

ՅԵՐԿՈՒ ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ (ԱՆՇԱՐԺ) ԿԵՆՏՐՈՆՆԵՐԻ ՊՐՈՔԼԵՍԸ

Գ. Բ Ա Դ Ա Լ Յ Ա Ն

Գ. ՄԱՍ

ՆԵՐԱՄԱԿԱՆ.—Ներկա հոգիածուժ մենք տալիս ենք մեր աշխատանքի⁶ առաջին մասի շարունակությունը, կամ ավելի ճիշտ յերկու հաստատուն կենտրոնների պրոդլեմի ուսումնասիրությունն ապարեզում մինչև այժմ ստացված արդյունքները, վորովհետև ցավոք սրտի պետք է խոստովանել, վոր հարցի վերջնական յեվ լրիվ լուծումը մեր առաջ այնպիսի դժվարություններ հարուցեց, վորոնց հաղթահարելն առայժմ մեր ուժերից վեր էր։

Իկող և սլառնառը, վոր մեզ չհաջողվեց աշխատանքը տանել այն պլանով և իրականացնել այնուպես, ինչպես այդ մենք նախատեսել էինք և արտահայտվել աշխատությունն առաջին մասում, Ըստ այդ պլանի մենք պետք է մեր աշխատության յերկրորդ մասում դրադովելներ հարցի վորակական անալիզով, խորացնելով ու զարդանելով առաջին մասում ստացած արդյունքները, այլ խոսքով՝ պետք է ավելի կոնկրետացրած ու ճշտված ձևով նշելինք մեր պրոդլեմում հնարավոր շարժումների քնորոշ առանձնահատկությունները, ինչպես նաև պերիոդիկ շարժումների զոյությունն ապացույցն ու նրանց հնարավոր լինելու հատկանիշները և այլն։

Սակայն մեր պրոդլեմի վորակական անալիզն առաջադրեց, ինչպես առաջինը, չափազանց մեծ, բոլորովին չնախատեսված և մինչև այժմ էլ չհաղթահարված մաթեմատիկական դժվարություններ։ Այսպես որինակ՝ մեր պրոքլեմում հնարավոր տրանկտորիաների շրջման կետերի յերկրաչափական տեղն ուսումնասիրելիս, մենք ստացանք 16—առոտիճանի միատեղ հավասարումներ, վորոնք

⁶ Տե՛ս հոգիածի վերջում զետեղված զրեկանությունը (Է.Յ.)։

ընդգրկում էլ ինն Ռ անհատյա մեծաթիվներ և 4 (սղասո) պարամետրներ, և վորոնց ընդհանուր շուծում ապրն աշգրտիսով դարձում գտեթե անհետար (կտրելի չեր, ասենդ, թեկյալ թվական հաշվումներ յեղանակով դառնել աշգ հաստատարութեի շուծութեի թվական արժեքները, բոլց այն հակայական աշխատանքը և անհրամեղա մամանականիցայք, վորք պահանջում էր և պետք էր զործադրել պրտ համար, յերթեր չեր արդարացի ստացվելիք արդյունքով):

Նույնիսկ այնպիսի մի ամեղ և արդյունավետ մեթոդի կիրառումը, ինչպիսին և ելի. Դժ. Մոխսեյեվի հարմարի բնորոշողների մեթոդը*, չափեց պրակտիկ, պրեթե վոյ մի շոյափելի հեռանդ և մենք հարկադրված յեղոնք անդամ աշգ բեղմնավոր յեղանակը մի կողմ թողնել, Մյաս կողմից խնդրի վորակական առաջիկի ասպարեկում ունեցած աշգ անհաջող յեղից հետո, մենք վորոշեցինք, այն յեղք, սգից վնտուելուն պոդընթաց սկսել մեր աշխատանքի յերրորդ մասով պրոդվել: Դո կարելի չե կատարել անկախ յերկարոց մասն ավարտելուց: Երրորդ մասում մենք պետք և յատուկեցինք ինչդրի քանակական անալիզի հարցերը, այսինքն՝ պետք և ստացված շարժման ինտեգրումները, վորոնք մեր պրոյեկում էլիպտիկ են և հետևապես վերջնական շուծում տեսք չունեն, լեմանդրան նորմալ առաջի բերեցինք, մի առաջի, վորք շատ հարմար և կոնկրետ հաշվութեի կատարելու համար: Իրանից հետո մեր խնդիրն և յինելու ապ աշգ ինտեգրացիներ հաշվելու յեղոնակները, վորք հենց վատտորեն հանդիսանում և քանակական անալիզի կենտրոնական հարցը և վորք դայիս և փոխարինելու որրիտան հաշվելու յեղանակներին յերկու մարմինների (մի հաստատուն կենտրոնի) յանցում և երկու հողվածում մենք հրապարակում ենք մեր ստացած արդյունքներն՝ աշխատանքի յերրորդ մասից, վորն ընդգրկում և աշգ մասի միայն կեսը, վորովհետե մի շարք պատճառներով չկարողացանք վերջացնել մի

* Метод константных характеристик, մի մեթոդ, վորն ի ղեկ ասել և բո կապ ան և շողկաղում և Պուանկարեյն կիրառած մեթոդ Դարվինի, հաղածութ, իսկ մյուս կողմից և հայանի ուս մաթեմատիկա Լյուդ. Նովի կոյունության տեւությանը նվիրած հետազոտություններում գործադրած մեթոդը:

Այդ մասին հետքերդոշներ կարող են մանրամասնորեն ծանոթանալ ելի. Դժ. Մոխսեյեվ աշխատանքների հետ առյժի վերջում նշու հրատարակությունների միջոցով. (տես. 3 և 4):

սերքի համար կա՛նենանք հետեւյալ կոորդինատները՝ $C_1(1,0)$ և $C_2(-1,0)$ (աւել հետք 1-ին)։ Վերջապէս նշանակենք շարժող մարմնի ունեցած հետադարձ թիւներ կենտրոններից համապատասխանաբար r_1 և r_2 ն բա կոորդինատները x և y , իսկ պատշաճ ձեւադրանքով k^2 ավ։

Այժմ մենք կարող ենք գրել մարմնի շարժման պի՛նկերէն-
պայ համառարտ միւրը՝

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= x - k^2(1-m) \frac{x}{r_1^3} - k^2m \frac{x}{r_2^3} \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= y - k^2(1-m) \frac{y}{r_1^3} - k^2m \frac{y}{r_2^3} \end{aligned} \right\} \dots \dots (1,1)$$

$$\text{ժառանգ } r_1 = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}, \quad r_2 = \sqrt{(x+1)^2 + y^2} \dots \dots (1,2)$$

Այս տրամաբանական դրանագրան հեղինակներ շարժման
ինտեգրացիոնն առանալու համար շարժողքի ևն դանադան յե-
դանակներ։

Այդ շեղանակներից մեկն է հանդիսանում էւս վիբի (Laval) և
(6) Բեռլինի ուղաւարտումը։

Նախ և առաջ պէտք է նշել, ժառ համալրական էլիպսների և
հիպերպոլների շնամայրը, ժառնայ փնայանք համայնիւնում և կար-
դինատների սկզբնականի հետ յեւ վարնայ համար իրրիվ փնայ-
նէր ձառաւորմ են մեր սնշարմ կենտրոնները, սղանապէս սերս
կապ աւնի մեր պարբիմի հետ, ժառը բղնամ և հնայ տրամբի
բնայլից և ժառը հայտատիում և Բոննէյի (Bonnat)՝) Բեռլինի
կերատումի յերկու հաստատուն կենտրոնների նկատմամբ, հե-
տեւապէս միանդամայն բնական ու նալառակաւարմար և ներմու-
ծել էլիպսիկ կոորդինատները։

Այդ պատճառով հետեւելով մի շարք հետադոտողների որի-
նակին, մենք յեւս պրծաղքի ևնք հետեւյալ ամենապարզ ելիպ-
սիկ կոորդինատները՝

$$\lambda = \frac{1}{2}(r_1 + r_2) \quad \text{և} \quad \mu = \frac{1}{2}(r_1 - r_2) \dots \dots (1,3)$$

* Լուվիի Թերեմի ազաջույք կարելի չե գտնել Շարլէյի գրքում
(էջ 80) կամ Վեռնէրի (էջ 50) աշխատւթյունում (էջ 97)։ (Տես հագգած
Վերլում գեակզած գրականւթյան ցանկը)։

զնայրից յերևում է, զոր i -ն և μ -ն փոփոխվում են հետևյալ սահմաններում՝

$$1 < \lambda < \infty \text{ և } -1 < \mu < 1 \quad (1,4),$$

իսկ ղեկաբության կոորդինատները λ -ի և μ -ի միջոցով արտահայտվում են հետևյալ ձևովով՝

$$x = \lambda \mu \text{ և } y = V(\lambda^2 - 1)(1 - \mu^2) \quad (1,5)$$

փոխարինելով այս նոր փոփոխականներով x -ը և y -ը ու նրանց սժանցյալներն բոտ ժամանակի, մենք տեսնում ենք, զոր կինեմատիկ եներդիտն՝

$$T = \frac{v^2}{2} = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \quad (1,6)$$

և ուժային ֆունկցիան՝

$$U = \frac{k^2(1-m)}{r_1} + \frac{k^2 m}{r_2} \quad (1,7)$$

արտահայտած այդ նոր փոփոխականներով բազարարում են L -ովի թերեմի պայմոններին. իսկապես կունենանք՝

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{\lambda^2 - \mu^2}{2} \left[\frac{\dot{\lambda}^2}{\lambda^2 - 1} + \frac{\dot{\mu}^2}{1 - \mu^2} \right] \\ U &= \frac{k^2}{\lambda^2 - \mu^2} [\lambda - (1 - 2m)\mu] \end{aligned} \right\} \quad (1,8)$$

Իսկ յեթե այգպես և, ապա նույն այդ թերեմի հիման վրա կարող ենք գրել մեր պրորբեմի բուր չորս ինակգրալները՝

$$T = u + h \quad (1,9)$$

$$\frac{\dot{\lambda}}{V z(\lambda)} = \frac{\dot{\mu}}{VM(\mu)} = \frac{V^2}{\lambda^2 - \mu^2} \quad (1,10)$$

$$\int \frac{d\lambda}{V z(\lambda)} + \theta = \int \frac{d\mu}{VM(\mu)} \quad (1,11)$$

$$V^2 (t + t_0) = \int \frac{\lambda^2 d\lambda}{V z(\lambda)} + \int \frac{\mu^2 d\mu}{VM(\mu)} \quad (1,12)$$

վորակի համաստեղային համար քննարկում է՝

$$z(\lambda) = (\lambda^2 - 1)(h\lambda^2 + k^2\lambda + \alpha) - (\lambda^2 - 1)R(\lambda) \quad (1,13)$$

$$M(\mu) = (\mu^2 - 1)(h\mu^2 + k_1^2\mu + \alpha) - (\mu^2 - 1)S(\mu) \quad (1,14)$$

իսկ $k_1^2 = k^2(1 - zm) = 0 \quad (1,15)$

$$R(\lambda) = h\lambda^2 + k^2\lambda + \alpha \quad (1,16)$$

$$S(\mu) = h\mu^2 + k_1^2\mu + \alpha \quad (1,17)$$

բայց վերում խնամելով ման հաստատուններն ու նեն հետևյալ արտահայտությունները՝

$$h = \frac{V_{\infty}^2}{z^2} \cdot k^2 \cdot \frac{m}{r_{10}} - k^2 \cdot \frac{m}{r_{20}} \quad (1,18)$$

$$\alpha = \frac{(\lambda_{\infty}^2 - \mu_{\infty}^2) \cdot \lambda_{\infty}^2 - h\lambda_{\infty}^2 - k^2\lambda_{\infty}}{z(\lambda_{\infty}^2 - 1)} = \frac{(\mu_{\infty}^2 - \lambda_{\infty}^2) \cdot \mu_{\infty}^2 - h\mu_{\infty}^2 - k^2\mu_{\infty}}{z(\mu_{\infty}^2 - 1)} \quad (1,19)$$

վորակի V_{∞} -ն սկզբնական (մոմանտի սկզբնական մոմենտին համապատասխանող) արագություն է, r_{10} և r_{20} սկզբնական շառավիղ վեկտորների արժեքներն են, իսկ λ_{∞} , μ_{∞} և μ_{∞} նշանակված են λ -ի և μ -ի ու նրանց սահմանայինների արժեքները՝ սկզբնական մոմենտի համար:

Առաջին խնուրալը (1,9) դա էներգիայի խնուրալն է, յերկրորդը՝ միջանկյալ խնուրալ է, վերը համապատասխանում է յերկու մարմինների հարցում ստացվող մակերևույթի խնուրալին, յերրորդը առկա յե λ -ի և μ -ի կապը յեվ նույնպես վալայի յինչ է, յեթև վոչ արտեկտոբիայի համասարումը, և վերջապես յորրորդը հանդիսանալով մոմանտի և կոորդինատների կապը՝ հնարավորություն է տալու վերաշելու մարմնի դիրքն որոշության վրա:

§ 2. ԽՆԴՐԻ ԴՐՎԱՅՔՆ ՈՒ ԿԱՏԱՐՎԱԾ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԱՌԱՋԻՆ ՄԱՍՈՒՄ

Մեր աշխատանքի ոտաջին մասում մենք հարկադրված էյինք գրադվել հնարավոր շարժման տիրույթների ու ստանալորություն, մի հարց, վերով մեղանից առաջ գրադվել էյին Շարլեն (Charlier)⁴ և Ֆինլանդացի Տալգվիստը (Hj. Tallqvist)⁵:

Սակայն պետք է ասել, վոր թե առաջինը և թե վերջինը իրենց աշխատանքներում թույլ եյին տվել զանազան սխալներ, մանավանդ Charlier-ն, վորի սխալները նկատել եր Tallqvist-ը զեռ եռ 1927 թվին, բայց նա ինքն ես, այնուամենայնիվ, թույլ եր տվել վորոշ սխալներ:

Այդ սխալների հիմնական պատճառը վերահիշյալ հեղինակների բնարած դուռ անալիտիկական մեթոդն եր, վորին հետեւելով՝ նրանք ստիպված եյին քննության տոնել մի շարք անհասարություններ, և այդ պոլմին զդուշորեն շմտեւալով՝ նրանք, հետեւեալեա Charlier-ն չեր նկատել, վար այդ անհավասարությունները համաանդելի չեն, այսինքն՝ չեն կարող տեղի ունենալ նրանց մեջ մանող պարամետրների միւնույն արժեքների համար: Թողնելով մի կողմ այդ դուռ անալիտիկական մեթոդը, մենք մեր աշխատանքի առաջին մասում կիրառելիք յերկրաչափական — անալիտիկական մի խառը մեթոդ և կարողացանք յերկրաչափական պատկերացման միջոցով պարզ կերպով ցույց տալ պարամետրների (ալիւի ճիշտ լնտեղուման հաստատունների) արժեքների տիրույթը, վարոնց համար շարժումը հնարավոր չե, ինչպես նաեւ շարժման դանադան հնարավոր ախելի միջե յեղած կադն ու նրանց միմիւրնց փոխանցելը:

Ալիւի կոնկրետ և հատկանալի լինելու համար յերկու խոսքով բացատրենք մեր կիրառած մեթոդի հիմնական դադափարը:

Շտրժման ախելի աւորոջ ուսուէնախերությունը հիմնվում և շարժման յերկրորդ լնտեղումի՝ այն և (1,10)-ի հետադոտման վրա:

Ըստ վարում այդ հետադոտման համար յեւակետ և հանդիտմնում շարժման արողության մասին Հիլլի (Hill) տված դադափարը, Իսկ Hill-ի այդ թեւ սարդ, բայց սրամիտ ու խորը իմաստ պարանոսկող պողափարն հետեւալում և կայանում: Պարզ և, վար շարժվող մարմնի արողությունը ուալ շարժման համար չի կարող լինել կեղծ մեծություն, նա պետք և ունենա իրական արժեքներ, այսինքն՝ պետք և լինի $v^2 > 0$ կամ համաձայն (1,0) և (1,0) պետք և $U + h > 0$:

Դիտելով ի-ն իրեւ փոփոխական պարամետր, մենք հավասարության նշանն ի նկատի ունենալու պեպքում կատանանք ի հափրժացումս Hill-ի այդ դադափարի՝ այսպես կոչված Հիլլյան կորերի հավասարումը, վորովհետեւ ի-ի տվյալ արժեքի համար այդ հավասարման ձախ մասը ֆունկցիոա յե միայն շարժվող

