0.1523	0.0127	0.00034
21.6	0.1424	0.0120	0.00029
22.4	0.1331	0.0116	0.00025
23.2	0.1242	0.0108	0.00019
24.0	0.1162	0.0102	0.00015
25.6	0.1003	0.0091	0.00010
26.4	0.0932	0.0087	0.00008
27.2	0.0864	0.0082	0.00005
28.0	0.0800	0.0078	0.00003
28.8	0.0740	0.0073	0.00001

Таблица 3

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(F)$
0.0	1.0000	0.0000	0.1150
0.8	0.9879	0.0296	0.1100
1.6	0.9535	0.0550	0.0970
2.4	0.9014	0.0798	0.0820
3.2	0.8365	0.0868	0.0680
4.0	0.7657	0.0908	0.0490
4.8	0.6923	0.0913	0.0360
5.6	0.6206	0.0877	0.0245
6.4	0.5523	0.0825	0.0185
7.2	0.4894	0.0760	0.0122
8.0	0.4316	0.0687	0.0084
8.8	0.3793	0.0620	0.0056
9.6	0.3325	0.0552	0.0036
10.0	0.3111	0.0422	0.0030
10.4	0.2906	0.0493	0.0025
10.8	0.2716	0.0466	0.0021
11.2	0.2535	0.0440	0.0017
11.6	0.2364	0.0416	0.0013
12.0	0.2202	0.0397	0.0011
12.4	0.2048	0.0372	0.00088
12.8	0.1903	0.0352	0.00069
13.2	0.1766	0.0330	0.00055
13.6	0.1636	0.0316	0.00045
14.0	0.1514	0.0300	0.00033
14.4	0.1396	0.0284	0.00028
14.8	0.1285	0.0270	0.00021
15.2	0.1179	0.0257	0.00016
15.6	0.1079	0.0246	0.00011
16.0	0.0984	0.0233	0.00008
16.4	0.0892	0.0222	0.00006
16.8	0.0800	0.0212	0.00004
17.2	0.0724	0.0201	0.00002
17.6	0.0654	0.0191	0.00001

Таблица 4

Таблица 5

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(\xi)$
0.0	3.0000	0.0000	5.8430
0.4	2.8518	0.6965	4.7990
0.8	2.5002	0.9975	2.7490
1.2	2.0971	0.9890	1.4180
1.6	1.7252	0.8607	0.7000
1.8	1.5606	0.7840	0.4820
2.0	1.4212	0.7151	0.3610
2.2	1.2852	0.6406	0.2580
2.4	1.1622	0.5835	0.1880
2.6	1.0513	0.5251	0.1360
2.8	0.9511	0.4757	0.0960
3.0	0.8606	0.4297	0.0700
3.2	0.7788	0.3890	0.0500
3.4	0.7019	0.3576	0.0390
3.6	0.6347	0.3202	0.0290
2.8	0.5786	0.2920	0.0204
4.0	0.5002	0.2622	0.0132
4.2	0.4501	0.2400	0.0095
4.4	0.4041	0.2202	0.0068
4.6	0.3619	0.2025	0.0045
4.8	0.3026	0.1836	0.0029
5.0	0.2871	0.1725	0.0025
5.2	0.2540	0.1602	0.0017
5.4	0.2230	0.1486	0.0012
5.6	0.2123	0.1416	0.0010
5.8	0.1848	0.1321	0.0008
6.0	0.1593	0.1236	0.0008
6.2	0.1253	0.1168	0.00025
6.4	0.1129	0.1087	0.00013
6.6	0.0913	0.1022	0.00007
6.8	0.0719	0.0963	0.00004
7.0	0.0533	0.0909	0.00001

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(\xi)$
0.0	5.0000	0.0000	84.80
0.2	4.5960	3.0500	41.70
0.4	3.8620	3.9000	17.25
0.6	3.1500	3.1850	6.90
0.8	2.6020	2.4500	3.55
1.0	2.1640	1.9460	1.53
1.2	1.8166	1.5453	0.84
1.4	1.5395	1.2423	0.485
1.6	1.3151	0.9857	0.278
1.8	1.1304	0.8400	0.170
2.0	0.9765	0.7046	0.104
2.2	0.8468	0.5976	0.068
2.4	0.7361	0.5119	0.042
2.6	0.6409	0.4426	0.028
2.8	0.5563	0.3924	0.0182
3.0	0.4859	0.3288	0.0116
2.2	0.4191	0.2963	0.0076
3.4	0.3628	0.2654	0.0045
3.6	0.3126	0.2373	0.0029
3.8	0.2676	0.2134	0.0018
4.0	0.2270	0.1920	0.00112
4.2	0.2046	0.1781	0.00065
4.4	0.1795	0.1650	0.00036
4.6	0.1502	0.1514	0.00023
4.8	0.1211	0.1390	0.00017
5.0	0.0944	0.1282	0.00008
5.2	0.0694	0.1185	0.00003

