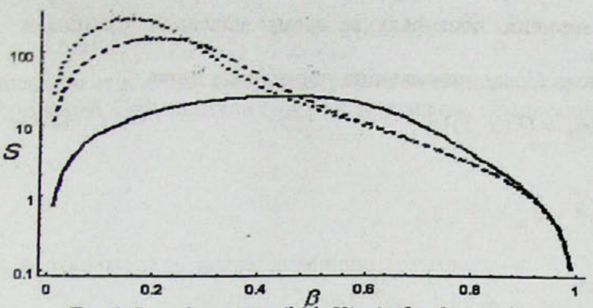

Fig. 1. Stopping power (in keV/cm) of a electron in plasma with $B_0=10^6 kG$ and $n_0=10^{22} cm^{-3}$ as a function of the parameter β. Dotted line: $T\cong 5keV$; dashed line: $T=9$ keV; solid line: $T=50$ keV.

Fig. 1 shows the stopping power of an electron as a function of parameter β for different values of plasma temperature. In Fig. 1 $T\cong 5$ keV for dotted line, $T\cong 9.3$ keV for dashed line and $T\cong 50$ keV for solid line (such conditions are possible on the surface of a neutron star). As shown in this figure the stopping power increases when the temperature decreases.

REFERENCES

[1] *Basko M.M. and Syunyaev R.A.* – Sov. Phys. JETP, 41, 52 (1975).
[2] *Tajima T. and Taniuti T.* – Phys. Rev. A. 42, 3587 (1990).
[3] *Surko C.M. et al.* – Rev. Sci. Instrum., 57, 1862 (1986).

О СТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЯХ КАНАЛИРОВАННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ГИПЕРЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ

Хачатрян Г.
Институт прикладных проблем физики НАН РА

Определена волновая функция стационарного состояния каналированного позитрона в поле гиперзвуковой волны. Энергия позитрона 10<E<100МэВ, направления распространения гиперзвуковой волны и движения позитрона между атомными плоскостями кристалла совпадают.

Խաչատրյան Հ., **Հիպերձայնային ալիքի դաշտում կանալացված մասնիկի ստացիոնար վիճակների մասին:** Որոշվել է հիպերձայնային ալիքի դաշտում կանալացված պոզիտրոնի ալիքային ֆունկցիան: Պոզիտրոնի էներգիան 10<E<100ՄէՎ է: Հիպերձայնի տարածման ուղղությունը համընկնում է բյուրեղի ատոմային հարթությունների միջև պոզիտրոնի շարժման ուղղության հետ:

Khachatryan H. **The stationary state of canalized particle in the field of hypersonic wave.** The wave function of a stationary state of canalized positron in the field of hypersonic wave has been determined. The energy of positron was taken to be 10 < E < 100 MeV, and the direction of hypersonic wave propagation and that of positron flight between the atomic planes of the crystal coincide.

ВВЕДЕНИЕ. Вещество оказывает существенное воздействие на электромагнитные процессы. Примерами могут служить излучения Вавилова-Черенкова [1, 2], рентгеновское переходное излучение [3-5], излучение при каналировании частиц в кристаллах [6-8] и другие явления. При этом важен оптимальный выбор условий, при которых интенсивность излучения наибольшая. Имеющиеся результаты свидетельствуют о возможности создания достаточно интенсивных источников направленного электромагнитного излучения в определенных диапазонах частот.

Можно добиться дополнительного усиления излучения, воздействуя внешним полем на процесс излучения в условиях резонанса. Роль внешнего поля могут играть, например, ультразвуковые или гиперзвуковые колебания среды, внешние электромагнитные поля.

В данной работе обсуждается воздействие гиперзвуковых колебаний кристалла на движение каналированной частицы. Подобная задача исследовалась в [9, 10] и др. работах при энергиях E>1*ГэВ*. Нами рассмотрен случай 10<E<100*МэВ*, когда движение каналированной частицы описывается квантовой механикой. Найдены стационарные состояния каналированного позитрона при наличии гиперзвука в кристалле (§2).

1. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ. Рассмотрим релятивистскую заряженную частицу, движущуюся между кристаллографическими плоскостями кристалла (случай плоскостного каналирования). Для позитрона (именно этот случай мы рассматриваем в данной работе) межплоскостной потенциал можно аппроксимировать выражением

$$U(x)=bx^2, \tag{2.1}$$

где b – известная [6-8] постоянная, а x – координата, отсчитываемая от середины межатомных расстояний. Мы ограничимся этой простой формулой, поскольку нас интересуют лишь основные особенности воздействия гиперзвука на процесс каналирования. При наличии гиперзвуковой волны потенциал (2.1) изменяется. Например, в рассматриваемом нами случае продольных гиперзвуковых колебаний, распространяющихся вдоль направления каналирования, межплоскостной потенциал зависит от двух переменных:

$$U(x,z)=U_0\cos(k_s z)+bx^2(1+\mu\cos(k_s z)), \tag{2.2}$$

где $k_s=2\pi/\lambda_s$, λ_s – длина волны гиперзвука, а U_0 и μ – амплитуды, описывающие модуляцию потенциала гиперзвуком (ось X перпендикулярна кристаллографическим плоскостям, а ось Z направлена вдоль движения каналированной частицы). Мы не учитываем зависимости от времени, поскольку за время движения частицы в кристалле $U(x,z,t)$ не успевает измениться заметным образом.

Движение релятивистского позитрона в скалярном поле $U(x,z)$ описывается уравнением Дира

$$i\hbar\frac{\partial\Phi}{\partial t}=[\bar{\alpha}\,\hat{\bar{p}}+\beta m_0+U(x,z)]\Phi, \tag{2.3}$$

где

$$\Phi=\begin{pmatrix}\varphi\\ \chi\end{pmatrix}$$

– биспинор, m_0 – масса покоя позитрона,

$$\hat{\bar{p}}=-i\hbar\frac{\partial}{\partial\bar{r}},\qquad \bar{\alpha}=\begin{pmatrix}0&\bar{\sigma}\\ \bar{\sigma}&0\end{pmatrix},\qquad \beta=\begin{pmatrix}I&0\\ 0&-I\end{pmatrix},$$

а $\vec{\sigma}$ – матрицы Паули, скорость света c = 1. Подстановкой

$$\Psi=\frac{\varphi-\chi}{\sqrt{2}},\qquad \eta=\frac{\varphi+\chi}{\sqrt{2}} \tag{2.4}$$

(2.3) сводится к системе уравнений

$$\left[\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-U\right)^2+\hbar^2\Delta-m_0^2-i\hbar\bar{\sigma}\bar{\nabla}U\right]\Psi=0$$

$$\eta=(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-U+\bar{\sigma}\cdot\hat{\bar{p}})\frac{\Psi}{m_0}. \tag{2.5}$$

В интересующем нас диапазоне энергий E>10*МэВ* можно пренебречь влиянием спина на взаимодействие каналированной частицы [7], и поэтому задача сводится к решению уравнения

$$\left[\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-U\right)^2+\hbar^2\Delta-m_0^2\right]\Psi=0. \tag{2.6}$$

2. СТАЦИОНАРНЫЕ СОСТОЯНИЯ. При отсутствии гиперзвука (2.6) имеет следующее решение [6-8]

$$\Psi_{nE}^{(0)}=\frac{1}{\sqrt{l}}S_{nE}(x)\cdot e^{\frac{i}{\hbar}(p_{nE}z-Et)} \tag{3.1}$$

Здесь l – размер кристалла вдоль оси Z,

$$S_{nE}=\frac{e^{-x^2/2\alpha_E^2}}{\sqrt{2^n n!\,\alpha_E\sqrt{\pi}}}H_n\left(\frac{x}{\alpha_E}\right)$$

– волновая функция осциллятора, удовлетворяющая нерелятивистскому уравнению Шредингера с эффективной релятивистской массой E, H_n – полином Эрмита,

$$\varepsilon_{nE}=\hbar\omega_E\left(n+\frac{1}{2}\right),\qquad \omega_E=\sqrt{\frac{2b}{E}},\qquad \alpha_E=\sqrt{\frac{\hbar}{E\omega_E}}, \tag{3.2}$$

а p_{nE} – проекция импульса позитрона вдоль направления каналирования, определяемая равенством

$$E=\sqrt{m_0^2+p_{nE}^2}+\varepsilon_{nE},\qquad n=0,1,2,... \tag{3.3}$$

Вместо n и E состояние позитрона мы могли бы описать величинами n и p_{nE}. Однако при наличии гиперзвуковой волны p_{nE} не является сохраняющейся величиной. По этой причине стационарные состояния позитрона мы описываем полной энергией E, которая сохраняется, и n (дискретные значения n не могут измениться при "непрерывном включении" гиперзвука). Итак, следует найти волновую функцию

$$\Psi_{nE}(x,z,t)\sim e^{-\frac{i}{\hbar}Et}. \tag{3.4}$$

Ее можно разложить по ортогональным функциям $S_{kE}(x)$:

$$\Psi_{nE}=e^{-\frac{i}{\hbar}Et}\sum_{k=0}^{\infty}C_{knE}(z)S_{kE}(x). \tag{3.5}$$

