

С. Некрасова и Б. Маркарян

Затменная переменная SS Camelopardalis

$$\alpha_{1900.0} = 7^h 04^m 10^s; \quad \delta_{1900.0} = +73^\circ 30' 1''.$$

Затменная переменная SS Cam открыта Miss Cannon в 1908 году по фотографическим пластинкам как переменная типа алголь. Фотометрическая кривая этой переменной и точное значение периода получены (R. J. Mc Diarmid) Мак Диармид в обсерватории Принстон.

Кривая блеска SS Cam, как указывает Диармид (Diarmid), имеет асимметричные ветви главного минимума. Нормальные точки спускающейся ветви главного минимума идут систематически ниже точек восходящей ветви кривой. Эта асимметрия, имея вполне выраженный систематический ход, не может являться следствием случайных или же систематических ошибок наблюдательного характера.

Решения, проведенные Диармид обычным методом Рёсселла, не могли представить асимметрию главного минимума. В настоящей статье приведена попытка представить решение этой кривой в предположении различной эллипсоидальности компонентов системы, поворота больших осей относительно радиуса вектора, соединяющего центры тяжести обоих компонентов в результате приливного трения существования некоторого угла „запаздывания“ приливной волны как следствия того же приливного трения.

Решение проведено в предположении, что угол (θ_0) „запаздывания“ приливной волны, вследствие огромной вязкости в турбулентных потоках газа в звезде, является строго постоянной величиной.

Исследование вторичного минимума у SS Cam дало смещение эпохи главного минимума на

$$t_2 - t_1 = 2^h.19,$$

откуда

$$e \cos \omega = \frac{t_2 - t_1 - p/2}{p(1 + \text{Csc}^2 i)} = -0.0009.$$

Вследствие небольшой глубины вторичного минимума

$$\Delta m_2 = 0^m.082$$

неуверенной кривой блеска в начале и конце затмения величину

эксцентриситета орбиты (e) определять не удалось. Определение ментов произведено в предположении круговой орбиты.

Ректификация кривой блеска проведена по формуле, представляющей изменение яркости между минимумами в виде

$$\Delta m = a + C_1 \cos^2(\theta - \theta_0) + d \sin \theta, \quad (1)$$

где Δm — яркость наблюдаемых точек на кривой между минимумами;
 a — нуль пункт — поправка к принятому значению яркости между минимумами;

C_1 — постоянная эллиптичности компонента в предположении нулевой эллиптичности для обоих компонентов.

$$Z_u = 2C_1;$$

$$Z = E^2 \sin^2 i;$$

E — эксцентриситет экваториального сечения компонента;

θ_0 — угол „запаздывания“ приливной волны, приливной поворотов осей;

θ — угол фазы, отсчитываемый от середины полного затмения

$$\theta = \frac{360^\circ}{p} t^d;$$

d — эффект периастра.

Для более удобного решения уравнение (1) приведем к виду

$$\Delta m = \Delta m_0 + C_1 \sin 2\theta + C_2 \cos 2\theta, \quad (2)$$

$$\text{где } \Delta m_0 = a + \frac{C_1}{2},$$

$$C_1 = -\frac{C_1}{2} \sin 2\theta_0,$$

$$C_2 = \frac{C_1}{2} \cos 2\theta_0.$$

По формуле (2) из 56 точек вне затмения получены следующие значения констант:

$$a = -1.022 \pm 0.025;$$

$$C_1 = -0.0489 \pm 0.0072;$$

$$C_2 = -0.0530 \pm 0.0106;$$

$$d = +0.0168 \pm 0.0046;$$

$$\theta_0 = -21^\circ.36;$$

$$C_1 = 0.144.$$

Посредством приведенных значений постоянных все точки кривой SS Cam были исправлены за эффект эллиптичности, за приведение наблюдаемых значений Δm к нуль пункту и за эффект периастра по формуле:

$$\Delta m_{rect} = \Delta m - \Delta m_0 + C_1 \cos^2(\theta - \theta_0) + d \sin \theta.$$

После ректификации ветви главного минимума остались не только с разным наклоном, но и с различной глубиной:

$$1 - \lambda_1 \text{ восходящей ветви} = 0.360;$$

$$1 - \lambda_2 \text{ нисходящей ветви} = 0.400.$$

Ректифицированные значения нисходящей и восходящей ветвей главного минимума SS Cam и уклонения вычисленной кривой от наблюдаемой приведены в таблице 1.