Таблица 6

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(F)$
0.0	7.000	0.000	568.800
0.4	3.542	5.600	11.600
0.8	2.135	2.135	1.500
1.2	1.480	1.198	0.410
1.6	1.102	0.752	0.152
1.8	0.986	0.617	0.100
2.0	0.853	0.514	0.068
2.2	0.758	0.435	0.047
2.4	0.678	0.372	0.034
2.6	0.608	0.323	0.024
2.8	0.548	0.283	0.018
3.0	0.494	0.249	0.0126
3.2	0.447	0.220	0.0083
3.4	0.406	0.197	0.0069
3.6	0.368	0.177	0.0049
3.8	0.335	0.160	0.0037
4.0	0.304	0.144	0.0029
4.2	0.277	0.132	0.0022
4.4	0.251	0.120	0.0016
4.6	0.229	0.110	0.0012
4.8	0.207	0.102	0.00086
5.0	0.188	0.094	0.00067
5.2	0.171	0.087	0.00052
5.4	0.153	0.080	0.00035
5.6	0.138	0.075	0.00022
5.8	0.123	0.070	0.00018
6.0	0.110	0.065	0.00013
6.2	0.097	0.061	0.00008
6.4	0.085	0.057	0.00006
6.6	0.074	0.054	0.00004
6.8	0.063	0.051	0.00002
7.0	0.054	0.048	0.00001

Таблица 7

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(F)$
0.0	8.000	0.000	1565.00
0.4	3.820	5.357	8.75
0.8	2.026	1.988	1.30
1.2	1.443	1.066	0.36
1.6	1.104	0.671	0.162
2.0	0.880	0.466	0.073
2.4	0.721	0.342	0.040
2.8	0.614	0.266	0.025
3.2	0.509	0.206	0.0136
3.6	0.434	0.167	0.0087
4.0	0.374	0.135	0.0054
4.4	0.323	0.115	0.0034
4.8	0.281	0.098	0.0023
5.2	0.245	0.084	0.0015
5.6	0.213	0.073	0.00093
6.0	0.186	0.064	0.00062
6.2	0.175	0.060	0.00053
6.4	0.162	0.056	0.00044
6.6	0.151	0.053	0.00033
6.8	0.141	0.050	0.00025
7.0	0.131	0.047	0.00020
7.2	0.122	0.045	0.00017
7.4	0.113	0.042	0.00013
7.6	0.105	0.040	0.00010
7.8	0.097	0.038	0.00008
8.0	0.090	0.036	0.00007
8.2	0.082	0.034	0.00006
8.4	0.076	0.033	0.00004
8.6	0.069	0.031	0.00003
8.8	0.063	0.030	0.00002
9.0	0.057	0.028	0.00001

Таблица 8

ξ	F	$-dF/d\xi$	$\varphi(F)$
0.0	10.000	0.000	11600.0
0.4	3.195	4.278	7.570
0.8	2.121	2.786	1.500
1.2	1.595	0.987	0.520
1.6	1.284	0.676	0.250
2.0	1.033	0.490	0.130
2.4	0.862	0.372	0.070
2.8	0.731	0.292	0.042
3.2	0.626	0.235	0.027
3.6	0.541	0.193	0.0173
4.0	0.470	0.161	0.0107
4.4	0.411	0.137	0.0072
4.8	0.360	0.117	0.0045
5.2	0.316	0.101	0.0030
5.6	0.279	0.088	0.0023
6.0	0.246	0.078	0.0016
6.4	0.216	0.069	0.00095
6.8	0.190	0.061	0.00069
7.2	0.167	0.055	0.00045
7.4	0.157	0.052	0.00037
7.6	0.146	0.049	0.00029
7.8	0.137	0.047	0.00022
8.0	0.128	0.045	0.00019
8.2	0.119	0.042	0.00016
8.4	0.111	0.040	0.00012
8.6	0.103	0.038	0.00010
8.8	0.095	0.037	0.00008
9.0	0.088	0.035	0.00006
9.2	0.081	0.034	0.00004
9.4	0.074	0.032	0.00003
9.6	0.068	0.031	0.00002
9.8	0.062	0.030	0.00001