մարմնի կոորդինատներից: Իսկ կարող մարմնի շարժման հարթա-
 թյանը կրամանի ուղեղիսի մասերի, ժութանցիյ մի մասում (սրբի-
 նակի կարի նկատմամբ արտաքին մասում) կլինի $\sqrt{2}$ 0, իսկ մյուս
 (կարող ուսմանախաղիմ) մասում կլինի $\sqrt{2}$ 0, և հետևապես
 այդ կարի արտաքին մասում բնկնող արտաքինում շարժումն ան-
 հնար է, իսկ կարող ներքինիմում արտաքինում՝ հնարավոր:

Այսպիսով կատարելով 1) և 0 համարադրումն ունեցող
 կարերի բնութաները՝ մենք հնարավորություն ունենք ասելու թե
 1) թ ախած արժեքի համար (x, y) հարթաթյան վրա մասումն և
 շարժումը հնարավոր և վրա մասում անհնար:

Հետևելով Հիլբի այդ պարզ մեխանիկ, մենք կարող ենք մեր
 պարբերմում հույս դրապես թյունների իման վրա լեզրակալանել:
 վրա, ժութակալի շարժումը լինի հնարավոր պետք և արտաքին
 բաղադրիչները, ժութնք են՝ $\frac{dx}{dt} = i$ և $\frac{dy}{dt} = u$ լինեն իրական մե-
 ծու թյուններ, այսինքն՝ համաձայն (t, t_0) պետք և լինի՝

$$\lambda^2(\lambda^2 - \mu^2)^2 - z(\lambda) = (t^2 - t)(h\lambda^2 + k^2t + z) = 0$$

և

$$\mu^2(\lambda^2 - \mu^2)^2 - M(u) = (u^2 - t)(h\mu^2 + k^2u + z) = 0,$$

Այսպեղից թ նկատի ունենալով, վրա

$$t < \lambda < \infty$$

և

$$-1 < u < 1$$

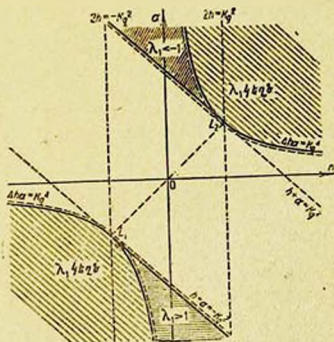
կարող ենք ասել վրա միշտ $\lambda^2 - t > 0$, իսկ $\mu^2 - t < 0$ և հետևա-
 պես՝ վրակալի t^2 և u^2 լինեն դրական, պետք և լինի՝ $k(\lambda) =$
 $= h(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = 0$ ($2, 1$) և $S(\mu) = h(\mu - \mu_1)(\mu - \mu_2) < (2, 2)$,
 վրակալ $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1$ և $\mu_2, R(\lambda)$ և $S(\mu)$ բաղադրանքների արժանանքն
 են, վրանք ինտեգրման հաստատուններից կախված են հետևյալ
 ձևով՝

$$\lambda_{1,2} = \frac{t}{2h} \left(-k^2 \pm \sqrt{k^4 - 4hz} \right) \quad \dots \dots (2, 3)$$

$$\mu_{1,2} = \frac{t}{2h} \left(-k^2 \pm \sqrt{k^4 - 4hz} \right) \quad \dots \dots (2, 4)$$

(2, 1) և (2, 2) պայմանների իրականացման համար անհրա-
 ժեշտ և պարզիլ թե λ_1 և λ_2 մեծ են մեկից թե վրա, հնարավոր

և λ_1 և λ_2 բաղադրված մեծություններ մեծ են մեկից թե փոքր են։
 դրանից U_{ij} և անհրաժեշտ պարզել ամենից առաջ, փորձենան
 դրանից և կախված այն, թե կարող են արդյոք λ_1 -ն և λ_2 -ն ըն-
 դառնել λ_1 և λ_2 , λ_1 և λ_2 արժեքները թե փոք, այլ կերպ ասած՝
 դա նշանակում է պարզել թե h -ի և a -ի ինչպիսի արժեքների
 համար λ_1 -ն և λ_2 -ն կլինեն 0, փորձենան $\lambda_1 = \lambda_2$ և $\lambda_1 = \lambda_2$ ($1 = 1, 2$)
 առկա են $\lambda_1 = 0$ կամ $\lambda_2 = 0$, Իսկ դրա համար նախ և առաջ
 պետք է ստատիստիկել λ_1 -ի, λ_2 -ի, λ_1 և λ_2 -ի փոփոխությունները
 h -ից և a -ից կախված։ Ահա այսակեզ ևր, փոր Charlier-ի և Tall-
 gvisտ-ի դատ անալիտիկ մեթոդի փոխարեն, մենք նախընտրեցինք
 չևիդրադատիկան պատկերացման մեթոդը։ Այլ կերպ ասած վերջ-
 նելով (h , a) հարթությանը, մենք նախ և առաջ պարզեցինք, թե
 այդ հարթության վրա մաստիս են λ_1 , λ_2 , λ_1 և λ_2 արժատները
 մեծ մեկից, փոր մասում փորը (-1)-ից և այլն, փորվենան
 ստացված արդյունքներն աշխատանքի այս մասում ևս ողտադար-
 ձելու յենք, ուստի անհրաժեշտ է մեջ բերել այդ հետադոտություն
 վերահիշյալ արդյունքները։



Նկ. 3

Աշխատանքի ստացվին մասում մենք ցույց ենք տվել փոր՝
 λ_1 կոմպլեքս և $\Delta ha = Kq^4$ հաշվարարկողմ հիսերրույի ներքո։

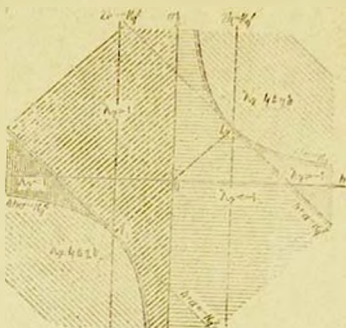
$\lambda_1 > 1$ և $| \alpha - k^2 \text{ ադիկցիայի ներքեղի } 2\lambda_1 - k^2 \text{ գծից աջ}$
(խնայող հիպերբոլից դուրս):

$\lambda_1 < 1$ և $| \alpha - k^2 \text{ ադիկցիայի վերև } 2\lambda_1 - k^2 \text{ գծից ձախ (սև) }.$
նկ. 2)²

λ_2 համապատասխան է նույնպես $| \lambda_2 - k^2 \text{ հիպերբոլի ներքուր}$

$0 < \lambda_2 < 1$ և $| \alpha - k^2 \text{ ադիկցիայի ներքեղի } 2\lambda_1 - k^2 \text{ գծից ձախ}$

$0 > \lambda_2 > -1$ և $| \alpha - k^2 \text{ գծից վերև } 2\lambda_1 - k^2 \text{ գծից աջ}$
(սև) նկ. 3):



նկ. 3

Պարզ է, թե նույնպիսի տիրույթներում կգտնվեն λ_1 և λ_2 -ի համապատասխան արժեքները, միայն $\alpha < k^2$ և k^2 թվաբան վերջինների $k^2 = k^2(1 - 2m) < k^2$ ²⁰:

Այնուհետև, վարակադի կարողանանք պարզել, թե λ_1 -ի և λ_2 -ի արժեքների ինչպիսի կոմբինացիաներ են հնարավոր, մենք 2 և 3 նկարները վերադարձ ենք միմյանց վրա, վերի շնորհիվ պարզվում է, թե հնարավոր են λ_1 -ի և λ_2 -ի արժեքների հետևյալ

²⁰ Թեպետև այս, սույնպես է 3, 4 և . . . գծերից վերջին են աշխատանքի առաջին ժամանակ:

²¹ Տե՛ս աշխատանքի 1 մաս էջ 354-55:

կամբինացիաները (զուգորդումները), մորոնք տեղի ունեն (h, a) հարթության հետևյալ տիրույթներում

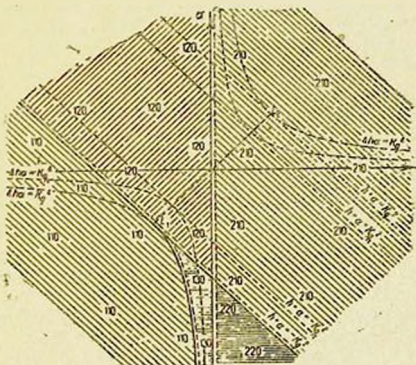
130. $\lambda_1 > \lambda_2 > 1$, $h + a = -k^2$ գծից ցած և $2h = -k^2$ գծից դեպի աջ, ըստ վորում միայն $h < 0$ հարթամասի համար:

120. $\lambda_1 < 1 < \lambda_2$, $h + a = -k^2$ գծից վերև, ըստ վորում նույն-պես միայն $h < 0$ դեպքում:

110. λ_1 և λ_2 կոմպլեքս են՝ կամ յերկուսն էլ 1-ից՝

210. տեղի ունի $h < 0$ դեպքի համար $h + a = -k^2$ ուղղից ներքև և $2h = -k^2$ գծից ձախ, իսկ $h > 0$ դեպքում $h + a = k^2$ ուղղից վերև բնկած տիրույթներում և համասարակողմ հիպերբոլի յերկու ճյուղերի ներսում:

220. $\lambda_1 > 1 > \lambda_2$, $h + a = k^2$ ուղղից ցած $h > 0$ դեպքում: (Տես նկ. 4)



Նկ. 4

Այսպիսի յերկրաչափական պատկերացման շնորհիվ պարզ յերևում է, վոր որինակ յի կարող լինել $\lambda_1 < -1 < \lambda_2 < 1$ կոմբինացիան, վորովհետև նկ. 2-ից և 3-ից յերևում է, վոր (h, a)

հարթության այն ախրայքները, վարանցում ունի ունեն վերահի-
շայ առհասարակությանները, չունեն բնականոր մասեր (մի-
շյանը չեն ծածկում մերադրելիս), այլ կերպ տեսած է, $\lambda_1 < 1$ և
 $\lambda_2 < 1$ գեղարվեստական չեն, այսինքն չեն կարող ունի
անհնայ հ-ի և Գ-ի միևնույն տրվելների համար, երբևէ կարելի
չէ առել նույն λ_1 -ի և λ_2 -ի նկատմամբ:

Այսինքն Charlier-ն λ_1 և λ_2 մեծությունների համար հենց այդ
գեղարվեստականության և սահման միջնակետի $\lambda_1 < 1$ և $\lambda_2 < 1$ կոմ-
բինացիան և գրելով հ-ի ու Գ-ի համար այն առհասարակության-
ները, վարանք պետք և ունի ունենալ այդ՝ այսինքն $\lambda_1 < 1$
 $\lambda_2 < 1$ գեղարվեստականության համար, և վարանք նրա բնա-
րած առաջինի-անհատականության ներքին կոմբինացիան մեկտեղ
խորհի և ու հնարավորություն չէր բնականում նկատելու կատա-
րած ախրայք, ուստի Charlier-ն չի նկատում, վար հ-ի և Գ-ի
համար առաջինը առհասարակությանները միմյանց հակասում
են, այսինքն՝ ունի չեն կարող ունենալ հ-ի և Գ-ի միևնույն
տրվելների համար [չեն բնականում (հ, 2) հարթության միևնույն
մասերում]:

Ահա հիմնականում այդ բնույթի լին Charlier-ի թույլ տված
մասն ախրայքները եւ, վարանք վրա այնու ծանրաշարժ, հարկ չենք
զղում, և վարանք հնարավորություններ կարող են լինել դադարավոր
ստանալ գրանց մասին՝ ծանուցանալով մեր աշխատանքի առաջին
մասի հետ:

Ինչ վերաբերում է Tallqvist-ի թույլ տված ախրայքներին,
այստեղ և նրան, վար այդպիսի նրա աշխատանքում քանակով
շատ ախրայք առհասարակ լին (թվով մոտ 11 ախրայք) և բացի
զրանքից, վերաբերում է միմյանց մարմին ուղիղ քանակ շարժվելու
դեպքերին, բայց վարում այդ ախրայքները կայունում են հեռացում
ինչպես մեր չեղիքորդ աշխատանքում և ուր ընդ ախրայք (հ, 2)
հարթության վարող մասերում, վարանքում Hj Tallqvist-ը նշում
է իրեն հնարավոր շարժում — ուղիղ շարժումը, շարժումն
առհասարակ (բոլորովին) հնարավոր չէ: Մեր առաջինը առհաս-
արակ համար նշենք առաջինը շարժումների ախրայքը, վարանք հե-
ռախրայքներ են՝

111. Այս գեղարվեստական շարժումն անհնար է:

114. Այս գեղարվեստական շարժումը հնարավոր չէ:

121. Շարժումը առհասարակական է $\lambda_1 = \lambda_2 > 1$ էլիպսով:

122. Այս ախրայքում և ու շարժումն անհնար է:

123. Շարժումը սահմանափակված է $\lambda = \lambda_1$, ելիսյսով և $\mu = \mu_2$ հիպերբոլով, Կետը կարող է շարժվել միայն C_1 կենտրոնի շուրջը:

124. Շարժումը սահմանափակված է $\lambda = \lambda_2$ ելիսյսով և $\mu = \mu_1$ առ $\mu = \mu_2$ հիպերբոլներով, Կետը կարող է շարժվել կամ C_1 և կամ ել C_2 կենտրոնի շուրջը:

131. Հնարավոր շարժման տիրույթը սահմանափակված է յերկու ելիսյաներով, Կետը կարող է շարժվել $\lambda = \lambda_1$ և $\lambda = \lambda_2 > \lambda_1$ ելիսյաների միջև:

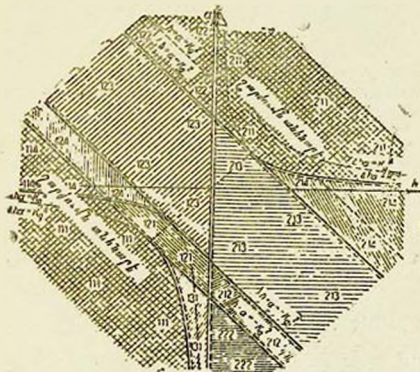
211. Այս դեպքում շարժումն անհնար է:

212. Շարժումը վոչնչով սահմանափակված չէ և կետը կարող է շարժվել վող՝ (x, y) հարթության վրա:

213. Շարժումը սահմանափակված է $\mu = \mu_1$ հիպերբոլով:

214. Շարժման տիրույթն ընկած է $\mu = \mu_1$ և $\mu = \mu_2$ հիպերբոլների միջև:

222. Այս դեպքում շարժումը հնարավոր է ամբողջ (x, y) հարթության վրա, բացի $\lambda = \lambda_1$ ելիսյան շերտն ընկած տիրույթից (սեռ նկ. 5):



Նկ. 5.