Таблица I

Нисходящая ветвь главного минимума

№ №	Ф а з а		Δm	Δl	О—С в интенсивн.
	h	m			
1	—12	11.3	+0.135	+0.117	+0.027
2	11	26.2	.097	.085	— .005
3	11	2.4	.113	.099	.000
4	10	39.6	.114	.100	+ .010
5	10	22.5	.095	.084	— .005
6	10	3.9	.105	.092	.000
7	9	40.6	.051	.046	— .040
8	9	21.3	.048	.043	.030
9	8	58.8	+ .044	+ .040	.025
10	8	32.1	— .009	— .001	.053
11	8	00.1	+ .007	+ .001	.022
12	7	21.6	— .056	— .050	.023
13	6	40.3	.069	.061	+ .029
14	5	53.7	.169	.144	.010
15	5	12.3	.255	.209	.000
16	4	24.9	.336	.266	.010
17	3	39.5	.408	.313	.000
18	2	31.7	.383	.297	.015
19	1	26.4	.382	.297	.015
20	0	48.9	.399	.307	+ .005
21	— 0	17.0	—0.410	—0.314	0.000

Восходящая ветвь главного минимума

№ №	Ф а з а		Δm	Δl	О—С в интенсивн.
	h	m			
22	0	6.0	—0.417	—0.319	+0.005
23	0	59.5	.389	.301	+ .021
24	+1	51.1	.426	.324	.000
25	2	26.5	.428	.326	+ .004
26	3	21.6	.405	.314	.009
27	3	57.7	.364	.285	.018
28	4	13.9	.357	.280	.015
29	4	32.7	.358	.281	+ .005
30	4	59.9	.320	.255	.000
31	5	22.7	.283	.229	.000
32	5	37.2	.290	.234	— .016
33	5	50.9	.276	.224	— .021
34	6	06.0	.216	.180	+ .005
35	6	18.0	.204	.171	— .006
36	6	30.2	.151	.130	+ .015
37	6	43.6	.153	.131	— .004
38	7	03.6	.089	.079	+ .015
39	7	31.4	.050	.045	— .033
40	8	21.2	— .006	— .001	.000
41	8	51.0	+ .036	+ .003	— .011
42	9	32.0	.046	.042	.000
43	9	57.7	.075	.067	+ .017
44	10	17.6	.031	.028	— .018
45	+11	14.1	+0.040	+0.036	—0.010

Эффект периастра, являясь следствием неравномерного движения компонентов в эксцентрической орбите, вызывает в кривой блеск нарушения, не симметричный относительно минимумов. Эффект этого рода зависит от положения периастра относительно луча зрения, вследствие чего он частично замыкает и усложняет определяемый эффект поворота осей.

В системе SS Cam эффект периастра незначителен, но все же при решении получил вполне реальное значение. Его пришлось принять во внимание при исправлении кривой.

Угол приливного поворота осей $\theta_0 = -21^\circ.4$ показывает, что максимальная яркость системы достигается не при $\theta = 90^\circ$ и 270° , а при $\theta = 68^\circ.6$ и $248^\circ.6$, то есть все точки кривой блеска смещены на этот угол в сторону восходящей ветви главного минимума.