Таблица 9

Z	H(z)	$\varphi(z)$	Z	$\Theta(z)$	$\Psi(z)$
0.00	0	0	1.0	1.100	3.360
0.02	0.0006	0.00002	1.2	1.438	6.257
0.04	0.0024	0.00017	1.4	1.774	10.710
0.06	0.0054	0.00057	1.6	2.102	17.227
0.08	0.0096	0.00157	1.8	2.422	26.370
0.10	0.0150	0.00286	2.0	2.728	38.804
0.12	0.0216	0.00463	2.2	3.016	55.240
0.14	0.0294	0.00731	2.4	3.280	76.516
0.16	0.0384	0.01092	2.6	3.549	103.5
0.18	0.0486	0.01555	2.8	3.786	137.1
0.20	0.0600	0.02133	3.0	4.021	178.3
0.22	0.0726	0.02840	3.2	4.245	228.6
0.24	0.0864	0.03680	3.4	4.459	288.7
0.26	0.1004	0.04650	3.5	4.562	322.9
0.28	0.1176	0.05850	4.0	5.046	542.1
0.30	0.1305	0.07200	4.5	5.486	859.7
0.40	0.2240	0.18000	5.0	5.881	1296.0
0.50	0.3380	0.35700	6.0	6.578	2662.0
0.60	0.4700	0.63400	7.0	7.175	4897.0
0.70	0.6160	1.03900	8.0	7.697	8317.0
0.80	0.7720	1.60300			
0.90	0.9340	2.36300			

Таблица 10

τ_1	Θ	$-d\Theta/d\tau_1$	$\varphi(\Theta)$
0.0	0.500	0	0.710
0.2	0.495	0.075	0.690
0.4	0.477	0.092	0.650
0.6	0.455	0.130	0.600
0.8	0.425	0.160	0.536
1.0	0.391	0.183	0.460
1.2	0.353	0.201	0.380
1.4	0.313	0.203	0.303
1.6	0.272	0.204	0.250
1.8	0.232	0.200	0.188
2.0	0.194	0.193	0.140
2.2	0.155	0.180	0.100
2.4	0.120	0.166	0.060
2.6	0.089	0.151	0.037
2.8	0.060	0.135	0.021
3.0	0.035	0.120	0.0096
3.2	0.0124	0.1067	0.0020
3.32	0	0.0992	0

Таблица 11

η	θ	$-d\theta/d\eta$	$\varphi(\theta)$
0.0	1.000	0	2.740
0.1	0.998	0.070	2.700
0.2	0.980	0.165	2.600
0.3	0.960	0.280	2.500
0.4	0.930	0.332	2.360
0.5	0.884	0.398	2.160
0.6	0.852	0.450	1.950
0.7	0.804	0.489	1.750
0.8	0.754	0.520	1.540
0.9	0.701	0.554	1.340
1.0	0.646	0.552	1.140
1.1	0.584	0.545	0.950
1.2	0.530	0.537	0.790
1.3	0.477	0.525	0.656
1.4	0.425	0.508	0.536
1.5	0.375	0.487	0.424
1.6	0.328	0.464	0.340
1.7	0.283	0.440	0.270
1.8	0.240	0.414	0.200
1.9	0.200	0.388	0.180
2.0	0.163	0.363	0.108
2.1	0.128	0.338	0.070
2.2	0.095	0.313	0.048
2.3	0.065	0.289	0.025
2.4	0.037	0.268	0.0103
2.5	0.0112	0.248	0.0018
2.546	0	0.2378	0