Ճիշտ է, այս հարցով զբաղվողներին մեզ անմիջականորեն նախորդողը այն է՝ Hj Tallgvist-ն իր մեծածավալ աշխատություն մեջ տալիս է նաև առանձին շարժման դեպքերի համար այն տեղադրությունները (ղծային-կոտորակային), վորոնց շնորհիվ ինտեգրալները (մասնավորապես տրանսկտորիայի հավասարումը, վորն է՝ (1,9) բերվում են նորմալ տեսքի, վորի միջոցով և նա կատարել և կոնկրետ հաշվումներ:

Սակայն պետք է ասել, վոր Tallgvist-ն ևս այդ կատարում է միայն այն չափով և այն դեպքերի համար միայն, վորոնց համար նա կատարել է հաշվումներ տրանսկտորիաների մոտավոր տեսքի մասին դադափար կազմելու համար^{*)}:

Այդ է սլատառոր, վոր Ն. Դ. Մոխսեյևի խորհրդով մենք մեր ստաջ խնդիր դեցինք տալ այն լրիվ և վերջնական տեղադրման բանաձևերը, վորոնց էլիպտիկ ինտեգրալներին տալիս են նորմալ տեսք: Ըստ վորում, թեև մենք ևս հետեւիւով Tallgvist-ին սկզբում փնտրում էյինք զծային-կոտորակային տեղադրումներ՝ յնկնելով նրանց ամենաընդհանուր տեսքից, սակայն վորովհետև ստացվող արտահայտությունները բավականաչափ պարզ չեյին, ուստի և մենք ձեռնարկեցինք քառակուսի կոտորակային տեղադրումները:

Նյխտիկ ինտեգրալներին նորմալ տեսքի բերելու հիմնական դադափարը կայանում է հետեւյալում:

Մենք ունենք տրանսկտորիայի հավասարումը՝ (1,11)

$$J = \int \frac{d\lambda}{Vz(\lambda)} = \int \frac{d\mu}{VM(\mu)} - \beta,$$

վորտեղ

$$z(\lambda) = (\lambda^2 - 1)(h\lambda^2 + k^2\lambda + a) = (\lambda^2 - 1) \cdot R(\lambda) \dots (1,13)$$

$$M(\mu) = (\mu^2 - 1)(h\mu^2 + k_1^2\mu + a) = (\mu^2 - 1) \cdot S(\mu) \dots (1,14),$$

թուի β -ն ինտեգրման հաստատունն է:

Կոնկրետ հաշվումների համար այդ ինտեգրալներին անհրա-

^{*} Այդպիսի դեպքերի թիվը թեև շատ չէ, բնագծինը 16 դեպք է, վորոնց հասար է նա իր աշխատանքում գետեզել, և տրանսկտորիաների գծագրերը, ապայն պետք է ասել, վոր զբաղվել ենք Tallgvist-ի աշխատանքի առանձնապես գնահատելի և և ուղիղ, և ընդհամալ ինտեգրալներին աշխատանքների մեջ, վորպես միտը, յեթե չհաշվենք Charlier-ի սգծ տրանսկտորիաների, և յեթ-զբազան տեսքը. վորոնց մի մասը, ինչպես ցույց է տվել իր աշխատանքում Ն. Դ. Մոխսեյևը, միանգամայն անհնար է և չի գտող տեղի ունենալ:

մեղա և առաջ Լեմանդրյան նորմալ տեսք, այսինքն՝ պետք և ձ-ն և յ-ն փոխարինել այնպիսի ինտեգրման նոր փոփոխականներով, վեր ինտեգրալներն ստանան հետևյալ տեսքը՝

$$J = \int_{\Delta(x, \xi)} \frac{dx}{\Delta(x, \xi)} \dots \dots \dots (3,1),$$

$$\text{Վորտեզ՝ } \Delta(x, \xi) = \sqrt{(1 - \xi^2)(1 - x^2 \xi^2)} \dots \dots \dots (3,2),$$

իսկ ինտեգրալի մագույր՝ $x^2 < 1$, բառ վորում ինտեգրման փոփոխականը պետք և ունենա փոփոխման հետևյալ ինտերվալը (միջակայքը)՝ $0 < \xi^2 < 1$ կամ $(\xi) < 1$,

Ելլիպսիկ ինտեգրալները վերոհիշյալ նորմալ տեսքին բերելու խնդրով առաջին անգամ բազմակողմնորեն զբաղվել և ինքը Լեմանդրը (A. Legendre), վորից հետո ելլիպսիկ ինտեգրալներին վերաբերող հետազոտապատճիվ աշխատություններում* կարելի չեղանել նորմալ տեսքի բերելու զանազան յեղանակներ, բայց պետք և նշել, վոր այդ աշխատանքների մեծագույն մասում տրված և խնդրի դուռ մասնավորական լուծումը, առանց կոնկրետ կիրառումների զանազան հնարավոր զեղբերը բնութայն առկայու, մասնավորապես մենք մեր փրնտությունների (ծանոթությունների) հիման վրա կարող ենք ունել, վոր վոյ վորքի մոտ չի բննարկված ինտեգրման փոփոխականի փոփոխման սահմանները վորոշելու հարցը, այն իմաստով, վորպեսզի նորմալ տեսքի բերելուց հետո փոփոխման սահմաններն անպայման ընդգրկված լինեն ($-1, 1$) ինտերվալում:

Անդրադատելով մեր ինտեգրալներին, մենք նկատում ենք, վոր նրանց տեսքը տարրերվում և նորմալ տեսքից նախ և առաջ նրանով, վոր ($1, 13$) և ($1, 14$) արտահայտությունների յերկրորդ բազմապատկիչները պարունակում են փոփոխականի առաջին աստիճանը և, այդ պատճառով նորմալ տեսքի բերելու համար նախ և առաջ անհրաժեշտ և կատարել այնպիսի մի տեղադրություն, վորի շնորհիվ հնարավոր լինի ստանալ մի բիկվադրատիկ արտահայտություն ($1, 13$)-ի և ($1, 14$)-ի փոխարեն՝ ինտեգրման նոր փոփոխականի նկատմամբ:

* Բնչպես որինակ Halphen-ի, Darboux-ի և ուրիշների աշխատություններ, վորոշեցե ելլիպսիկ ինտեգրալների հիմնական տեսակներից շատ լավ և զգաժված և աչի յե Բնչուսմ Montesuas da Balloro-ի աշխատանքը (տես զբաղմունքյան ցուց-կը՝ Ծ):

Այդ նպատակով կատարենք կոտորակային-քառակուսի
(կվադրատիկ) տեղադրություն:
Ամենաընդհանուր ձևով՝

$$\lambda = \frac{a_0 + a_1 x + a_2 x^2}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2} \quad (3,3)$$

վորտեղ x -ը նոր փոփոխականն է, իսկ a_i և b_i ($i = 0, 1, 2$) ան-
բոշ՝ առաջիմ միանգամայն կամավոր պորձակիցներ են:

Նախ և առաջ նշենք, վոր տեղադրումը և նորիալ տեսքի
բերումը մենք կկատարենք միայն $z(\lambda)$ -ի նկատմամբ, ի նկատի
ռենենալով, վոր $M(\mu)$ ճիշտ նույնպիսի տեսք ունի, ինչպես
 $z(\lambda)$ -ն միայն k^2 հաստատունը փոխարինված և k^2 -ով, իսկ փոփո-
խականի փոփոխման ինտերվալն առաջիմ մեկ չի հետաքրքրում:
Կատարելով (3,3) տեղադրումը մենք ստանում ենք

$$d) = \frac{a_1 b_0 - a_0 b_1 + 2(a_2 b_0 - a_0 b_2)x + (a_2 b_1 - a_1 b_2)x^2}{(b_0 + b_1 x + b_2 x^2)^2} \cdot dx \quad (3,4)$$

$$\lambda^2 - z = \frac{a_0^2 - b_0^2 + 2(a_0 a_1 - b_0 b_1)x + (a_1^2 - b_1^2 + 2a_0 a_2 - 2b_0 b_2)x^2 + 2(a_1 a_2 - b_1 b_2)x^3 + (a_2^2 - b_2^2)x^4}{(b_0 + b_1 x + b_2 x^2)^2}$$

$$z(\lambda) = \frac{b_0^2 R(l_0) + [b_1^2 R(l_1) + 2ha_0 a_2 + k^2(a_0 b_2 + b_0 a_2) + 2ab_0 b_2]x^2 + b_2^2 R(l_2)x^4}{(b_0 + b_1 x + b_2 x^2)^2}$$

վարտեղ համառոտության համար նշանակված է՝

$$l_i = \frac{a_i}{b_i} \quad (i = 0, 1, 2)$$

ըստ վորում այստեղ կիրառված են՝ $z(\lambda)$ -ի համարիչում յեղում
աբաահայտության բիկվադրատիկ տեսք ունենալու պայմանե-
բը, վորոնք են՝

$$\begin{cases} 2ha_0 a_1 + k^2 a_0 b_1 + k^2 a_1 b_0 + 2ab_0 b_1 = 0 \\ 2ha_1 a_2 + k^2 a_2 b_1 + k^2 a_1 b_2 + 2ab_1 b_2 = 0 \end{cases} \quad (3,5)$$

Ընդունենք նախ և առաջ, վոր a_i և b_i մեծություններից և
վոչ մեկը զերո չե, այսինքն՝ տեղի ունի հետևվյալ պայմանը՝

$$a_0 a_1 a_2 b_0 b_1 b_2 \neq 0$$

Այն ժամանակ սկզբում առաջին համասարույթը բաղմոշառակելով l_2 -ով, իսկ յերկրորդը — l_0 -ով, և գումարելով, ապա առաջինը — a_2 -ով, իսկ յերկրորդը a_0 -ով և նույնպես գումարելով՝ կստանանք հետևյալ յերկու նոր համասարումները՝

$$b_0 b_1 b_2 (l_0 - l_2) (2l_1 - k^2) = 0$$

$$b_0 b_1 b_2 (l_0 - l_2) (2a - k^2 l_1) = 0$$

$$\text{Այստեղից կամ 1) } l_0 = l_2 \text{ և կամ 2) } l_1 = -\frac{k^2}{2l_0} = -\frac{2x}{k^2},$$

այստեղից հետևում է, զոր $4lx = k^4$ և ուրեմն 2)-ը անդի ունի միայն (l_1, x) հարթության համասարակողմ հիպերբոլի վրա և հետևփապես, իբրև մի մասնավոր դեպք, կտրելի յն քննության չառնել:

Այսպիսով մնում է քննության առնել միայն առաջինը, այսինքն քննելու, զոր $l_0 - l_2 = 0$ կամ $a_2 b_0 - a_0 b_2 = 0$ (3,6)

Սա ստացվեց $x(\lambda)$ -ի բիկվարատիկ արտահայտության ինքնու պայմանից, սակայն դա քիչ է, պետք է պահանջել նաև, զորպեսզի $(\lambda^3 - 1)$ -ի համարիչն իրենից ներկայացնի լրիվ քառակուսի և արժատ հանելուց հետո կրճատվի $d(\lambda)$ -ի համարիչի հետ:

Այդ իրադրոճելու համար պետք է անդի ունենան հետևյալ համասարությանները՝

$$1) a_0^2 - b_0^2 = A^2$$

$$2) a_0 a_1 - b_0 b_1 = AB$$

$$3) a_1^2 - b_1^2 + 2(a_0 a_2 - b_0 b_2) = 2AC + B^2$$

$$4) a_1 a_2 - b_1 b_2 = BC$$

$$5) a_2^2 - b_2^2 = C^2$$

$$mA = a_1 b_0 - a_0 b_1 = b_0 b_1 (l_1 - l_0)$$

$$mB = 2(a_2 b_0 - a_0 b_2) = 2b_0 b_2 (l_2 - l_0)$$

$$mC = a_2 b_1 - a_1 b_2 = b_1 b_2 (l_2 - l_1)$$

զորանց (3,7) համասարությանները ներկայացնում են $(\lambda^3 - 1)$ -ի արտահայտության համարիչի լրիվ քառակուսի լինելու պայմանները, իսկ վերջին յերեքը $(\lambda^3 - 1)$ -ի և $d(\lambda)$ -ի համարիչների կրճատման պայմանները, ըստ վերում՝ Գ-ը կրճատումից հետո ստացվող հաստատունն է:

Իսկապես յեթև վերահիշյալ սլայմանները տեղի ունեն
ապա՝

$$\frac{d\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} = \frac{mA + mBx + mCx^2}{(b_0 + b_1x + b_2x^2)^2} : \sqrt{\frac{(A + Bx + Cx^2)^2}{(b_0 + b_1x + b_2x^2)^2}} = \frac{m}{\sum_{i=0}^2 b_i x_i}$$

Այժմ ի նկատի ունենալով (3,5), ստանում ենք՝ $B=0$ և
հետևապես (3,7) հավասարումներն ստանում են հետևյալ տեսքը՝

- 1) $m^2 b_0 (l_0^2 - 1) = b_0^2 b_1^2 (l_1 - l_0)^2$
- 2) $b_0 b_1 (l_0 l_1 - 1) = 0$
- 3) $m^2 [b_1^2 (l_1^2 - 1) + 2b_0 b_2 (l_0^2 - 1)] = -2b_0 b_1^2 b_2 (l_1 - l_0)^2$
- 4) $b_1 b_2 (l_1 l_0 - 1) = 0$
- 5) $m^2 b_2^2 (l_0^2 - 1) = b_1^2 b_2^2 (l_0 - l_1)^2$

Այստեղից լերելում է, վոր 1)-ը նույնն է, ինչ վոր 5)-ը
և 2)-ը նույնը, ինչ վոր 4)-ը, ևստ վորում 2)-ից ստանում ենք
 $l_0 = l_2 = \frac{1}{l_1}$, իսկ 1)-ից $b_1^2 (l_1 - l_0)^2 = m^2 (l_0^2 - 1)$ տեղադրելով
այժմ 3)-ի մեջ կունենանք՝

$$3) m^2 [b_1^2 (l_1^2 - 1) + 2b_0 b_2 (l_0^2 - 1)] = -2m^2 b_0 b_1 [l_0^2 - 1] \text{ կամ}$$

$$b_1^2 \frac{1 - l_0^2}{l_0^2} = -4b_0 b_2 (l_0^2 - 1) = 4b_0 b_2 (1 - l_0^2) \text{ և կամ վերջապես}$$

$$b_1^2 = 4b_0 b_2 \cdot l_0 l_2 = 4a_0 a_2$$

Այսպիսով մենք a_i և b_i գործակիցների միջև ստացանք
հետևյալ առնչությունները՝ $\frac{a_0}{b_0} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{b_1}{a_1} = n$ և $b_1^2 = 4a_0 a_2$,
կամ սրան համազոր՝ $a_1^2 = 4b_0 b_2$ այստեղից հետևում է, վոր
 $a_1 a_2 > 0$ և $b_0 b_2 > 0$ այսինքն a_0 և a_2 նույնպես և b_0 և b_2 պետք
է ունենան նույն նշանը,^{*} և վերջապես՝

$$m^2 = \frac{b_1^2}{n^2} (n^2 - 1) = a_1^2 (n^2 - 1)$$

Այսպիսով յիբր $a_0 a_1 a_2 b_0 b_1 b_2 \neq 0$ մեր ամենաընդհանուր ձե-
վով վերցրած (3,3) տեղադրությունը վեր է ածվում հետևյալին՝

$$\lambda = \frac{\frac{a_0}{b_0} + \frac{a_1}{b_0} x + \frac{a_2}{b_0} x^2}{1 + \frac{b_1}{b_0} x + \frac{b_2}{b_0} x^2} = \frac{n + 2x + nx^2}{1 + 2nx + x^2}$$

* Վերսկենե մենք ինկատի ունենք միայն իրական գործակիցներով
տեղադրություններ:

գործող ընդունված է $z^2 = \frac{b_2}{b_0} x^2$ համ $x = \sqrt{\frac{b_0}{b_2}} \cdot z$ և հետև-
 ցաբար

$$\frac{a_1}{b_0} x = \frac{a_1}{\sqrt{b_0 b_2}} \cdot z = \frac{3}{\sqrt{b_0 b_2}} \sqrt{b_0 b_2} \cdot z = 3z$$

$$\frac{a_2}{b_0} x^2 = \frac{a_2}{b_0} \frac{b_0}{b_2} z^2 = n z^2$$

$$\frac{b_1}{b_0} x = \frac{b_1}{\sqrt{b_1 b_2}} \cdot z = \frac{3}{\sqrt{b_0 b_2}} \sqrt{a_0 a_2} \cdot z = 2nz$$

Այժմ պահենք J -ի արտահայտությունը նոր փոփոխականով՝
 հանենք

$$dx = \frac{3(n^2 - 1)(1 - z^2)}{(1 + 2nz + z^2)^2} \cdot dz$$

$$z^2 - 1 = \frac{(n^2 - 1)(1 - z^2)}{(1 + 2nz + z^2)^2}$$

$$R(\lambda) = h\lambda^2 + k^2 + \alpha = \frac{R(n) + 2[R(n) + 2n^2 R\left(\frac{1}{n}\right)] \cdot z^2 + R(n)z^4}{(1 + 2nz + z^2)^2}$$

և ուրեմն

$$J = \int \frac{dx}{V(\lambda^2 - 1)R(\lambda)} =$$

$$= \int \frac{-3 \sqrt{n^2 - 1} \cdot dz}{V R(n) + 2 \left[R(n) + 2n^2 R\left(\frac{1}{n}\right) \right] \cdot z^2 + R(n)z^4}$$

Այսպիսով մենք տեսնում ենք, Վոր այդ տեղադրություն
 շնորհիվ ելևիպտիկ ինտեգրալի ստացած արտահայտությունը բա-
 վականին բարդ է և հետևիպակես կոնկրետ հաշվումների համար
 աննպատակահարմար, այդ պատճառով մենք թննություն կառ-
 նենք այլ հնարավոր տեղադրություններ:

Այժմ ընդունենք, Վոր տմենաընդհանուր տեղադրությամբ
 (3,3)-ի մեջ զործակիցներից վորևև մեկն ուր $b_1 = 0$ այն ժամա-
 նակ մեր ունեցած (3,0) հավասարումները:

$$a_0(2ha_1 + k^2b_1) + b_0(k^2a_1 + 2ab_1) = a_1(2ha_0 + k^2b_0) + b_1(k^2a_0 + 2ab_0) = 0$$

$$a_1(2ha_1 + k^2b_1) + b^2(k^2a_1 + 2ab_1) = a_1(2ha_2 + k^2b^2) + b_1(k^2a_2 + 2ab_2) = 0$$

ցույց են տալիս, Վոր, յեր $b_1 = 0$ ապա a_1 ևս $= 0$, այսինքն $(3,3)$ տեղադրության մեջ համարելում և հայտարարում x -ի միևնույն աստիճանը պարունակող ածականները պետք և բացակայեն միաժամանակ, այդ պատճառով մենք կուենենանք հետևյալ յերևեր հնարավոր դեպքերը՝

$$1) b_0 = a_0 = 0 \quad \text{այն ժամանակ} \quad \lambda = \frac{a_1 + a_2x}{b_1 + b_2x}$$

$$2) b_2 = a_2 = 0 \quad \text{այն ժամանակ} \quad \lambda = \frac{a_0 + a_1x}{b_0 + b_1x}$$

$$3) a_1 = b_1 = 0 \quad \text{այն ժամանակ} \quad \lambda = \frac{a_0 + a_2x^2}{b_0 + b_2x^2}$$

Այսպիսով 1) և 2)-ը կվադրատիկ կոտորակային տեղադրությունը վեր են ածում զծային կոտորակային տեղադրության, վորի վրա, ինչպես ասացինք, այստեղ կանգ չենք առնի, ուստի այդ պատճառով 1) և 2) դեպքերը քննության չենք առնի, իսկ ինչ վերաբերում և 3)-ին՝ ապա դա թեև կվադրատիկ-կոտորակային տեղադրությունն է, բայց իր մեջ չի պարունակում նոր

² Իսկապես յերթ 1) $b_0 = 0$ իսկ $a_0 \neq 0$, ապա կամ a) $2ha_1 + k^2b_1 = k^2a_1 + 2ab_1 = 0$ և կամ և) $2ha_1 + k^2b_1 = b_2 = 0$, այստեղից բխում և $b_1 = -\frac{k^2}{2h} = -\frac{2a}{k^2}$, այսինքն $2ha = k^4$, վորն. ինչպես ասել ենք, ածական և և քննության չենք առնի, իսկ ինչ վերաբերում և b) դեպքին, ապա ինչպե՞ս ունենում (3,7) հաժապումներն ստանում ենք $b_1 = 0$ և հետևապես (3,2) տեղադրության հայտարարի վորը զործակիցները՝ a_1 և b_1 $b_0 = b_1 = -b_2 = 0$, վորը նույնպես ածական է:

Վորդ և, վոր յերթ 2) $b_2 = 0$ իսկ $a_2 \neq 0$, ապա մենք ստանում ենք ճիշտ նույն հնարավոր դեպքերը, ինչ վոր 1) դեպքում, վորովհետև թե (3,5) և թե (3,7) հաժապումները սիմետրիկ են a_0 , b_0 և a_2 նկատմամբ, և հետևապես այս դեպքը ես քննության չպետք և առնվի: Յեղ վերջապես կարելի չի ցույց տալ, վոր III հնարավոր դեպքը ես, այսինքն յերթ 3) $b_1 = 0$, իսկ $a_1 \neq 0$ -ի, նույնպես բերում և ածական հետևանքի:

Ճիշտ նույն արդյունքները կստանայինք յերթ բնական յերթ $a_1 = 0$ իսկ $b_1 \neq 0$:

փոփոխականների առաջին աստիճանը, առաքի և մենք կանգնենք այն վայրի վրեժ կվադրատիկ-կոստրակային տեղադրության: Կոստրակայի առաջին աստիճանը, կոստրակային:

$$\lambda^2 - 1 = a_0^2 - b_0^2 + 2(a_0b_2 - b_0b_2)x^2 + (a_2^2 - b_2^2)x^4 \\ (b_0 + b_2x^2)^2$$

$$R(\lambda) = - \frac{b_0^2 R(b_0) + 2b_0b_2 \left[b_0b_2 - 1 + \frac{k^2}{2}(b_0 + b_2) \right] x^2 + b_2^2 R(b_2)x^4}{(b_0 + b_2x^2)^2}$$

$$d\lambda = \frac{2x(a_2b_0 - a_0b_2)}{(b_0 + b_2x^2)^2},$$

Այստեղից հետևում է, զոր $(\lambda^2 - 1)$ -ի և $d\lambda$ -ի համարչները փոխադարձ կրճատման համար անհրաժեշտ է, զորոդեպի առաջին աստիճանի համարում թվանշանը՝ $a_0^2 - b_0^2 - a_2^2 - b_2^2 = 0$, կամ հետևյալ չորս հարաբերությունները՝

$$1) a_1 = b_1; \quad 2) a_1 = -b_1 \quad (i=0,2); \quad 3) a_0 = -b_0; \quad a_2 = b_2; \\ 4) a_0 = b_0; \quad a_2 = -b_2$$

Սրանցից առաջին յերկուսն իմաստ չունեն, զորոդեպի ներքին առաջին և $\lambda = 1$ և $\lambda = -1$ համարում առաջին աստիճանի 3) և 4)-ը առաջին և հետևյալ տեղադրությանները՝

$$3) \lambda = \frac{a_0 + a_2x^2}{-a_0 + a_2x^2} \quad և \quad 4) \lambda = \frac{a_0 + a_2x^2}{a_0 - a_2x^2}$$

բայց 3)-ը կհամընկնի 4)-ի հետ, յեթև ընդունենք $x = -y^2$, մյուս կողմից ի նկատի ունենալով այն, զոր $\lambda \gg 1$ կարող ենք ընդունել՝ $a_0a_2 > 0$ և $x^2 = \frac{a_0}{a_2} p^2$, զորի հետևանքով՝ կունենանք՝

$$\lambda = \frac{1 + p^2}{1 - p^2}$$

զորի շնորհիվ մենք ներմուծում ենք հենց այն փոփոխականը՝ Այսինքն ստացանք առաջին մի տեղադրություն, զորը

* Տես այդտեղի առաջին մասի 369, բայց զորում պետք է նշել, զոր այդտեղի առաջին մասում առաջինը λ -ի համարչն առաջին աստիճանի առաջին և λ մասին մեզ մասնակցե՛ք: Ա Յա Որովհետև զոր առաջինը պարզապես չափանիշ, զորի առաջին մասին λ առաջին և λ մասին համարչն մեզ խորին շնորհակալություն:

կատարել է իր ժամանակին Euler-ը պրոբլեմի լնտեգրալներն ստանալու համար՝

Միաժամանակ նախապես պետք է նշել, Վոր հենց այդ տեղադրությունը մեզ հասցնում է մեր նպատակին, (ինչպես շուտով կտեսնենք) և պետք է միայն նյութի մտքի հանճարեղությունը վերագրել այն, Վոր նա սկզբից ևեթ յեղնելով Վորոշ յերկրաչափական դառողություններից՝ մտքերը է այդպիսի նպատակահարմար փոփոխական:

§ 4. ԻՆՏԵԳՐԱԼՆԵՐԻ ՆՈՐՄԱԼ ՏԵՍԲԻ ԲԵՐՈՒՄԸ ԵՅԼԵՐԻ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆՆԵՐԻ ՄԻՋՈՑՈՎ.

Կատարելով տեղադրություն՝

$$\lambda = \frac{1+p^2}{1-p^2} \quad \dots \quad (4.1)$$

կ'ստանանք՝

$$J = \int \frac{2 \, dp}{\sqrt{R(\lambda) [1-P_1 p^2] [1-P_2 p^2]}} \quad \dots \quad (4.2)$$

վորտեղ P_1 և P_2 հետևյալ բազմանդամի արմատներ են՝

$$R(\lambda) \cdot P^4 + 2(h-a) \cdot P^2 + R(-1) = 0 \quad \dots \quad (4.3)$$

և ուրեմն ունեն ներքոհիշյալ արտահայտությունները h -ից և a -ից կախված՝

$$P_1 = \frac{a-h-\sqrt{k^2-4ha}}{h+a+k^2} \quad \text{և} \quad P_2 = \frac{a-h+\sqrt{k^2-4ha}}{h+a+k^2}$$

կամ հետևյալները λ_1 -ից և λ_2 -ից կախված՝

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{4ha - 4h^2 - 4h\sqrt{k^2-4ha} + k^4 - k^4}{4h^2 + 4ha + 4hk^2 + k^4 - k^4} = \\ &= \frac{-[4h^2 - k^4 + (4h + k^2 - k^2)\sqrt{k^2-4ha} + (\sqrt{k^2-4ha})^2]}{(2h + k^2)^2 - (V_{k^2-4ha})^2} = \\ &= \frac{-(2h + k^2 + \sqrt{k^2-4ha})(2h - k^2 + \sqrt{k^2-4ha})}{(2h + k^2 + \sqrt{k^2-4ha})(2h + k^2 - \sqrt{k^2-4ha})} = \\ &= \frac{-\left(2 + \frac{-k^2 + \sqrt{k^2-4ha}}{2h}\right)}{1 - \frac{-k^2 + \sqrt{k^2-4ha}}{2h}} \end{aligned}$$

և հետևապես՝ $V_1 = \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_1 + 1}$, ճիշտ նույն կերպ կարելի չե ցույց

առնել, զորս $V_2 = \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_2 + 1}$:

Այժմ, վերադառնալով մեր ելլիպսիկ ինտեգրալը բերենք վերջնական նորմալ տեսքի, պետք և պարզենք թե V_1 և V_2 -ն ինչպիսի նշաններ ունեն, զորովհետև ելլիպսիկ ինտեգրալին (3,8) տեսքից վերջնական նորմալ տեսքի բերելու համար, պետք և կատարենք ևս մեկ տեղադրություն, զորի տեսքը կախված և հենց V_1 -ի և V_2 -ի նշաններից: Իսկ ելլիպսիկ ինտեգրալները բնականորեն տեսությունից հայտնի չեն հետևյալը՝

Նշանակենք բնականորեն ձևավոր ելլիպսիկ ինտեգրալը՝

$$J = \int_{-1}^{+1} P(x) dx$$
 զորտեղ $P(x) = H(1 - Ax^2)(1 - Bx^2)$ բնորոշենք նախ և առաջ $a^2 = |A|$, $b^2 = |B|$ և զորոշություն համար բնորոշենք նաև $a^2 > b^2$:

Այժմ քննությունն առնենք H , A և B դրեանկիցների դասադան նշաններ ունենալու դեպքերը և այդ դեպքերին համապատասխանող տեղադրությունը:

$$1. H > 0, A < 0, B < 0$$

այն ժամանակ՝ $P(x) = H(1 + a^2x^2)(1 + b^2x^2)$, Այժմ կատարենք հետևյալ տեղադրությունը՝ $x^2 = \frac{1}{b^2} \left(\frac{1}{\xi^2} - 1 \right)$, զորտեղից

$$dx = \frac{-d\xi}{b\xi^3 \sqrt{1 - \xi^2}}, \quad 1 + a^2x^2 = \frac{a^2}{b^2} \frac{1}{\xi^2} \left(1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \xi^2 \right),$$

$$1 + b^2x^2 = \frac{1}{\xi^2} \text{ և հետևապես՝}$$

$$J = \int_{-1}^{+1} P(x) \cdot dx = \int \frac{-d\xi}{a \sqrt{H} \cdot V(1 - \xi^2)(1 - x^2\xi^2)} = \int \frac{-d\xi}{a \sqrt{H} \cdot \Delta(x, \xi)},$$

$$\text{զորտեղ ելլիպսիկ ինտեգրալի մոդուլը՝ } x^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \geq 0,$$

$$\text{իսկ } \Delta(x, \xi) = V(1 - \xi^2)(1 - x^2\xi^2), \quad 2. H > 0, A < 0, B > 0 \text{ այն ժա-}$$

$$\text{մանակ } P(x) = H(1 + a^2x^2)(1 - b^2x^2) \text{ բնորոշենք՝ } x^2 = \frac{1}{b^2} (1 - \xi^2)$$

$$\text{այտադրից՝ } dx = \frac{-\xi d\xi}{b \sqrt{1 - \xi^2}}, \quad 1 + a^2x^2 = \frac{a^2 + b^2}{b^2} \left(1 - \frac{a^2}{a^2 + b^2} \xi^2 \right)$$

$$1 - b^2x^2 = \xi^2$$

և ուրեմն

$$J = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{-d\xi}{\sqrt{H(a^2 + b^2) \Delta(x, \xi)}},$$

վորակ

$$x^2 = \frac{a^2}{a^2 + b^2} > 0$$

$$x^2 = \frac{a^2}{a^2 + b^2} < 1$$

3. $H > 0$, $A > 0$, $B < 0$ ախտնքն՝

$$P(x) = H(1 - a^2x^2)(1 + b^2x^2)$$

և ուրեմն այս դեպքը կըվերածվի նախորդին, յեթե a -ի և b -ի տեղերը փոխենք, իսկ այդ նշանակում է, վոր պետք է կառարել հետևյալ տեղադրությունը

$$x^2 = \frac{1}{a^2}(1 - \xi^2),$$

վորը մեզ կտա՝

$$J = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{-d\xi}{\sqrt{H(a^2 + b^2) \cdot \Delta(x, \xi)}}$$

ըստ վորում մոդուլը հավասար կլինի՝

$$x^2 = \frac{b^2}{a^2 + b^2} > 0$$

$$x^2 = \frac{b^2}{a^2 + b^2} < 1$$

4. $H > 0$, $A > 0$, $B > 0$ այն ժամանակ՝

$$P(x) = H(1 - a^2x^2)(1 - b^2x^2)$$

այս դեպքում կ'ընդունենք՝

$$x^2 = \frac{\xi^2}{a^2}, \quad dx = \frac{d\xi}{a}, \quad 1 - a^2x^2 = 1 - \xi^2,$$

և ուրեմն

$$1 - b^2x^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} \cdot \xi^2$$

$$J = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{d\xi}{a \sqrt{H \cdot \Delta(x, \xi)}}, \quad x^2 = \frac{a^2}{b^2} < 1$$

5. $H < 0$, $A > 0$, $B > 0$ այսինքն՝

$$P(x) = H/(a^2x^2 - 1)(1 - b^2x^2)$$

ընդունենք $1 - b^2 x^2 = \frac{x}{z^2}$ այստեղից՝

$$x^2 = \frac{1}{b^2} \left(1 - \frac{1}{z^2} \right), \quad dx = \frac{-dz}{b^2 \sqrt{z^2 - 1}},$$

$$\begin{aligned} a^2 x^2 - 1 &= \frac{a^2 - b^2}{b^2} - \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{1}{z^2} = \\ &= -\frac{a^2}{b^2} \frac{1}{z^2} \left[1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot z^2 \right], \text{ և ուրեմն,} \end{aligned}$$

$$J = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{-dz}{a \sqrt{H \Delta(z, \xi)}}, \quad x^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} > 0,$$

$$6. H < 0, A > 0, B < 0$$

հետևություն 4 էինք:

$$P(x) = |H| (a^2 x^2 - 1)(1 - b^2 x^2),$$

այժմ ընդունենք՝ $1 - b^2 x^2 = \xi^2, \quad x^2 = \frac{1}{b^2} (\xi^2 - 1)$

$$\begin{aligned} dx &= \frac{1}{b} \cdot \frac{\xi d\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}}, \quad a^2 x^2 - 1 = \frac{a^2}{b^2} \xi^2 - \frac{a^2}{b^2} - 1 = \\ &= -\frac{a^2 + b^2}{b^2} (1 - \xi^2), \quad x^2 = \frac{a^2}{a^2 + b^2} > 0, \end{aligned}$$

$$J = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{a \xi}{\sqrt{H(a^2 + b^2) \Delta(\xi)}}.$$

7. $H < 0, A < 0, B > 0$ և ուրեմն՝ $P(x) = |H| (1 + a^2 x^2)(b^2 x^2 - 1)$
 Համեմատելով նախորդ դեպքի հետ տեսնում ենք, վեր միայն
 և՛ն և՛ն միմյանց տեղերն են փոխել, իսկ մյուս կողմից, վո-
 բոյհեակ, ինչպես յերեվում և նախորդ դեպքից, տեղադրման
 որոշումները փոփոխություն չեն կրի, յեթև մենք և՛ն և՛ն
 փոխարինենք մեկը մյուսով, ուստի և մենք կկատարենք հե-
 տեվյալ տեղադրությունը՝ $1 + a^2 x^2 = z^2$ կամ $x^2 = \frac{z^2}{a^2} (z^2 - 1)$
 և հասնանք:

$$J = \int P(x) \cdot dx = \int \frac{dz}{\sqrt{H(a^2 + b^2) \cdot \Delta(z, \xi)}}, \quad x^2 = \frac{b^2}{a^2 + b^2} > 0.$$

Այսպիսով բոլոր հնարավոր դեպքերը (բոլոր հնարավոր կոմ-
բինացիաները I-ի, A-ի և B-ի տարբեր նշաններ ունենալու
խմաստով) ընդգրկված են, ուստի և կարող ենք անցնել կոնկրետ
մեր տեղադրմանը: Սակայն, նախքան նախորդ արդյունքը
ողտադործելը, դրազվենք մեր՝ P_1 և P_2 արժամանների ուսումնասի-
րությամբ, դիտելով նրանց վարպես h-ի և a-ի ֆունկցիա:

I. Ընդունենք՝ $R(-1) = h - k^2 + a > 0$, այսինքն՝ $h + a > k^2$
այն ժամանակ $R(1) = h + k^2 + a$ կլինի 0-ից մեծ առավել ևս,
վերոզեռեալ $R(1) = R(-1) + 2k^2$ և այս դեպքում, ինչպես յերե-
վում է (4,3)-ից, P_1 -ը և P_2 -ը կլինեն նույն նշանի, վերոզեռեալ՝

$$P_1 P_2 = \frac{R(-1)}{R(1)} > 0.$$

Սակայն մենք պետք է տարբերենք յերկու հնարավոր դեպք՝

I a. յերբ $h > a$ այն ժամանակ $P_1 + P_2 = \frac{2(h-a)}{-R(-1)} < 0$ և ուրեմն
 $P_1 < 0$, $P_2 < 0$, I b. $h < a$ այն ժամանակ՝ $P_1 + P_2 > 0$ և ուրեմն՝
 $P_1 > 0$, $P_2 > 0$.