В случае предположения различной эллипсоидальности компонентов изменения блеска вне затмения будут выражаться формулой

$$(1-Z)^{1/2} = L_b[1 - Z_b \cos^2(\theta \pm \lambda)]^{1/2} + L_f[1 - Z_f \cos^2(\theta \pm \lambda)]^{1/2}$$

где обозначения „b“ и „f“ соответствуют яркому и слабому компонентам:

L_b и L_f — яркости яркой и слабой звезды,

Z_b и Z_f — эллиптичности яркого и слабого компонентов,

$\lambda = \lambda_0 - \theta_0$ — углу между большими осями компонентов и линией, соединяющей их центры тяжести.

Угол λ — найдется при решении кривой блеска вместе с определением K (отношение больших полуосей компонентов).

Пользуясь при этом соотношениями

$$\left(\frac{1 - \lambda_1}{1 - \lambda_2} \right)^{2/3} = \frac{M_b}{M_f}$$

и

$$\frac{Z_b}{Z_f} = K^3 \frac{M_f}{M_b},$$

можно определить для первого приближения величины эллипсоидальностей компонентов Z_b и Z_f .

Пусть $1 - \lambda_1$ — потеря блеска в главном минимуме,

$1 - \lambda_2$ — потеря блеска во вторичном минимуме,

M_b и M_f — массы компонентов,

K — отношение больших полуосей компонентов.

При определении величин Z_b и Z_f для SS Cam оказалось, что эллипсоидальность яркого компонента Z_b очень мала по сравнению с Z_f :

$$Z_b = 0.0082;$$

$$Z_f = 0.4000.$$

Это дало возможность при дальнейшем решении принимать в расчет лишь эллипсоидальность слабого компонента Z_f , пренебрегая величиной Z_b .

В результате нескольких приближений, задаваясь различными углами $\lambda - 10^\circ, 7^\circ, 5^\circ, 3^\circ$ и при небольшой вариации сглаженных плавных кривых нисходящей и восходящей ветвей главного минимума, отдельно было найдено методом Рёсселла близкое значение K^1 для обеих ветвей при угле поворота $\lambda = 3^\circ$.

$$\lambda = \lambda_0 - \theta_0 = 3^\circ.$$

K^1 найдено из таблиц Рёсселла по формуле

$$\eta(K\alpha_0) = \frac{\sin^2 \theta_n - \sin^2 \theta_{0-0}}{\sin^2 \theta_{0-0} - \sin^2 \theta_{0-0}} \cdot \frac{[1 - Z_f \cos^2(\theta_{0-0} \pm \lambda)]}{[1 - Z_f \cos^2(\theta_n \pm \lambda)]},$$

где знак $+$ для нисходящей ветви минимума, а знак $-$ для восходящей ветви.

Значение K^1 , найденное из кривой блеска, исправлено за эллиптичность компонентов по формуле

$$K = K^1 \frac{[1 - Z_f \cos^2(\theta \pm \lambda)]^{1/2}}{[1 - Z_b \cos^2(\theta \pm \lambda)]^{1/2}}$$

Результаты решения приведены в таблице II

Таблица II

Нисходящая ветвь

n	h	$\Psi(K_{20})$	$\Psi(K_{20}) \frac{F(0.9)}{F(n)}$	K'_{1u}	K_u	K'_{1d}	K_d
0.1	260.8	2.386	2.164	0.314	0.262	0.411	0.344
0.2	240.7	1.730	1.600	0.313	0.260	0.446	0.369
0.3	220.8	1.149	1.079	0.256	0.211	0.404	0.332
0.4	210.4	0.756	0.721	0.300	0.245	0.500	0.409
0.5	190.9	0.353	0.339	0.247	0.201	0.459	0.373
0.6	180.5	—	—	—	—	—	—
0.7	170.1	-0.333	0.326	0.254	0.204	0.480	0.386
0.8	150.5	-0.669	0.662	0.320	0.262	0.559	0.448
0.9	130.9	—	—	—	—	—	—
Среднее значение				0.287	0.235	0.466	0.380