Таблица 12

η	θ	$-d\theta/d\eta$	$\varphi(\theta)$
0.00	3.000	0	54.00
0.08	2.925	1.500	49.95
0.16	2.775	2.375	41.40
0.24	2.558	3.092	31.80
0.32	2.297	3.378	22.80
0.40	2.015	3.352	15.15
0.48	1.752	3.204	10.20
0.56	1.509	2.902	6.90
0.60	1.395	2.760	5.70
0.64	1.289	2.620	4.86
0.68	1.176	2.473	4.06
0.72	1.069	2.358	3.30
0.76	0.998	2.230	2.72
0.80	0.913	2.110	2.25
0.84	0.831	1.990	1.86
0.88	0.753	1.879	1.54
0.92	0.680	1.772	1.27
0.96	0.611	1.671	1.02
1.00	0.547	1.575	0.84
1.04	0.486	1.486	0.67
1.08	0.429	1.400	0.54
1.12	0.374	1.321	0.42
1.16	0.323	1.246	0.326
1.20	0.275	1.176	0.256
1.24	0.229	1.109	0.185
1.28	0.186	1.047	0.136
1.32	0.145	0.987	0.090
1.36	0.108	0.934	0.052
1.40	0.071	0.881	0.025
1.44	0.037	0.834	0.010
1.48	0.005	0.789	0.005
1.4867	0	0.7726	0

Таблица 13

Таблица 14

η	θ	$-d\theta/d\eta$	$\varphi(\theta)$
0.00	5.000	0	518.24
0.04	4.875	6.225	454.24
0.08	4.500	10.775	301.24
0.12	4.050	11.238	185.24
0.16	3.600	10.006	110.24
0.20	3.190	9.610	68.98
0.24	2.829	8.508	44.25
0.28	2.511	7.154	30.00
0.32	2.228	6.612	20.70
0.36	1.981	5.850	14.52
0.40	1.760	5.182	10.44
0.44	1.563	4.805	7.65
0.48	1.390	4.110	5.70
0.52	1.234	3.690	4.50
0.56	1.070	3.286	3.15
0.60	0.945	2.965	2.56
0.64	0.831	2.687	1.86
0.68	0.729	2.443	1.44
0.72	0.636	2.235	1.12
0.76	0.552	2.037	0.85
0.80	0.474	1.865	0.64
0.84	0.403	1.714	0.48
0.88	0.337	1.577	0.35
0.92	0.276	1.454	0.26
0.96	0.220	1.344	0.173
1.00	0.169	1.249	0.116
1.04	0.121	1.154	0.064
1.08	0.076	1.070	0.030
1.12	0.035	0.996	0.0098
1.158	0	0.9353	0

η	θ	$-d\theta/d\eta$	$\varphi(\theta)$
0.00	6.000	0	1652.0
0.04	5.612	16.842	1042.0
0.08	4.871	18.987	453.24
0.12	4.149	16.685	207.24
0.16	3.540	13.794	103.00
0.20	3.037	11.266	57.24
0.24	2.629	9.325	34.80
0.28	2.288	7.810	22.50
0.32	2.000	6.622	14.90
0.36	1.755	5.676	10.20
0.40	1.544	4.912	7.50
0.44	1.360	4.295	5.52
0.48	1.200	3.789	4.23
0.52	1.056	3.365	3.15
0.56	0.929	3.003	2.36
0.60	0.815	2.694	1.82
0.64	0.712	2.426	1.38
0.68	0.620	2.195	1.06
0.72	0.536	1.992	0.82
0.76	0.460	1.815	0.61
0.80	0.391	1.659	0.464
0.84	0.328	1.521	0.340
0.88	0.270	1.397	0.250
0.92	0.216	1.285	0.168
0.96	0.166	1.185	0.110
1.00	0.121	1.097	0.060
1.04	0.078	1.015	0.0314
1.08	0.036	0.939	0.0098
1.12	0.003	0.877	0.0020
1.1234	0	0.871	0

Таблица 15

η	Θ	$-\Theta'$
0.0	1	0
0.1	0.9983	0.0833
0.3	0.9851	0.0886
0.5	0.9591	0.1606
0.6	0.9416	0.1895
0.7	0.9212	0.2168
0.85	0.8858	0.2544
1.00	0.8451	0.2852
1.2	0.7839	0.3231
1.4	0.7165	0.3494
1.6	0.6448	0.3681
1.8	0.5707	0.3737
2.0	0.4959	0.3728
2.2	0.4221	0.3646
2.4	0.3505	0.3508
2.6	0.2822	0.3313
2.8	0.2152	0.3088
3.0	0.1588	0.2842
3.2	0.1045	0.2587
3.4	0.0553	0.2334
3.6	0.0111	0.2093
3.6536	$0.3892 \cdot 10^{-4}$	0.20332
3.6537	0	0.20330