II. $R(-1) < 0 < R(1)$ այն ժամանակ $P_1 P_2 < 0$ և ուրեմն՝
 $P_1 > 0$, $P_2 < 0$ ըստ վերում $P_1 > |P_2|$.

III. $R(-1) < R(1) < 0$ այն ժամանակ նախից $P_1 P_2 > 0$
և ուրեմն պետք է քննել՝ յերկու դեպք՝

III a. յերբ $h > a$ այսինքն $P_1 + P_2 > 0$ և ուրեմն $P_1 > 0$,
 $P_2 > 0$:

III b. $h < a$ ուստի և $P_1 + P_2 < 0$ հետևապես՝ $P_1 < 0$, $P_2 < 0$,
նշենք նաև հետևյալը, վոր $|P_1| > |P_2|$, յեթե $a < h$ և
 $|P_1| < |P_2|$, յեթե $a > h$:

Այժմ պարզենք, թե (h, a) հարթության, վոր մասերում են
ընկած մեր քննության առած դեպքերը:

I a. Այս դեպքում $h + a > k^2$ և $h > a$, այսինքն (h, a) հար-
թության վրա այդ տեղի ունի $h + a = k^2$ գծից վերև և $h = a$
ուղղից աջ ընկած տիրույթում:

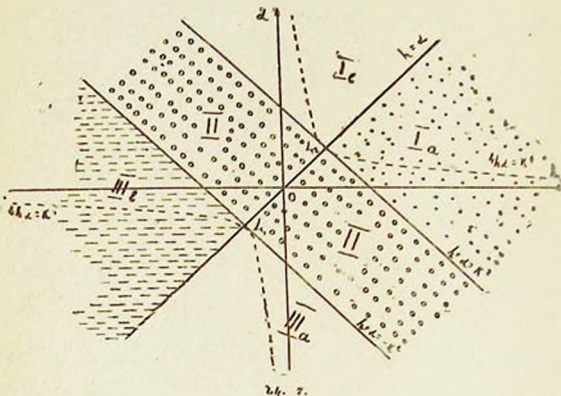
I b. Այստեղ դարձյալ $h + a > k^2$, բայց $h < a$ և հետևապես
զա ընկած է $h + a = k^2$ գծից վերև և $h = a$ ուղղից ձախ:

II. Այս դեպքում $h + a < k^2$ և $h + a > -k^2$ և ուրեմն դա
ընկած է $h + a = k^2$ և $h + a = -k^2$ ուղիղների միջև:

III a. Տվյալ դեպքում $h + a < -k^2$ և $h > a$, այսինքն այդ
տեղի ունի $h + a = -k^2$ գծից ցած և $h = a$ ուղղից աջ ընկած
տիրույթում:

III b. Այստեղ նախ $h \mid x < k^2$, ապա $h \mid a \leq k^2$ և a զույգ է a զանգված է $h \mid a = k^2$ ուղղից ցած, իսկ $h \mid a$ ուղղից ձախ կողմում բնկած ախրայթում: (Տես. նկ. 7):

Այս պարզեցույց հետո նախ և առաջ նշենք, թե I և III և ղեպերն ինչպես յերևում է նկ. 7 և աշխատանքի առաջին մասում առաջած տրոյանքներից, բնկում են (h, a) հարթության աշխատանքում, զույգից շարժումն անհետք է և, հետևաբար, այդ ղեպերի հետագա քննարկումն անիմաստ է:



նկ. 7.

Այժմ նշանակելով՝ $|P_i| = p_i^2$ ($i=1,2$) կունենանք՝

$$I \text{ a. } P(p) = R(I)(I + p_1^2 p_2^2)(I + p_1^2 p_2^2)$$

և հետևաբար պետք է կատարենք տեղադրման առաջին ղեպը, այսինքն պետք է բնդունենք՝ $p^2 = \frac{I}{p_1^2} \left(\frac{I}{p_2^2} - 1 \right)$,

զորովհետև $p_1^2 > p_2^2$

և կատարենք՝

$$J = \int \frac{2d\xi}{p_1 \sqrt{R(I)\Delta(x, \xi)}}, \quad x^2 = \frac{p_1^2 - p_2^2}{p_1^2} > 0$$

$$p_1^2 < p_2^2$$

Այժմ վորոշենք ξ -ի փոփոխման սահմանները. (4,2)-ից ու-
նենք՝ $p^2 = \frac{\lambda - 1}{1 + 1}$ և $\xi^2 = \frac{1}{p_2^2 p^2 + 1}$, ըստ վորում (h,2) հար-
թույթյան 1 ա. տիրույթում $1 < \lambda < \infty$ և հետևապես $0 < p^2 < 1$,
Այժմ կողմից $\frac{dp^2}{d\lambda} = \frac{2}{(\lambda + 1)^2} > 0$ և հետևապես p^2 -ն λ -ի միշտ

տևող ֆունկցիա չէ, այստեղից հետևում է, վոր $1 > \xi^2 > \frac{1}{1 + p_2^2}$
այսինքն փոփոխման սահմանների տեսակետից ևս ξ -ի փոփոխ-
ման ինտերվալը բավարարում է ելլիպտիկ ինտեգրալի նորմալ
սևորի պահանջներին և այդպիսով մեր տեղադրությունը միան-
գամայն նպատակահարմար էր:

$$\text{II. } P(p) = R(1)(1 - p_1^2 p^2)(1 + p_2^2 p^2)$$

այստեղից հետևում է, վոր պետք է կատարել տեղադրում համա-
ձայն 3 դեպքի. այսինքն պետք է ընդունենք $p^2 = \frac{1}{p_1^2}(1 - \xi^2)$
և ուրեմն կունենանք

$$J = \int \frac{-x d\xi}{VR(1)(p_1^2 + p_2^2) \cdot \Delta(x, \xi)}, \quad x^2 = \frac{p_1^2}{p_1^2 + p_2^2} > 0$$

վորպեսզի վորոշենք ξ -ի փոփոխման սահմանները, մենք պետք
է տարբերենք յերկու հնարավոր դեպք:

II a. $h > 0$ այն ժամանակ $1 < \lambda < \infty$ և ուրեմն (4,1)-ը
տալիս է՝ $0 < p^2 < 1$, իսկ վորովհետև $\xi^2 = 1 - p_2^2 p^2$, ուստի ξ -ի
համար ստացվում է փոփոխման հետևյալ ինտերվալը (միջա-
կայքը)՝ $1 > \xi^2 > 1 - p_2^2$, վորտեղ $p_2^2 = -\frac{(1 + \lambda_2)}{1 - \lambda_2} < 1$, վորովհետև
սվյալ դեպքում, ինչպես յերևում է նկ. 3-ից, $\lambda_2 < -1$:

II b. $h < 0$ այն ժամանակ $1 < \lambda < \lambda_2$ և ուրեմն՝
 $0 < p^2 < \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_2 + 1} = p^2_{\max}$, ըստ վորում $\lambda_2 > 1$ (տես նկ. 3) և հե-
տևապես $1 > \xi^2 > 1 - p_2^2 p^2_{\max}$, բայց $p^2_{\max} = p \frac{1}{p_2^2}$ այսինքն՝
 $1 - p_1^2 p^2_{\max} = 0$, այսպիսով ξ -ի համար ստացվում է փոփոխ-
ման հետևյալ ինտերվալը (միջակայքը)՝ $1 > \xi^2 > 0$:

$$\text{III a. } R(1) < 0, h > a \text{ և ուրեմն՝}$$

$$P(p) = (R(1)) \cdot (p_1^2 p^2 - 1)(1 - p_2^2 p^2)$$

հետևապես պետք է հասարակ տեղադրում համաձայն Ξ զեպքի, այսինքն՝ պետք է բնորոշենք՝ $p^2 = \frac{1}{p_2^2} \left(1 - \frac{1}{\xi^2} \right)$ և հաստատենք՝

$$J = \int \frac{d\xi}{p_1 \sqrt{K(\xi) \cdot \Delta(x, \xi)}}, \quad p_1^2 - p_2^2 \frac{p_2^2}{p_1^2} > 0, \quad p_1^2 < 1,$$

(զորովհետև սովոր զեպքում $\alpha < 1$ և ուրեմն՝ $p_1^2 > p_2^2$),

Այժմ քննություն առնենք ξ -ի փոփոխման սահմանների հարցը: Մենք պարզապես պետք է տարբերենք յերկու զեպք՝ III a_1 , յերբ $h < 0$ և III a_2 , յերբ $h > 0$:

III a_1 $h < 0$, այն ժամանակ համաձայն աշխատանքի 1 մասի ունենք՝ $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$ և ուրեմն՝

$$p_{\min}^2 = \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_1 + 1} < p^2 < \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_2 + 1} = p_{\max}^2,$$

Այդ պատճառով ξ -ի համար հաստատենք փոփոխման հետևից սովոր միջահայտը (խտերվալը)՝

$$\frac{1}{1 - p_2^2 p_{\min}^2} < \xi^2 < \frac{1}{1 - p_2^2 p_{\max}^2},$$

զորտեղ՝ $p_{\min}^2 = \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_1 + 1}$, $p_{\max}^2 = \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_2 + 1}$, բայց քիչ առաջ տեսանք, զոր $p_{\max}^2 = \frac{1}{p_2^2}$ և հետևապես $1 - p_1^2 p_{\max}^2 = 0$, մյուս կողմից ճիշտ նույն կերպ $1 - p_1^2 p_{\min}^2 = 0$, և ուրեմն կունենանք՝

$$1 < \frac{1}{1 - \frac{p_1^2}{p_2^2}} < \xi^2 < \infty,$$

Այսինքն այս զեպքում ξ^2 փոփոխման սահմանները չեն բաժարարում պահանջվող պայմաններին:

III a_2 այն ժամանակ ունենք՝ (տես 1 մաս)՝ $\lambda_1 < \lambda < \infty$ և ուրեմն $\frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_1 + 1} = \frac{1}{p_1^2} < p^2 < 1$, այստեղից հետևում է, զոր $\xi_{\max}^2$ համար կունենանք՝

$$1 < \frac{1}{1 - \frac{p_2^2}{p_1^2}} < \xi^2 < \frac{1}{1 - p_1^2}$$

Սյսինքն այս դեպքում ևս պահանջվող պայմանները չեն բավարարում:

Ինչպիսիով մենք կարող ենք յիշրակացնել հետևյալը, վոր ելլերյան փոփոխականը (p-ն), վորը միակն եր մեր փնտռած տեղագրություններից, իբրև մի այնպիսի տեղագրություն, վորի շնորհիվ մեր ելլիպտիկ ինտեգրալները (ինտեգրալը), բերվում եյին նորմալ — Լեժանդրյան տեսքի, անդամ այդ տեղագրությունը հնարավորություն չի տալիս հնարավոր շարժման տիպերի բոլոր դեպքերում ինտեգրալներին ցանկացած տեսքը տալու: Շարժման այդպիսի տիպերից են հանդիսանում (հձ) հարթության III և III և III և III մասերում ընկնող տիպերը, կամ համաձայն աշխատության I մասում ընդունած նշանակման՝ 131 և 222 դեպքերը, վորոնցում պետք է նշել (վորովհետև այդ բնորոշ ե), վոր շարժումը «ներքևից» սահմանափակված է $\lambda = \lambda_1$ ելիպսով, իսկ օվե-րովից կամ սահմանափակված է $\lambda = \lambda_2$ ելիպսով, և կամ բոլորովին սահմանափակված չեն (222): Վերահիշյալ պատճառով մենք ստիպված յեղանք զբաղվել նաև այլ տեղագրություններով, վորոնց մասին և կտեղեկացվի ներկա հոդվածի հաջորդ պարագրաֆում (§ 5):

§ 5.

ԵԼԼԻՊՏԻԿ ԻՆՏԵԳՐԱԼՆԵՐԻՆ ՆՈՐԾԱԼ ՏԵՍԲ ՏԱԼԸ ԱՅԼ ԿՎԱԴՐԱՏԻԿ—ԿՈՏՈՐԱԿԱՅԻՆ ՏԵՂԱԴՐՈՒԹՅԱՆ ՇՆՈՐՀԻՎ

Վորպեսզի մի նոր կվադրատիկ կոտորակային տեղագրություն գտնենք՝ նախ և առաջ վերհիշենք § 3-ի սկզբում $R(\lambda)$ -ի և $(\lambda^2 - 1)$ -ի նկատմամբ կիրառած հիմնական պայմանները, իսկ այդ պայմանները կալանում եյին նրանում, վոր (3,4) հավասարություններում մենք պահանջեցինք, վորպեսզի $R(\lambda)$ -ի համարիչը տեղագրություն կատարելուց հետո իրենից ներկայացնի մի բիկվադրատիկ արտահայտություն նոր փոփոխականի՝ x -ի նկատմամբ, իսկ $(\lambda^2 - 1)$ -ի արտահայտության համարիչը պահանջեցինք, վոր լինի լրիվ քառակուսի և արմատի տակից դուրս գալուց հետո կրճատվի $d\lambda$ -ի համարիչի հետ: Բայց մենք կարող ենք վարվել և հակառակը՝ $R(\lambda)$ -ի և $(\lambda^2 - 1)$ -ի արտահայտություններին վրա կիրառած պայմանները փոխելով միմյանցով, այսինքն՝ կարող ենք պահանջել, վորպեսզի $R(\lambda)$ -ի համարիչը լինի լրիվ քառակուսի, իսկ $(\lambda^2 - 1)$ -ի համարիչն իրենից ներկայացնի բիկվադրատիկ արտահայտություն նոր փոփոխականի՝ նկատմամբ:

կատարելով ամենաընդհանուր առաքի կատարակային կլիպ-
քառակ սեղադրության՝

$$\lambda = \frac{a_0 + a_2 x^2}{b_0 + b_2 x^2} \quad (5,1)$$

կունենանք՝

$$d(\lambda) = \frac{2(a_2 b_0 - a_0 b_2)x}{(b_0 + b_2 x^2)^2} \cdot dx$$

$$\lambda^2 - 1 = \frac{a_0^2 - b_0^2 + 2(a_0 a_2 - b_0 b_2)x^2 + (a_2^2 - b_2^2) \cdot x^4}{(b_0 + b_2 x^2)^2}$$

$$R(\lambda) = \frac{b_0^2 R(l_0) + 2b_0 b_2 \left[h l_0 l_2 + 1 + \frac{k^2}{2} (l_0 + l_2) \right] x^2 + b_2^2 R(l_2) \cdot x^4}{(b_0 + b_2 x^2)^2}$$