Восходящая ветвь

n	h	$\Psi(K_{20})$	$\Psi(K_{20}) \frac{F(0.9)}{F(n)}$	K'_{1u}	K_u	K'_{1d}	K_d
0.1	260.8	2.342	2.162	0.313	0.225	0.410	0.334
0.2	240.6	1.658	1.578	0.300	0.243	0.428	0.347
0.3	220.75	1.149	1.077	0.250	0.201	0.401	0.322
0.4	210.5	0.767	0.735	0.328	0.263	0.528	0.423
0.5	190.9	0.353	0.342	0.264	0.210	0.476	0.379
0.6	180.5	—	—	—	—	—	—
0.7	170.1	-0.326	0.325	0.245	0.194	0.470	0.371
0.8	150.5	-0.669	0.663	0.336	0.264	0.569	0.448
0.9	130.8	—	—	—	—	—	—
Среднее значение				0.290	0.233	0.469	0.375

Далее, значения больших и малых полуосей компонентов (a_b , a_f , b_b , b_f) и наклон орбиты к лучу зрения i получены для нисходящей и восходящей ветвей отдельно (при гипотезах „U“ и „D“) согласно формулам:

$$\sin^2 \theta_{0.1} = A;$$

$$\sin^2 \theta_{0.9} - \sin^2 \theta_{0.9} = B;$$

$$\sin^2 \theta_n = \frac{B \Psi_n(K^1)(1-Z) + A f(0.9)}{f(0.9) - B \Psi_n(K^1)Z};$$

$$i_{(n)} = 1 - Z_f \cos^2(\theta_n + \lambda) \quad \text{— для нисходящей ветви};$$

$$i_{(n)} = 1 - Z_f \cos^2(\theta_n - \lambda) \quad \text{— для восходящей ветви};$$

$$A_1 + B_1 \sin^2 \theta_{1.0} = f(1.0)(1 - K_{1.0}^1)^2;$$

$$A_1 + B_1 \sin^2 \theta_{0.1} = f(0.0)(1 + K_{1.0}^1)^2;$$

$$A_1 = \frac{\cos^2 i}{a_1^2}; \quad B_1 = \frac{\sin^2 i}{a_1^2}; \quad \frac{1}{A_1 + B_1} = a_1^2; \quad B_1 = \operatorname{tg}^2 i.$$

Углы $\theta_{1.0}$ и $\theta_{0.0}$ — суть фазы первого и второго контактов компонентов затмения.

Таблица III

	θ	Нисх. ветвь	Восх. ветвь
Гипотеза			
	$\theta_{1.0}$	110.0	100.6
	$\theta_{0.0}$	290.7	270.4
	$\theta_{1.0}$	80.2	70.7
	$\theta_{0.0}$	340.2	350.8

В таблице IV приведены полученные элементы SS Cam гипотез „U“ (uniform) и „D“ (darkened) решений для нисходящей и восходящей ветвей отдельно.

Таблица IV

	Восходящая ветвь		Нисходящая ветвь	
	„U“	„D“	„U“	„D“
p — период обращения в орбите, выраженный в днях		4 ^d .82438		
t ₁ — эпоха главного минимума		J. D. 2420842.594		
t ₂ — эпоха вторичного минимума		p/2 — 2 ^d .19		
e cos ω		—0.0009		
α_0 — максимальная фаза затмения в главном минимуме	1.00	1.00	1.00	1.00
1 — λ_1 — потеря света в главном минимуме	0.360		0.400	
1 — λ_2 — потеря света во вторичном минимуме	0.053	0.084	0.050	0.084
K — отношение радиусов компонентов	0.290	0.469	0.287	0.466
K ¹ — отношение радиусов компонентов (без учета эллиптичности)	0.233	0.375	0.235	0.380
i — наклонность орбиты к лучу зрения	80 ^o .13	81 ^o .53	79 ^o .31	81 ^o .87
a _b — большая полуось яркой звезды	0.460	0.437	0.477	0.425
a _f — большая полуось слабой звезды	0.107	0.164	0.112	0.162
b _b — малая полуось яркой звезды	0.353	0.377	0.365	0.367
b _f — малая полуось слабой звезды	0.106	0.163	0.111	0.161
L _b — яркость яркой звезды	0.640	0.600	0.600	0.580
L _f — яркость слабой звезды	0.360	0.400	0.400	0.420
Z _b — эллиптичность яркой звезды	0.01	0.01	0.01	0.01
Z _f — эллиптичность слабой звезды	0.40	0.25	0.40	0.25
SP _b	G1			
SP _f	F 5			

Коэффициент потемнения к краю также определялся для каждой ветви главного минимума отдельно.