Таблица 16

y	$Y(y)$	$Z(y)$
0.00	0	0
0.02	0.0800	0.0213
0.04	0.1200	0.0603
0.06	0.1800	0.1108
0.08	0.2400	0.1720
0.10	0.3048	0.2382
0.20	0.6174	1.0573
0.30	0.9340	2.4360
0.40	1.2506	4.6870
0.50	1.5687	8.1390
0.60	1.8705	13.1900
0.70	2.1699	20.2600
0.80	2.4608	29.9800
0.90	2.7398	43.2200
1.00	3.0086	60.356
1.20	3.5143	110.13
1.40	3.9779	186.65
1.60	4.4088	300.00
1.80	4.7958	459.0
2.00	5.1571	680.0
2.20	5.4919	1000.0
2.40	5.8045	1341.0
2.60	6.0973	1810.0
2.80	6.3785	2380.0
3.00	6.6326	3146.0

Таблица 17

t	Y	-dY/dt	$\chi(y)$
0.0	0.500	0	0.725
0.2	0.492	0.062	0.715
0.4	0.480	0.092	0.690
0.6	0.455	0.128	0.625
0.8	0.426	0.162	0.550
1.0	0.391	0.185	0.470
1.2	0.352	0.200	0.390
1.4	0.311	0.207	0.305
1.6	0.270	0.209	0.222
1.8	0.228	0.199	0.158
2.0	0.190	0.188	0.120
2.2	0.154	0.172	0.088
2.4	0.121	0.146	0.061
2.6	0.094	0.113	0.042
2.8	0.066	0.111	0.023
3.0	0.041	0.106	0.012
3.2	0.019	0.100	0.006
3.391	0	0.09446	0

Таблица 18

t	Y	-dY/dt	$\chi(y)$
0.0	1.000	0	2.700
0.2	1.980	0.163	2.580
0.4	0.929	0.825	2.380
0.6	0.841	0.427	1.820
0.8	0.747	0.507	1.500
1.0	0.642	0.596	1.160
1.2	0.534	0.598	0.825
1.4	0.429	0.514	0.562
1.6	0.330	0.469	0.345
1.8	0.241	0.416	0.172
2.0	0.164	0.361	0.098
2.2	0.097	0.311	0.043
2.4	0.039	0.246	0.004
2.5588	0	0.2349	0

Таблица 19

t	Y	-dY/dt	$\chi(y)$
0.00	3.000	0	60.35
0.08	2.936	1.544	56.40
0.16	2.762	2.716	44.70
0.24	2.517	3.314	32.10
0.32	2.242	3.494	22.50
0.40	1.963	3.455	15.72
0.48	1.694	3.260	10.26
0.56	1.445	2.958	6.72
0.64	1.220	2.652	4.44
0.72	1.020	2.356	3.08
0.80	0.845	2.07	1.98
0.88	0.686	1.842	1.325
0.96	0.547	1.625	0.863
1.04	0.425	1.437	0.560
1.12	0.317	1.271	0.317
1.20	0.221	1.124	0.153
1.28	0.137	0.996	0.074
1.36	0.065	0.890	0.023
1.4326	0	0.7979	0

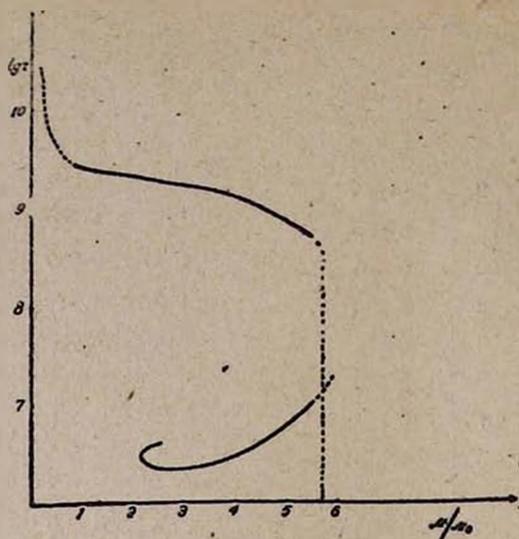


Рис. 1.—I кривая представляет радиус в функции массы равновесных конфигураций весьма уплотненных звезд, рассмотренных Чандрасекаром. II кривая имеет такой же смысл, но построена согласно нашим результатам.