Նախ պահանջենք, Վուրպեպի $R(\lambda)$ -ի համարիչն իրենից ներ-
կայացնի լրիվ քառակուսի և կրճատվի ընդհանուրիչի հետ, դրա
համար պետք է առնել ունենան հետևյալ հավասարումները՝

$$R(l_0) = h l_0^2 + k^2 l_0 + \alpha = 0 \text{ և } R(l_2) = h l_2^2 + k^2 l_2 + \alpha = 0$$

Այստեղից յեղրակացնում ենք, Վոր l_0 և l_2 -ը պետք է իրեն-
ցից ներկայացնեն $R(\lambda)$ բաղմանդամի արմատները, այսինքն՝
պետք է լինի՝

$$a) l_0 = \lambda_1, \quad l_2 = \lambda_2;$$

$$b) l_0 = \lambda_2, \quad l_2 = \lambda_1;$$

$$c) l_0 = l_2 = \lambda_1;$$

$$d) l_0 = l_2 = \lambda_2;$$

Իսկ հեշտ և ցուց տալ, Վոր c) և d) դեպքերն անիմաստ
են և քննության առնելու կարիք չկա: Իսկապես դրենք (5,1)
սեղադրության հետևյալ ձևով՝

$$\lambda = \frac{\frac{a_0}{b_0} + \frac{a_2}{b_2} \cdot \frac{b_2}{b_0} x^2}{1 + \frac{b_0}{b_2} x^2} = \frac{l_0 + l_2 \frac{b_2}{b_0} x^2}{1 + \frac{b_2}{b_0} x^2} \quad (5,2)$$

այստեղից c) և d) դեպքերի համար -- ստացվում է՝

$$l = \lambda_1 \quad \text{կամ} \quad l = \lambda_2$$

Վորենք ակնհայտորեն անիմաստ են:

Ինչ վերաբերում է b_1 դեպքին, ապա պետք է ասել, վոր այն եւս առանձին շնորութեան առնելու կարիք չկա, վորովհետեւ այդ դեպքը ըզխում է a_1 -ից: յետեւ այս վերջինում λ_1 -ը և λ_2 -ը փոխարինենք միմյանցով և հետևողեւս բաժանանք և միայն a_1 դեպքին համապատասխանող տեղադրութեաններում λ_1 -ի փոխարեն վերցնել λ_2 , իսկ λ_2 -ի փոխարեն՝ λ_1 :

Անդրադառնանք a_2 դեպքին. ինկատի ունենալով (5,2)-ը կարող ենք գրել՝

$$\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 \frac{b_1}{b_0} x^2}{1 + \frac{b_1}{b_0} x^2}.$$

Այժմ x -ի փոխարեն ներմուծենք նոր փոփոխական: Դրա համար պետք է տարբերել յերկու դեպք (վորովհետեւ մենք միշտ ինկատի ունենք իրական տեղադրութեաններ):

A. $\frac{b_2}{b_0} > 0$, այսինքն b_0 և b_2 ունեն նույն նշանները, այն ժամանակ կրնդունենք՝

$$x^2 = \frac{b_0}{b_2} y^2,$$

վորակց y -ը մի նոր փոփոխական է:

I. $\frac{b_1}{b_0} < 0$, այն ժամանակ կվերցնենք՝ $x^2 = -\frac{b_0}{b_1} t^2$,

Այսպիսով մենք կունենանք a_2 դեպքին համապատասխանող յերկու հնարավոր տեղադրութեաններ՝

$$a. \quad \lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 y^2}{1 + y^2} \quad (5,3)$$

$$I. \quad \lambda = \frac{\lambda_1 - \lambda_2 t^2}{2 - t^2} \quad (5,4)$$

Սակայն ակնհայտ է, վոր այս վերջիններն եւս միմիանցից անկախ տեղադրութեաններ չեն, վորովհետեւ (5,4)-ը կստացվի (5,3)-ից՝ ընդունելով այդ վերջինում $y^2 = -t^2$, այսինքն՝ կատարելով կեղծ տեղադրութեան:

* Իհարկէ y -ն առանց, ինչպէս և x -ը (նախորդ յերկու պարագրաֆներում է) չենթադրուի կորգինատներէց մեկը չի, այլ սակ մի նոր փոփոխական, վորը համաձայն աշխատանքի 2-ին մասի, իրենից ներկայացնում է λ_1 -ը պարզ կորգինատներէց մեկը:

Այդ պատճառով եւ մենք բոլոր զեպքերում կդարձադրենք (5,3) տեղադրությանը, միայն համապատասխան տեղերում կնշխուրք։ Քն ինչ զեպքերում նա զիւր եւ անվում կեղծ տեղադրության։

ա. Կատարելով՝ $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 y^2}{1 + y^2}$ տեղադրությանը եւ ի նկատի ու-

նենալով, գոր $R(\lambda_1) = R(\lambda_2) = 0$, կստանանք՝

$$d\lambda = \frac{2y(\lambda_2 - \lambda_1)}{(1 + y^2)^2} \cdot dy$$

$$\lambda^2 - 1 = \frac{\lambda_1^2 - 1 + 2(\lambda_1 \lambda_2 - 1) \cdot y^2 + (\lambda_2^2 - 1)y^4}{(1 + y^2)^2}$$

$$R(\lambda) = \frac{(2h\lambda_1\lambda_2 + k^2\lambda_1 + k^2\lambda_2 + 2\alpha)y^2}{(1 + y^2)^2},$$

որից

$$\begin{aligned} 2h\lambda_1\lambda_2 + k^2\lambda_1 + k^2\lambda_2 + 2\alpha &= h\lambda_1^2 + k^2\lambda_1 + \alpha + h\lambda_2^2 + \\ &+ k^2\lambda_2 + \alpha + 2h\lambda_1\lambda_2 - h\lambda_1^2 - h\lambda_2^2 = R(\lambda_1) + \\ &+ R(\lambda_2) = 2h(\lambda_1 - \lambda_2)^2 = -2h(\lambda_2 - \lambda_1)^2, \end{aligned}$$

այնպես զոր ստացվում է՝

$$R(\lambda) = \frac{-2h(\lambda_2 - \lambda_1)^2}{(1 + y^2)^2} \cdot y^2$$

և հետևապես՝

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda}{V\lambda(\lambda)} &= \frac{d\lambda}{V(\lambda^2 - 1)R(\lambda)} = \\ &= \frac{V2 \cdot dy}{V(-h(\lambda_1^2 - 1) \cdot V(1 - Y_1 y^2)(1 - Y_2 y^2))}, \end{aligned}$$

* Այսպէս մենք արժան հանկուց հետս վերցրել ենք մի-ին զբաղան նշանը, գործի մասն (բացառական) նշանը որից կտա միայն, գործի նշանը և զոր անհի (կամ հակառակը՝ անհի և զ-ը թե նվազող) Քուշի-ցիոյ յե, իսկ յենթադրեալ Քուշիցիոյ փոփոխութեան չի յենթադրել Յ-ը՝ (-y)-ով փոփոխելուց. զաւելումս է նշան մեր վերցրած տեղադրութեան բնութից, գործում Յ-ը մանավաճ է միայն քառակուսի առաճանով։

Այդ պատճառով մենք միշտ տեղադրութեան աստիճանը հետս ստաց-վող արտահայտութեանը կվերցնենք զբաղան նշանով։ Այսպէս որ, յեթե կա-

վորակի՝ Y_1 և Y_2 հանդիսանում են՝

$$Y^2 + 2 \frac{\lambda_1 \lambda_2 - 1}{\lambda_1^2 - 1} \cdot Y + \frac{\lambda_2^2 - 1}{\lambda_1^2 - 1} = 0$$

համասարման արժատներն ունեն և հետևյալ արժեքները՝

$$Y_1 = -\frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1}, \quad Y_2 = -\frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_1 - 1},$$

$$\text{իսկ } y^2 = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda} = \frac{1}{Y}.$$

Նախ քննության առնենք Y_1 և Y_2 արժատների նշանները.

ա) $Y_1 < 0$, այդ տեղի կունենա այն ժամանակ, յերբ $\lambda_2 + 1$ և $(\lambda_1 + 1)$ արտահայտությունները լինեն միևնույն նշանի, այսինքն յերբ տեղի ունենան միաժամանակ հետևյալ պայմանները.

$$\begin{array}{ll} \lambda_2 > -1 & \lambda_2 < -1 \\ \lambda_1 > -1 & \lambda_1 < -1 \end{array} \quad \text{կամ}$$

նկ. 2 և 3-ից լերևում է, վոր այդ տեղի ունի $h < 0$ կիսահորթության համար՝ $h + \alpha = k^2$ գծից ներքև ընկած տիրույթում, իսկ $h > 0$ դեպքի համար՝ $h + \alpha = k^2$ գծից վերև գտնվող տիրույթում (իհարկե առանց հիպերբոլի ճյուղերի ներսն ընկնող հարթամասի).

Գորդ է, վոր (h, α) հարթութլան մնացած մասում կլինի՝
 80) $Y_1 > 0$; (տես նկ. 8).

02) $Y_2 < 0$, այդ տեղի կունենա այն ժամանակ, յերբ λ_1 և λ_2 միաժամանակ մեծ են մեկից, կամ փոքր են դրանից (մեկից), այսինքն յերբ՝

$$\begin{array}{ll} \lambda_1 > 1 & \lambda_1 < 1 \\ \lambda_2 > 1 & \lambda_2 < 1 \end{array} \quad \text{կամ}$$

իսկ այդ տեղի ունի, ինչպես յերևում է նույն նկ. 3 և 3-ից (h, α) հարթության այն մասերում, վորոնք $h < 0$ դեպքի

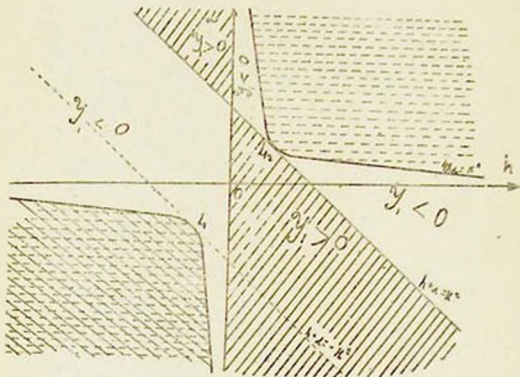
առերևից (Ճ.Ժ) տեղ-գրությունն, այսինքն ընդունելիքն՝ $y^2 = -1$, ապա թեև $d\lambda$ -ի արտահայտությունն իր նշանը կփոխի, բայց $q = k^2$ չեղած չափն է, ուստի պարզ է, $R(\lambda) = \frac{2h(\lambda_2 - \lambda_1)^2}{(1 - \epsilon^2)}$. Եւ, վոր այդ դեպքում

$$R(\lambda) = \frac{2h(\lambda_2 - \lambda_1)^2}{(1 - \epsilon^2)}.$$

համար ընկած են $h + a = -k^2$ գծից ներքև (չհասնում Հիպերբոլի
 ճյուղերի ներսում գտնվող հարթամասը) իսկ $h > 0$ կիսահար-
 թաթյան համար՝ $h + a = -k^2$ գծից վերև:

Այնչափ է, Վոր (h, a) հարթության մեացած մասերում
 կլինի՝ 0) $Y_2 > 0$ (տես նկ. 9):

Այժմ վորպեսզի վորոշենք թե Y_1 -ի և Y_2 -ի նշանների տար-
 րեր կոմբինացիաները (գույությունները) h -ի և a -ի վոր արժեք-
 ների գեպում են հնարավոր, մենք պետք է դործադրենք այն



նկ. 8.

հիմնական լեղանակը, վորով դեկավարվել և վորն ոգտագործել
 ենք աշխատանքի I մասում, այսինքն՝ պետք է վերադրենք R
 և θ նկարները միմյանց վրա: Կատարելով այդ՝ կունենանք հե-
 տևիյալ պատկերը՝

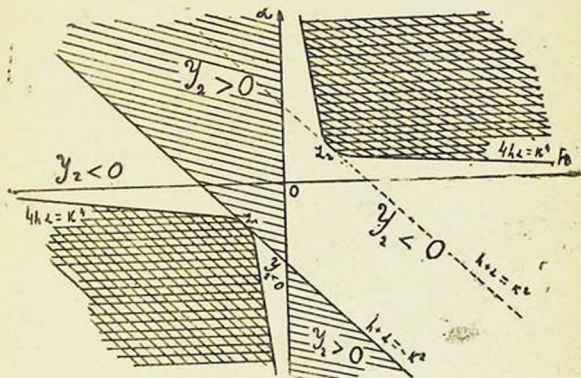
ա) $Y_1 < 0, Y_2 < 0$ տեղի ունի՝

1) $h < 0$ կիսահարթաթյան համար՝ $h + a = -k^2$ գծից ներքև

2) $h > 0$ գեպի համար՝ $h + a = -k^2$ գծից վերև (հնարկե
 ասանք Հիպերբոլի ներսն ընկած հարթամասի):

α) $Y_1 < 0$, $Y_2 > 0$ սա տեղի ունի միայն $h < 0$ կիսահարթության այն մասում, վորն ընկած է $h + a = k^2$ և $h + a = -k^2$ գծերի միջև (իսկ $h > 0$ դեպքում տեղի չի կարող ունենալ, վորովհետև այդ կիսահարթության վրա $Y_1 < 0$ և $Y_2 > 0$ դեպքերին համապատասխանող տիրույթները միմյանց վրա չեն ընկնում, այսինքն չունեն ընդհանուր մասեր):

β) $Y_1 > 0$, և $Y_2 < 0$ այս դեպքն էլ տեղի ունի միայն $h > 0$ կիսահարթության այն տիրույթում, վորը նույնպես ընկած է



24. 8.

$h + a = k^2$ և $h + a = -k^2$ գծերի միջև, այսինքն $h + a = k^2$ գծից ներքև և դեպքում, իսկ $h + a = -k^2$ ուղղից վերև:

β) $Y_1 > 0$, $Y_2 > 0$ սա տեղի ունի՝

1) $h < 0$ դեպքում $h + a = k^2$ գծից վերև, և

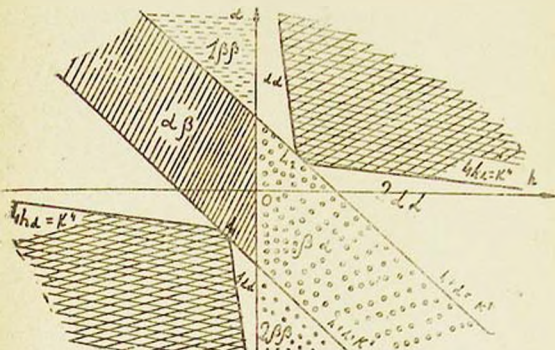
2) $h > 0$ դեպքում $h + a = -k^2$ ուղղից ներքև (տես նկ. 10):

Ի վերջո նշենք նաև, վոր յեթե մենք կատարենք տեղադրություն համաձայն b) դեպքի, այսինքն, յեթե λ_1 -ը և λ_2 -ը միմյանցով փոխարինենք, ապա պարզ է, վոր Y_1 -ը և Y_2 -ը իրենց նշանները չեն փոխի, և կփոխվեն միայն նրանց բացար-

և մի արժեքները՝ դասնայով նրանց հակադարձ մեծությունները։
Ընդհանուսապես (5,4) տեղադրությունը գեպտոմ արժանաները
բացարձակ արժեքներով կլինան նույնը և կփոխվեն միայն նրանց
շփանդանքը։

Այժմ մենք դերձանակալ նորմալ տեսք տալու ենք, որա
համար մենք պետք է ամեն մի գեպտոմ տասնմիտ քննություն
անենք։

ա) $Y_1 < 0$ և $Y_2 < 0$, բնորոշներ՝ $(Y_1) = y_1^2$, $(Y_2) = y_2^2 - j^2$



Նկ. 10.