При отсутствии гиперзвука

$$C_{knE}^{(0)}=\frac{\delta_{kn}}{\sqrt{l}}e^{\frac{i}{\hbar}p_{nE}z} \tag{3.6}$$

и (3.5) переходит в (3.1). Для определения коэффициентов C_{knE} подставим (3.5) в (2.6) и воспользуемся условием

$$|U|<<E, \tag{3.7}$$

которое имеет место в случае каналирования [6-8]. В результате в линейном приближении по U/E получим систему зацепляющихся уравнений Матье

$$\left[-\hbar^2\frac{d^2}{dz^2}+U_0\cos(k_s z)+\varepsilon_{kE}\left(1+\tfrac{1}{2}\mu\cos(k_s z)\right)-\frac{E^2-m_0^2}{2E}\right]C_k+\tfrac{1}{4}\mu\hbar\omega_E\cos(k_s z)\left[\sqrt{k(k-1)}C_{k-2}+\sqrt{(k+1)(k+2)}C_{k+2}\right]=0 \quad (3.8)$$

(индексы n и E опущены для упрощения записи). В случае $U_0=\mu=0$ (3.6) является решением этой системы уравнений. При наличии гиперзвука решение представим в виде

$$C_k(z) = A_k(z)e^{iB_k(z)}, \quad (3.9)$$

где

$$\hbar B_k = p_{kE}z + \int_0^z \sigma_k(z)dz, \quad (3.10)$$

σ_k, в свою очередь, является решением уравнения

$$i\hbar\frac{\partial\sigma_k}{\partial z} = \sigma_k(\sigma_k + 2p_{kE}) + (2U_0 + \mu\varepsilon_{kE})E\cos(k_s z), \quad (3.11)$$

а p_{kE} – числа, определяемые равенством (3.3). Такой выбор p_{kE} означает, что в (3.5) мы суммируем до k, меньших, чем

$$k_{\max} = \frac{E}{\hbar\omega_E} - \frac{1}{2} \cong \frac{E}{\hbar\omega_E}$$

(это обстоятельство не может повлиять на окончательный результат, так как в нашем случае k_{max} очень велико). Подставив (3.9) в (3.8), придем к системе уравнений для A_k:

$$\frac{-\hbar^2}{2E}\frac{d^2A_k}{dz^2}-\frac{i\hbar}{E}(p_{kE}+\sigma_k)\frac{dA_k}{dz}+\tfrac{1}{4}\mu\hbar\omega_E\cos(k_s z)\times e^{-iB_k}\left[\sqrt{k(k-1)}A_{k-2}e^{-iB_{k-2}}+\sqrt{(k+1)(k+2)}A_{k+2}e^{iB_{k+2}}\right]=0. \quad (3.12)$$

Теперь учтем условие $k_s \le \omega_E$, которое должно удовлетворяться в условиях каналирования (см., например, (4.8)). Совместно с (3.7) оно означает, что

$$\left|\frac{dF_k}{dz}\right| \sim k_s\left|F_k\right| << E\left|F_k\right|, \qquad F_k = \sigma_k, A_k. \quad (3.13)$$

Поэтому, разлагая уравнения (3.11), (3.12) в соответствующие ряды по малому параметру $k_{\max}^{-1} \cong \hbar\omega_E / E$, в первом неисчезающем порядке по $k_{\max}^{-1}$, получим

$$\sigma_k = -\varsigma(U_0+\tfrac{1}{2}\mu\varepsilon_{kE})\cos(k_s z); \quad i\frac{dA_k}{dz} = \tfrac{1}{4}\mu\varsigma\omega_E\cos(k_s z)e^{-iB_k}\left[\sqrt{k(k-1)}A_{k-2}e^{iB_{k-2}}+\sqrt{(k+1)(k+2)}A_{k+2}e^{iB_{k+2}}\right], \quad (3.14)$$

где

$$\varsigma = (1-m_0^2/E^2)^{-1/2} \approx 1.$$

Подставим найденное значение σ_k в (3.10) и вычислим

$$\pm B_{k\pm2} - B_k = \mp\omega_E(2z+\mu\varsigma k_s^{-1}\sin(k_s z)). \quad (3.15)$$