Вычисления произведены в первом приближении с интерполированными значениями элементов для гипотез:

$$0.3 D, \quad 0.5D \text{ и } 0.7 D.$$

Коэффициент потемнения к краю, вычисленный по методу Крат⁵, получился равным $x=0.56$, откуда степень потемнения равна

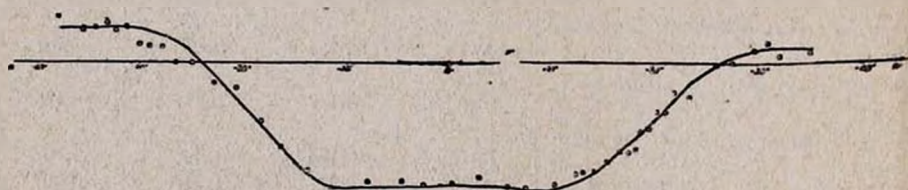
$$x^1 = \frac{x}{1+x} = 0.36 \pm 0.09.$$

С полученным коэффициентом потемнения к краю выведены следующие элементы орбиты для SS Cam:

Таблица V

	Нисход. ветвь	Восход. ветвь
K^1	0.351	0.354
K	0.287	0.284
L_b	0.626	0.593
L_f	0.374	0.407
i	80° 2	80° 6
a_b	0.458	0.452
a_f	0.130	0.128
x^1	0.36 $\pm$ 0.09	

Эти элементы дают наилучшее представление наблюдаемой кривой блеска SS Cam. Отклонения наблюдаемых нормальных точек от теоретической кривой (О—С) помещены в таблице 1 (чертеж 1).



Черт. 1

Л и т е р а т у р а

1. Miss Cannon Harv. Circ. 140. 1908.
2. R. J. Mc Diarmid Contr. Princ. Univ. Obs. 7, 1924.
3. В. А. Крат. Астроном. журнал СССР XIII, 9, 1936.
4. В. А. Крат. Циркуляр Глав. Аст. Обс. № 26—27, 1939.
5. В. А. Крат. Циркуляр Глав. Аст. Обс. № 28, 1940.

ON THE ECLIPSING VARIABLE SS CAM

by S. Nekrassova and B. Markarian

S u m m a r y

The variable SS Cam has a fairly accurate photometric light-curve obtained by R. J. Mc Diarmid (Contr. Princeton Univ. Obs. № 7, 1924) with a polarizing photometer. The light-curve of this variable is remarkable for the asymmetrical branches of the primary minimum, where the ascending branch when "reflected" (about $\theta=0^\circ$) does not coincide with the descending branch. This circumstance handicaps the determination of the elements of the system in the usual way.

The present paper deals with an attempt to apply to this curve the method of solving the systems with different ellipticities of components as recently proposed by Krat (Poulik. Circ № 26—27, 1939).

In this case it is assumed that the asymmetry of the light-curve and the different ellipticities of the components (Z_f and Z_b) are due to the perturbing tidal effect. Since the period of axial rotation of components does not coincide with that of their revolution in the orbit, the tidal friction causes the deviation of the major axes from the line joining their centres of gravity. This deviation will be manifested in the asymmetry of the primary minimum in the observed light-curve.

The authors determined the elements for both branches of the minima SS Cam light-curve by the modified method of Russell from the "D" and "U" solutions (Table IV). The coefficient of limb darkening has been determined as well separately for each branch of the primary minimum (Table V).

Erevan,
August, 1940.