ժամանակ 1ա), յերբ $h < 0$ կունենանք՝

$$z(\lambda) = |h|(\lambda_1^2 - 1)(1 + y_1^2 y^2)(1 + y_1^2 y^2)$$

առաջի $Vz(\lambda)$ -ի արտահայտությունը կլինի իրական, յեթե $\lambda_1 > 1$
(իհարկե y -ի իրական արժեքների համար միայն, իսկ մեզ հենց
այդ և հետաքրքրում), իսկ $h < 0$ կհասնարթություն միայն 130
տիրույթում և, զոր այդ տեղի ունի, իսկ 110 տիրույթում ու
նենք $\lambda_1 < 1$ և հետևապես $Vz(\lambda)$ կլինի այնպիսի կեղծ. բայց 110 տի
րույթում, ինչպես սույն հենց ազել աշխատանքի առաջին մասում,

շարժումը հնարավոր չե, և հետևապես տեղադրման յեղանակի հետադա քննարկումն այդ ղեպքի համար միանգամայն անիմաստ է: Այժմ անդրադառնանք $\lambda_1 > 1$ ղեպքին, վորն ընդունում են 130 ախրույթում: Վերադառնալով այդ ղեպքի համար կարողանանք ինտեգրալին տալ վերջնական նորմալ տեսք. պետք է կատարենք նոր տեղադրություն, համաձայն նախորդ §-ի (§ 4) 1 ղեպքի, վորովհետև համեմատելով $x(\cdot)$ -ի արտահայտությունը $P(x)$ -ի հետ կսենհենք, վոր՝ $H = |h|(\lambda_1^2 - 1)$, $A = Y_1$ և $B = Y_1$, իսկ սովորական գծայրում առնենք $\lambda_1 > 1$, $Y_2 < 0$ և $Y_1 < 0$ և որևէն արեք λ ընդունենք՝ $1 + y_1^2 y^2 = \frac{1}{\xi^2}$ կամ $y^2 = \frac{1}{y_1^2} \left(\frac{1}{\xi^2} - 1 \right)$, վորովհետև

սովորական ղեպքում $y_1 < y_2^2$, իսկպպես $y_1^2 < y_2^2$ պայմանը տեղի գրանենա, յեթև ինչի՝ $\frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1} < \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_1 - 1}$ կամ ի նկատի ունենալով, վոր $\lambda_1^2 - 1 > 0$, յեթև՝ $(\lambda_2 + 1)(\lambda_1 - 1) < (\lambda_2 - 1)(\lambda_1 + 1)$, իսկ այստեղից կրդիթի՝ $\lambda_2 > \lambda_1 > 1$, վորը բավարարում են հենց 130 ախրույթում:

Համարելով վերոհիշյալ տեղադրությունը կստանանք՝

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda}{V_2(\lambda)} &= \frac{+V_2 \cdot d\xi}{y_2 V - \lambda(\lambda_1^2 - 1) \cdot \Delta(x, \xi)} = \\ &= \frac{+V_2 \cdot d\xi}{V - \lambda(\lambda_1 + 1)(\lambda_2 - 1) \cdot \Delta(x, \xi)}, \end{aligned}$$

վորտեղ՝

$$x^2 = \frac{y_2^2 - y_1^2}{y_2^2} > 0, \quad \Delta(x, \xi) = V(1 - \xi^2)(1 - x^2 \xi^2),$$

Այժմ քննությունն առնենք է-ի փոփոխման սահմաններն ունենք՝

$$\xi^2 = \frac{1}{1 + y_1^2 y^2}, \quad y^2 = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda},$$

ըստ վորում λ -ն փոփոխվում են հետևյալ սահմաններում՝

$$\lambda_1 < \lambda < \lambda_2 \quad \text{ուստի կունենանք՝}$$

$$0 < y^2 < \infty \quad \text{հետևապես՝}$$

$1 \geq \xi^2 \geq 0$ և որևէն ղախանջվող պայմանները բավարարում են:

Պարզ է, վոր այլ տեղադրություն կատարելն ընդունելուց

$y^2 = -t^2$ կամ λ_1 և λ_2 գոտարկելով միմյանցից ալիս իմաստ չունի:

Այժմ քննումքսն տոնենք 2) $h > 0$ դեպքը: 22a) $h > 0$, այս դեպքում ունենք՝ $z(\lambda) = -(t_1^2 - 1)(1 + y_1^2 y^2)(1 + y_2^2 y^2)$ բառ գործում այս դեպքում $z(\lambda)$ -ը կուներևա իրական արժեքներ, գորովհետև այդ բնկում և (λ, a) հարթումքսն 210 (II) 2) ախրոյթում, գորտեղ $\lambda_1 < 1$ և հետևապես $\lambda_1^2 - 1 < 0$. Կատարենք նույն տեղադրումքսնքսն ինչ գոր նախորդ դեպքում, գորովհետև այս դեպքում ևս $y_1^2 < y_2^2$:

Իրորք 210 ախրոյթում ունենք՝ $-1 < \lambda_2 < \lambda_1 < 1$, այստեղից հարող ենք դրել $2\lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 + 1 < 2\lambda_1 - \lambda_1 \lambda_2 + 1$ կամ $(\lambda_2 + 1) \cdot (1 - \lambda_1) < (1 - \lambda_2)(1 + \lambda_1)$ անհավասարումքսն յերկու մասն ել բաժանելով՝ $1 - \lambda_1^2 > 0$ -ի գրտ, կստանանք $\frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1} < \frac{1 - \lambda_2}{1 - \lambda_1}$, այս ախրոյթն իսկապես՝ $y_1^2 < y_2^2$:

Կատարելով՝ $y^2 = \frac{1}{y_1^2} \left(\frac{1}{t^2} - 1 \right)$ տեղադրումքսնքսն, կուներևանք՝

$$\frac{d\lambda}{V_2(t)} = \frac{-1 \cdot V_2 \cdot dt}{y_2 V_1(t - \lambda_1^2) \Delta(t, \lambda)}$$

$$= \frac{-1 \cdot V_2 \cdot dt}{V_1(t - \lambda_2)(1 + \lambda_1) \cdot \Delta(t, \lambda)} \quad , \quad z^2 = \frac{y_1^2 - y_2^2}{y_2^2} > 0$$

բառ գործում $\xi^2 = \frac{1}{1 + y_1^2 y^2}$, գորտեղ $y^2 = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$ բայց, գորովհետև այս դեպքում $1 < \lambda_2 < \lambda_1$, իսկ $\lambda_2 < \lambda_1 < 1$, ուստի ստացվում և $y^2 < 0$ և ուրեմն $\xi^2 > 1$ ախրոյթն է-ի գոտարկման ինտերվալն ալն չի, ինչ անհրաժեշտ երևի և հետևապես (5, 3) տեղադրումքսնը բնովելիք դեպքի համար ախրոյթում ևս Կատարենք այս դեպքում հենց մենք պետք և կատարենք (5, 4) տեղադրումքսնքսն, գորովհետև $y^2 < 0$, բայց դժվար չի ցուցնալ, որ այդ դեպքում ևս ξ^2 -ի սահմանները չ'են քաղաքարում պահանջվող պայմաններին:

Իսկապես, յեթև կատարենք (5, 4) տեղադրումքսնը (5, 3)-ում ընդունելով $y^2 = -t^2$, ապա կուներևանա՝

$$z(\lambda) = h(1 - \lambda_1^2)(1 - \lambda_1^2 t^2) \cdot (t^2(t^2 - 1),$$

գորտեղ՝

$$t_1^2 = -Y_1 = y_1^2 = \frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1} > 0, \quad t_2^2 = -Y_2 = y_2^2 = \frac{1 - \lambda_2}{1 - \lambda_1} > 0,$$

և վորովհետև $t_1^2 < t_2^2$, ուստի համաձայն 3 դեպքի (§ 4) կընդունենք $\frac{1}{t_1^2} = 1 - t_1^2 t_2^2$, վորը մեզ կտա՝

$$\frac{d\lambda}{V_2(\lambda)} = \frac{+V_2 \cdot d\xi}{t_2^2 V_1(\lambda + \lambda_1) \Delta(x, \xi)} = \frac{V_2}{V_1(\lambda + \lambda_1)(1 - \lambda_2)} \cdot \frac{d\xi}{\Delta(x, \xi)}$$

վորտեղ $x^2 = \frac{t_2^2 - t_1^2}{t_1^2} > 0$, իսկ ξ^2 փոփոխման սահմանները կլինեն

$$\frac{1}{1 - t_1^2} < \xi^2 < \frac{1}{1 - t_1^2}, \text{ վորովհետև } 1 < \lambda < \infty, \text{ ուստի ստաց-}$$

վում է $\frac{1}{t_1^2} < \xi^2 < 1$, վորից էլ բխում են ξ^2 -ու փոփոխման վերսահմանները, իսկ վորում հեշտ է ցույց տալ, վոր $t_1^2 > 1 > t_2^2$,

Այսպիսով մենք տեսնում ենք, վոր $\xi^2 > 1$ է հետևապես (5.4) տեղադրութունը ևս այս դեպքի համար անհաստ է դառնում, $\alpha_3^2) Y_1 < 0, Y_2 > 0$, և ուրեմն պետք է ընդունենք

$$y_1^2 = -Y_1 = \frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1} \quad y_2^2 = Y_2 = \frac{\lambda_2 - 1}{1 - \lambda_1}$$

հետևապես կունենանք՝

$$\begin{aligned} z(\lambda) &= -h(\lambda_1^2 - 1)(1 + y_1^2 y_2^2)(1 - y_2^2 y_2^2) = \\ &= |h| (1 - \lambda_1^2)(1 + y_1^2 y_2^2)(y_2^2 y_2^2 - 1), \end{aligned}$$

այստեղ $h < 0$, իսկ $\lambda_1 < 1 < \lambda_2$ և ուրեմն $z(\lambda)$ -ն իրական կլինի, յեթև $y_1^2 y_2^2 - 1 > 0$,

Այս դեպքում պետք է կատարենք տեղադրություն համաձայն 6) կամ 7) դեպքի (§ 4), այսինքն կընդունենք՝

$$y^2 = \frac{\lambda}{y_1^2} (\xi^2 - 1) \text{ կամ } \xi^2 = 1 + y_1^2 y^2, \text{ այն ժամանակ կստանանք՝}$$

$$\frac{d\lambda}{V_2(\lambda)} = \frac{V_2 \cdot d\xi}{V h(\lambda_1^2 - 1) V y_1^2 + y_2^2 \cdot \Delta(x, \xi)} = \frac{d\xi}{V |h| (\lambda_2 - \lambda_1) \cdot \Delta(x, \xi)},$$

վորտեղ $x^2 = \frac{y_2^2}{y_1^2 + y_2^2} > 0$, իսկ ξ^2 -ն կունենա փոփոխման հե-

տեղա՝ միջակայքը՝ $1 + \frac{y_1^2}{y_2^2} = \frac{1}{x^2} < \xi^2 < \infty$, վորովհետև այս

զեղարում $1 < \lambda < \lambda_2$ և հետևապես $\frac{1-\lambda_1}{\lambda_2-1} = \frac{1}{y_2^2} < y^2 < \dots$ վերահղից
և քղիում էն է-ի փոփոխման փերոնիցյալ սահմանները Այսպիսով
տեսնում ենք, վար մեր վերջրած տեղադրությանն այս զեղքի
համար ետ պիտանի չի:

Եւայց յեթե մենք մեր դործադրած տեղադրման մեջ λ_1 -ը և
 λ_2 -ը փոխարինենք միմյանցով, ապա հեշտ և նկատելի, վոր y^2 -ն
կընդունի իր հետեղարած մեծության արժեքները և հետևապես նրա
փոփոխման սահմանները կլինեն հենց այն, ինչ վոր պետք է:

Եւկոպեա, յեթե մենք λ_1 -ը և λ_2 -ը միմյանցով փոխարինելով
գործադրենք

$$j = \frac{\lambda_2 + \lambda_1 z^2}{1 + z^2}$$

տեղադրությունը, ապա կստանանք՝

$$x(t) = -h(\lambda_2^2 - 1)(1 + z_1^2 z^2)(1 - z_2^2 z^2) - \\ - (h)(\lambda_2^2 - 1)(1 + z_1^2 z^2)(1 - z_2^2 z^2),$$

վորտեղ $\lambda_2 > 1$, $z^2 = \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda - \lambda_1} = \frac{1}{y^2}$, $z_1^2 = \frac{\lambda_1 + 1}{\lambda_2 + 1} = \frac{1}{y_1^2}$,

$z_1^2 = \frac{1-\lambda_1}{\lambda_2-1} = \frac{1}{y_2^2}$ և հետևապես նորմալ տեքսի բերելու համար
տեհհրամեղտ և կտաարել ևս մեկ տեղադրություն, համաձայն նա-
խորդ պարադրաֆի 2-րդ զեղքի՝ բնդունելով՝ $z^2 = \frac{1}{x_2^2} (1 - \xi^2)$ այ-
սինքն՝ $\xi^2 = 1 - z_2^2 z^2$ և կստանանք,

$$\frac{d\lambda}{Vz(\lambda)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot d\xi}{V[h(\lambda_2^2 - 1)(z_1^2 + z_2^2) \cdot \Delta(x, \xi)]} = \\ = \frac{d\xi}{V[h(\lambda_2 - \lambda_1) \cdot \Delta(x, \xi)]},$$

վորտեղ՝ $x^2 = \frac{z_1^2}{z_1^2 + z_2^2} > 0$, իսկ է-ի փոփոխման սահմանները
վորոշելու համար ունենք՝

$$1 < \lambda < \lambda_2, \text{ վորից հետևում է՝ } \frac{1}{y_1^2} > z^2 > 0 \text{ և ուրեքը՝}$$

$$0 < \xi^2 < 1,$$

Այսպիսով x_1^2 ղեկավարում հնարավոր յեղավ ինտեգրալին տալ նորմալ տեսք (5,3) տեղադրություն փոխարեն

$$\lambda = \frac{\lambda_2 + \lambda_1 x^2}{1 + x^2} \quad \dots \dots \dots (5,3 \text{ b})$$

տեղադրման միջոցով, այսինքն (5,3)-ում λ_1 -ը և λ_2 -ը միմյանց փոխարինելու շնորհիվ, վերով և մենք ողորդործեցինք փաստորեն տեղադրություն համաձայն այս §-ի սկզբում նշած b) ղեկքի, իհրք բնդունել էյինք՝ $\lambda_2 = \lambda_1$ և $\lambda_1 = \lambda_1$,

3a) $Y_1 > 0$, $Y_2 < 0$, այսպիսով պետք և ընդունենք՝

$$y_1^2 = Y_1 = -\frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1}, \quad y_2^2 = -Y_2 = \frac{1 - \lambda_2}{1 - \lambda_1}$$

և ուրեմն կա նենանք՝

$$z(\lambda) = h(1 - \lambda_1^2)(1 - y_1^2 y^2)(1 + y_2^2 y^2),$$

բայ վերում $h > 0$, իսկ $\lambda_1 < 1$:

Այսպիսով նորից պետք և կատարենք տեղադրություն՝ համաձայն 2 ղեկքի § 4-ի, այսինքն պետք և ընդունենք

$\xi^2 = 1 - y_1^2 y^2$, վերով կստանանք՝

$$\frac{d\lambda}{Vz(\lambda)} = \frac{2d\xi}{Vh(1 - \lambda_1^2)(y_1^2 + y_2^2) \cdot \Delta(x, \xi)} = \frac{d\xi}{Vh(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot \Delta(x, \xi)},$$

$x^2 = \frac{y_2^2}{y_1^2 + y_2^2} > 0$, իսկ ξ -ի փոփոխման միջակայքը վերոշեղու

համար՝ աեննք՝ $y^2 = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} < 0$, վերովհետև տվյալ ղեկքում՝

$\lambda_2 < \lambda_1 < 1$ իսկ $1 < \lambda < \infty$ և ուրեմն՝ $\xi^2 = 1 - y_1^2 y^2 > 1$, վերով և այս ղեկքի համար (5,3) տեղադրությունն անիմաստ և դառնում: Սակայն այս ղեկքում ևս մենք կարող ենք կատարել տեղադրություն համաձայն (5,4)-ի, վերովհետև տվյալ ղեկքում $y^2 < 0$: Կատարելով այդ՝ կաւեննանք՝

$$z(\lambda) = h(\lambda_1^2 - 1)(1 + t_1^2 t^2)(1 - t_2^2 t^2) = h(1 - \lambda_1^2)(1 + t_1^2 t^2)(t_2^2 t^2 - 1),$$

վերտեղ՝ $t_1^2 = -\frac{1 + \lambda_2}{1 + \lambda_1} = Y_1 = y_1^2$, $t_2^2 = \frac{1 - \lambda_2}{1 - \lambda_1} = -Y_2 = y_2^2$.