Л и т е р а т у р а

1. Chandrasekhar. M. N. of the R. A. S., 1931, 91, 450.
2. Chandrasekhar. M. N. of the R. A. S., 1935, 95, 207.
3. Milne. M. N. of the R. A. S., 1930, 91, 1.
4. Milne. M. N. of the R. A. S., 1932, 92, 610.
5. Eddington. Internal Constitution of the Stars. 1926.
6. Stoner. M. N. of the R. A. S., 1932, 92, 651.
7. Strömberg. Z. Für Astrophysik, 1932, Bd, 4, H. 2, 118—152.
8. Zwicky. The Physical Revten, 1939, 55, 8.
9. Северный. Успехи астрономических наук, 1939.
10. Ландау. Доклады АН 17, 301, 1937.

ON THE POSSIBLE SUPERDENSE STELLAR CONFIGURATIONS

By L. A. Vatljan

S U M M A R Y

1. Some of existing theories, concerning internal construction of Eddington's, Milne's and Chandrasekhar's stars are briefly stated in the introduction to the dissertation.

2. The condition of existence of denser stellar configurations than the white dwarfs, which we are aware of, is under consideration, where the case of relativistic degeneration of the stellar substance is being supposed. Three possible cases are under investigation:

when a) the stellar substance consists of the free electrons and protons conjunction,

b) the stellar substance consists of neutrons only,

c) the stellar substance consists of a mixture of electrons and neutrons.

As soon as the most part of electrons, at high densities, will have a velocity of the order of that of light, then, in this case the correlation $E_e \approx cp_e$ (where E_e is the kinetic energy, p_e —the impulse of electron, c —the velocity of light) will be performed. In addition to this, it is admitted, that proton and neutron gases are relativistically degenerated.

3. On constructing of a model of the electron-proton star an equation of the state is drawn out apartly for the electrons and for the protons. Then on the foundation of the combination of these equations the fundamental equation of mechanical equilibrium of the configuration under consideration is obtained:

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{dF}{d\xi} \right) = -\varphi(F) \quad (1)$$

where

$$F = \int_0^y \frac{1}{\varphi} \frac{df}{dy} dy \quad (2)$$

(ξ —is the given radius, $\varphi(F)$ —the density and f —the pressure).

4. The solution of the fundamental equation of the problem comes to the approximate computation of the integral (2) for the given values of "y", to the computation of the corresponding values of $\varphi(y)$, to the definition of the curve $\varphi(F)$ and finally to the numerical integration (1).

5. A term for the mass of $M(\xi)$ is drawn out as well as for the mean density $\bar{\rho}_m$ —of the stellar configuration.

$$M(\xi) = -4\pi B \alpha^3 \xi^2 \frac{dF}{d\xi} \quad (3)$$

$$\bar{\rho} = -3B \xi^{-1} \frac{dF}{d\xi} \quad (4)$$

where B and α are constant quantities.

6. The computations carried out in this work point out, that the stars consisting of protons and electrons, parallelly with the configurations of equilibrium, which have been observed by Chandrasekhar i. e. those, which have radiuses $r \approx 10^9$ cm. similarly have configurations of equilibrium with radiuses of the order of tens of kilometers, supposing, that the stellar mass is relativistically degenerated.

7. The model of the neutron star is under consideration, two cases being under examination:

when a) the neutron gas is relativistically degenerated,

b) the neutron gas is degenerated irrelativistically.

Putting of this question and its solution are executed similarly to the preceding one. The results in the first case are:

$$M_{\text{max.}} = 1.5 M_{\odot}, \bar{\rho} \approx 10^{14} \text{ g cm}^{-3}, \text{ and } r \approx 10^6 \text{ cm.}$$

It is evident, that such a superdense configuration must possess of such an intense gravitational field, that the effects of general theory of relativity must start to play an important role. However these effects are not under examination in the present work. In the second case we get the same values for the masses as for the degenerated electrons only, but their densities, as well as their radiuses, are widely differing.

8. Now, a more common case is under our research, when in the stellar configuration, protons and neutrons are present simultaneously. Then the reactions of fusing of protons and electrons into neutrons, and vice-versa, the splintering of neutrons must proceed inside of the stars. This configuration keeps the balance if the "substance chemical" balance takes place in every element of the bulk.

Then

$$E_{\text{op}} + E_{\text{oe}} \equiv E_{\text{on}} \quad (5)$$

where E_{op} , E_{oe} and E_{on} are corresponding maximum of energy of proton, electron and neutron. This correlation has been taken as foundation for our investigation of the electron-proton-neutron model.

9. The comparison of corresponding results of solution of the neutron and the electron-proton-neutron models proves, that they practically coincide.

Ноябрь 1940 года
Ленинград