Если ввести столбец

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ . \\ . \end{pmatrix},$$

второе уравнение в (3.14) можно записать в виде

$$i\frac{d\hat{A}}{dz} = \mu\omega_E\hat{G}\hat{A}, \quad (3.16)$$

где

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & u^*\sqrt{2} & 0 & . \\ 0 & 0 & 0 & u^*\sqrt{6} & . \\ u\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & . \\ 0 & u\sqrt{6} & 0 & 0 & . \\ . & . & . & . & . \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

– эрмитовая матрица, у которой отличны от нуля только следующие элементы

$$G_{k+2,k} = G^*_{k,k+2} = u\sqrt{(k+1)(k+2)}; \qquad u = \tfrac{1}{4}\varsigma\cos(k_s z)e^{i\omega_E(2z+\mu\varsigma k_s^{-1}\sin(k_s z))}. \quad (3.17')$$

Полученное уравнение элементарно интегрируется:

$$\hat{A}(z) = \hat{Q}(z)\cdot\hat{A}(0), \quad (3.18)$$

где

$$\hat{Q} = e^{-i\mu\omega_E\int_0^z\hat{G}(z)dz} \quad (3.18')$$

– матрица, а $\hat{A}(0)$ – столбец, составленный из постоянных интегрирования $A_k(0)$. Последние должны удовлетворять условию нормировки

$$\sum_k |A_k(0)|^2 = \frac{1}{l}.$$

Ортонормированные решения получаются при

$$A_k(0) = \frac{\delta_{kn}}{\sqrt{l}},$$

где n принимает те же значения $0,1,2,\ldots$, что и k. Таким образом, стационарные состояния каналированного позитрона определяются волновой функцией

$$\Psi_{nE} = \frac{1}{\sqrt{l}} \sum_k S_{kE}(x) Q_{kn}(z) e^{\frac{i}{\hbar}\left[p_{kE} z - Et - k_s^{-1}(U_0 + \frac{1}{2}\mu \varepsilon_{kE})\sin(k_s z)\right]}. \qquad (3.19)$$

Выражение для $\hat{Q}$ неудобно тем, что содержит матрицу в экспоненте. Можно избежать этого диагонализацией матрицы

$$\int_0^z \hat{G}(z)dz = \hat{\Omega}\hat{D}(r_k)\hat{\Omega}^{-1}, \qquad \hat{\Omega}^+ \cdot \hat{\Omega} = \hat{I}. \qquad (3.20)$$

Здесь $\hat{\Omega}$ – унитарная матрица, а $\hat{D}$ – диагональная матрица с элементами r_k (собственные значения). В результате

$$\hat{Q} = \hat{\Omega}\hat{D}(e^{-i\mu\omega_E r_k})\hat{\Omega}^{-1}. \qquad (3.21)$$

* * *

Таким образом, волновая функция позитрона, движущегося между кристаллографическими плоскостями кристалла в присутствии продольной гиперзвуковой волны, определяется выражением (3.19). С ее помощью можно найти условия резонансного взаимодействия гиперзвука с позитроном.

Выражаю искреннюю благодарность профессору А.Р. Мкртчяну за постановку задачи, а также Л.Ш. Григоряну за многократные стимулирующие обсуждения.

Работа выполнена в рамках гранта 96-703 Министерства образования и науки РА.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Зрелов В.П.* Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М.: Атомиздат, 1968.
[2] *Франк И.М.* Излучение Вавилова-Черенкова. Вопросы теории. М.: Наука, 1988.
[3] *Тер-Микаелян М.Л.* Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН Арм.ССР, 1969.
[4] *Гарибян Ян Ши.* Рентгеновское переходное излучение. Ереван: Изд-во АН Арм.ССР, 1983.
[5] *Гинзбург В.Л., Цытович В.Н.* Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984.
[6] *Базылев В. А., Жеваго Н.В.* Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М.: Наука, 1987.
[7] *Кумахов М.А.* Излучение каналированных частиц в кристаллах. М.: Энергоатомиздат, 1986.
[8] *Ахиезер А.И., Шульга Н.Ф.* Электродинамика высоких энергий в веществе. М.: Наука, 1993.
[9] *Mkrtchyan A.R., Gasparyan R.H., Gabrielyan R.G.* – Physs Lett. A115 (1986) 410.
[10] *Mkrtchyan A.R.et al.* – Phys. Lett. A126 (1988) 528.