Իսկ՝ $t^2 = -y^2 = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$,

Համեմատելով չՆ(1)-ի արտահայտությունը § 4-ում գերցրած էլիիպտիկ ինտեգրալի բնօրինակի արտահայտությանը հետ, կնկատենք, թե փերցնուկան նարմալ ուղղությամբ ինտեգրելու համար պետք է կատարել նոր տեղադրություններ համեմատյուն 7-ի եզրերի (§ 4, այսինքն պետք է բնօրինակներ՝ $\xi^2 = 1 - \frac{1}{1+\lambda^2}$, թերթ մեղ կամ՝

$$\frac{d\lambda}{V\lambda(\lambda)} = \frac{Vz \cdot d\xi}{Vh(1-\lambda_1^2) \cdot V(1+\lambda_2^2) \cdot \Delta(z, \xi)} = \frac{d\xi}{Vh(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot \Delta(z, \xi)}$$

ժորտեղ՝ $\lambda^2 = \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2 + \lambda^2} > 0$, Բոկ 7-ի փափայման ինտեգրալի համար ունենք՝ $\lambda^2 > 0$ և հեռանալիս միշտ $\lambda^2 > 1$, ժորտի և (5,4) տեղադրություններ են լինելու այս դեպքի համար դասնում և անհայտատկանությամբ ու անխմանալ:

Թ) $Y_1 > 0$, $Y_2 > 0$ այն մասնակի կվերցնենք՝ $Y_1 = y_1^2$, $Y_2 = y_2^2$ և ուրեմն՝

$$z(\lambda) = h(\lambda_1^2 - 1)(y_1^2 y_2^2 - 1)(1 - y_2^2 y_1^2)$$

ժորտեղ պետք է բնօրինակ 2) $h > 0$, ժորտի հետևելու $1) h < 0$ դեպքն բնօրինակ և (h, α) հարթության λ այնպիսի մասում, ժորտեղ շարժումն անհնար է (տես նկ. 6 և 7):

ԹԹ) Այժմ վերցնելով $h > 0$ պետք է համեմատյուն 6-ի դեպքի (§ 1) բնօրինակներ $\xi^2 = \frac{1}{1-y_1^2 y_2^2}$, ժորտի հետևելու տվյալ դեպքում՝

$$2\lambda_1 > 2\lambda_2 \text{ կամ } \lambda_1 + \lambda_1 \lambda_2 - 1 - \lambda_2 > \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_2 - 1 - \lambda_1$$

Իսկ այստեղից՝ վերածելով բաղադրատեղիչների և բաժանելով անհայտատկանությանը λ ինքնու մասն էլ $\lambda_1^2 - 1 > 0$ -ի վրա կստանանք՝

$$\frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1} > \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_1 - 1}, \text{ այսինքն՝ } -y_1^2 > -y_2^2, \text{ կամ } y_1^2 < y_2^2, \text{ թերթ և}$$

հետևում է վերահիշյալ տեղադրությունները հաստատելով այդ տեղադրությունները և ունենանք՝

$$\frac{d\lambda}{V\lambda(\lambda)} = \frac{Vz \cdot d\xi}{y^2 Vh(\lambda_1^2 - 1) \cdot \Delta(z, \xi)} = \frac{Vz \cdot d\xi}{Vh(\lambda_1 + 1)(1 - \lambda_2) \cdot \Delta(z, \xi)}$$

ժորտեղ՝ $\lambda^2 = \frac{y_2^2 - y_1^2}{y_2^2} > 0$

Իսկ ξ -ի փոփոխման ինտերվալը կրկին հետևալից՝
 $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$ և ուրեմն $0 > y^2 > -1$, այստեղից կ'հետևի

$1 > \xi^2 > 1 + \frac{1}{y_1^2}$, վերով և պահանջող պայմանները բավարար-
 ում են: Սակայն այս դեպքում հենց ակնհայտորեն նկատում
 ենք, թոր լեվել մենք սահմանափակվելիսք միայն իրական տեղա-
 դրու թյուներով ապա պետք և կատարել ենք (3,4) և վու թի
 (3,3) տեղադրությունը, վերովհետև թեև ստացանք՝ $\xi^2 < 1$, բայց
 տենենք $y^2 < 0$, Այդ պատճառով ալ մե կկատարենք (3,4) տեղադ-
 րությունը, թորք տվյալ դեպքի համար մեղ կտա՝

$$z(\lambda) = h(\lambda_1^2 - 1)(1 + t_1^2 t_2^2)(1 - t_2^2 t_1^2),$$

$$\text{Վերանդ՝ } t_1^2 = y_1^2 = Y_1 = -\frac{\lambda_2 + 1}{\lambda_1 + 1}, \quad t_2^2 = y_2^2 = Y_2 = -\frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_1 - 1}$$

$$\text{և } t^2 = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda - \lambda_2} = -y^2,$$

Համեմատելով՝ $z(\lambda)$ -ի արասնայտությունը՝ $P(x)$ -ի (§ 4)
 հետ տեսնում ենք, թոր պետք և կատարել նոր տեղադրություն
 համաձայն 1 դեպքի, այսինքն պետք և ընդունենք՝

$$\xi^2 = 1 + \frac{1}{t_1^2 t_2^2}, \text{ վերովհետև՝ } t_1^2 < t_2^2 > ,$$

Այդպիսով կունենանք՝

$$\frac{d\lambda}{Vz(\lambda)} = \frac{V\bar{x} \cdot d\xi}{t^2 Vh(\lambda_1^2 - 1) \cdot \Delta(x, \xi)} = \frac{V\bar{x} \cdot d\xi}{Vh(\lambda_1 + 1)(1 - \lambda_2) \cdot \Delta(x, \xi)},$$

$$\text{Վերանդ՝ } x^2 = \frac{t_2^2 - t_1^2}{t_2^2} > 0,$$

Իսկ ξ -ի փոփոխման միջակայքի համար ունենք՝ $\lambda_1 < \xi < \infty$
 և ուրեմն՝ $0 < t^2 < 1$, հետևապես՝ $1 > \xi^2 > \frac{1}{1 + t_1^2}$, վերով պարզ և,
 թոր պահանջող պայմանը և բավարարում են, վերովհետև ξ -ի
 համար ստացվեցին հիշատակյալ սահմանները, ինչ վոր (3,3) տե-
 ղադրության դեպքում:

Առաջիկավ մենք կարող ենք հետևյալ յեզրակացում ունե-
 րին հանելու: Այս պարագրաֆում մենք տեսնե՞ք, թոր բացի
 ելլելույան տեղադրությունից դուրս չենք ունենալ կոպրատիկ
 կոտորակալին տեղադրություններ, թորենք սխառնի լեն մեր
 պրոբլեմի ինտեգրալներին նորմալ տեսք տալու տեսակետից: Մենք

ցույց տվինք, զոր աշգրիտ աեղադրությաններ յերկուսն են՝ (5,3)-ը և (5,1)-ը⁶, բոս վորս մ գրանցից յաբաքանչյաւում փոխարինելով λ_1 և λ_2 արժատները միմյանցով, կարելի չե առանալ յերկու նոր աեղադրությաններ, հետեւորար և փաստորեն ստույգում են շարա նոր աեղադրությաններ, սակայն գրանցից մենք ողատարձեցինք միայն յերեքը:

Ընչ վերաբերում է այդ աեղադրությաններին վերջրած առանձին-առանձին, ապա կարող ենք տակ վոր (5,3) աեղադրությանը պիտանի չե և $\lambda_1 > 0$ գեայրի համար միայն (բացառությամբ $\lambda_1 = 0$ գեայրի, բայց այդ վերջինում և չե տեսանք, զոր փաստորեն պետք է կատարել (5,1) աեղադրությանը), այսինքն՝ համաձայն աշխատանքի առաջին մասում ստույգած արդյունքների՝ շարժման այնպիսի տիպերի համար, վորոնցում շարժումը միշտ սվերելից աահմանափակիւած է $\lambda_1 = \lambda_2$ կլիպսով, իսկ (5,2) գեայրում նա աահմանափակիւած է նախ սեւերքելից՝ $\lambda_1 = \lambda_2$ կլիպսով, Այս մենք նշում ենք վորովհետեւ զս րնարտ է (5,3) աեղադրության համար, բոս վորում պետք է միաժամանակ հիշատակել, զոր λ_2 վերջի համար հնարաւոր չեղած կլիպսիկ ինտելլիգենտ նարժաւ տարբերել (5,3) աեղադրության մեջ λ_1 -ը և λ_2 -ը միմյանցով փոխարինելու շնորհիւ, վորպիսի դորձողությանն այն վերջերի համար ևս չկատարելը պետք է բացատրել նրանով, զոր մենք չենք ցանկաւել զորանով տվելի ևս մեծացնել մեր հոգիւնի ծախար: Դրանով պետք է բացատրել նա յնպիս և այն հանդիմանք: Վոր և վոր մի գեայրի համար մենք λ_1 և λ_2 մեծությանները չենք փոխարինել միմյանցով՝ (5,4) աեղադրության մեջ, Ընչ վերաբերում է իրեն՝ (5,4) աեղադրության, ապա պետք է տակ վոր այն պիտանի չե և $\lambda_1 > 0$ հարթամասում, բայց միշտ լարը գեայրի համար, բացառության են կողմում λ_1 և λ_2 գեայրերը, վորոնցում ինտելլիգենտ աեղադրությամբ նա յնպիս նարժաւ աեւքի չեւելից (5,5): Այսպիսով, լեթի (5,3) և (5,4) աեղադրությանները միասին վերջրած մենք զանկանայինք նրանց միջոցով ծած և լամպ (h,2) հարթությանը, կամ ափելի ճիշտ ձգտելիք նրանց սփռում:

⁶ Իւարկե $x(\lambda_1)$ -ի արժատների մեր գերրած կար հնացեաները գեւշում միայն, զորովհետեւ հեշտ է Նկատել, զոր նման աեղադրությաններ կրտայգեյին նաև ալ գեղցեւում, յեթի մենք չառանձնադնելինք $x(\lambda_1)$ -ի (1-2) և $R(\lambda_1)$ բազմադասիկները ալ $x(\lambda_1)$ -ի արժատների, այսինքն՝ (1)-ի, (2)-ի, λ_1 -ի և λ_2 -ի սիշի գերցնելինք մի ալ կարելի սցիւմ՝ գերցնելով՝ արեւալ (2-1)(2-1) իրեի մեկ բազմադասիկ, իսկ (2-1)(2-1) սյուս:

ինտեղրալներին տալ նորմալ տեսք շարժման բոլոր ախտերի համար, ապա այդ մեղ շեր հաջողվի, ինչպես այս մեղ շահողվեց կատարել միայն ելլեր, ան տեղադրություն միջոցով:

Ընայ յեթև մենք ինդրին մոտենալինք ֆորմալ տեսակետով, ապա մաստորեն պետք է սահմանափակվելինք (3,3) և (3,4) տեղադրություն ունենալ կատարումով միայն 122) և 233) (նախորդ նշանակումով՝ 111 a) ղեկավարի համար, կամ ընդհանրապես, կարելի էր ելլերի տեղադրությունը գործադրել միայն 32) (կամ 11a h>0) պեղքի համար: Ասկայն խուսափելով այդ ձևական մոտեցումից և միաժամանակ շղանկանալով շատ ծանրաբեռնել ղեկավարի բազմաթանկությունը սույն աշխատությունը, մենք ընտրեցինք մի միջին ուղի: Յեղ քննություն առնելով (3,3) և (3,4) տեղադրությունները մոդ (h,2) հարթություն համար*, մենք ընայ տվինք, թե ինչպես վորոշ ղեկավարում պիտանի յև մեղ [որ. 122 (3,3)], իսկ վորոշ ղեկավարումն ել մյուս տեղադրությունը [որ. 233 (3,4)], և վերջապես վորոշ ղեկավարումն ել նրանցից և վոր մեղ պիտանի յև (ինչպես որ. 32): Ըստ վորում պետք է նշել, վոր այս պարադոքսում մեր լերկրորդ նպատակն է յեղել ցույց տալ, մասնանշել ինչ այդ հանդամներ:

Ասայիսով յեղրափակելով՝ մենք կարող ենք ասել, վոր շարժման վորոշ ախտերի համար ինտեղրալներին նորմալ տեսք տալու տեսակետից մենք ունենք միայն մեղ հնարավորություն՝ մեղ տեղադրություն (որ. 32 ղեկավարում միայն ելլերյան, իսկ 1 22 և 233 ղեկավարում միայն (3,3) կամ (3,4) տեղադրությունը), իսկ վորոշ ղեկավարումն ել մենք կարող ենք այդ կատարել և՛ ելլերյան, և՛ (3,3) կամ (3,4) տեղադրության միջոցով (ինչպես որ. 33 ղեկավարում):

* Բացառությամբ իհարկե (h,2) հարթություն այն մասերի, վորոշում շարժումն անհնար է (133 և այլն):

РЕЗЮМЕ

В настоящей части нашей работы мы должны были заняться построением общей теории определения положения движущегося тела по его орбите и дать способы конкретных вычислений. Однако затруднения, возникшие при исполнении этого нашего намерения, об осуществлении которого мы обещали еще в первой части нашей работы, заставили нас несколько изменить план работы. Об этих затруднениях и происшедших изменениях как раз и говорится во введении настоящей статьи. Далее в § 1-м даются дифференциальные уравнения движения, способ приведения их к квадратурам и получения интегралов проблемы с помощью теоремы Луивилля. Здесь дается также выражения постоянных интегрирования через начальные данные. В § 2-м дается краткое содержание первой части работы, излагая полученные результаты в общих чертах. Это делается с двух точек зрения; во-первых, для ознакомления армянского читателя с полученными до сих пор результатами нашей работы, и во-вторых, для непосредственного использования этих результатов в настоящей части работы, с каковой целью и из первой части взяты часть рисунков, помещенные здесь (рис. 1, 2, 3 и т. д.).

В § 3-м мы ищем те дробно-квадратные подстановки, с помощью которых, интеграл нашей проблемы приведет к нормальному-лежандровому виду, причем берем сначала самый общий вид такой подстановки и затем наложением необходимых условий получаем пригодные подстановки.

В § 4-м мы даем результаты подстановки $\lambda = \frac{1+p^2}{1-p^2}$, которая была употреблена впервые Эйлером и которая с точки зрения требуемых условий и полученных результатов предыдущего §-а является одной из самых удобных подстановок.

В этом же параграфе даются формулы приведения эллип-

тических интегралов к нормальному виду в самом общем случае с целью привести к удобному для конкретных вычислений виду: которые, к сожалению, именно с точки зрения конкретных приложений эллиптических интегралов, редко встречаются в литературе, и которые взяты нами из книг: Monjasuss de Ballore (см. список литературы № 9)

Вопросу остальных видов дробно-квадратной подстановки посвящен как раз следующий параграф (§ 5), где мы рассматриваем две подстановки [(5,3) и (5,4)], при помощи которых удалось привести эллиптические интегралы к нормальному виду не только для случая III а (по новому обозначению Iаа и 233), но и для остальных случаев за исключением случая II А (3,4) и таким образом для большинства случаев, кроме эйлеровой, имеем еще одну подстановку (5,3) или (5,4). Результаты этого параграфа показаны на рис. 8,9 и 10.

В заключении мы выражаем свою признательность Ник Дм. Моисееву, который явился вдохновителем нашей работы с самого начала и который не отказывается и оказывает всемерную помощь нам до сих пор не только своими советами, но и консультациями и обсуждениями вопросов, возникающих в ходе работы.

1. "Астрономический журнал" т. XI, вып. 4, стр. 341 - 375.
Москва, 1934.
2. "Commentationes" Soc. Scient. Fennicae, t. VIII 2,
Helsinki 1935.
3. "Труды" Гос. Научн.—Исслед. Астрономического ин-
ститута им. Пулковского (ГАНИИ), т. VII, в. 1, Мо-
сква, 1936.
4. "Астр. журн." за 1935 г.
5. Charlier L. "Die Mechanik des Himmels", II auf., t. I,
(s. 50, 117—163.) 1927.
6. Whittaker E.T. "A treatise on the Analytical Dynamics"
(p. 67, 94) III-d edition.
7. Tallqvist Hj.—
"Acta Soc. Scient. Fennicae, Nov. Ser. A № 1.
Helsinki, 1927.
8. A. Legendre. — "Traité des fonctions elliptiques et des
intégrales Euleriennes", Paris, 1825.
9. Montesuss de Ballore. — "Leçons sur les Fonctions ellip-
tiques en vue de leurs applications".