

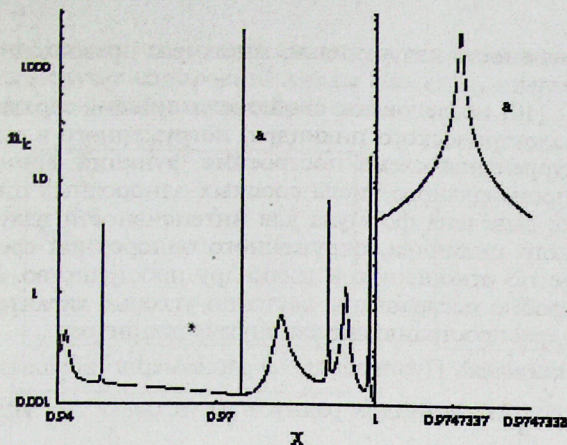


Рис. 4.

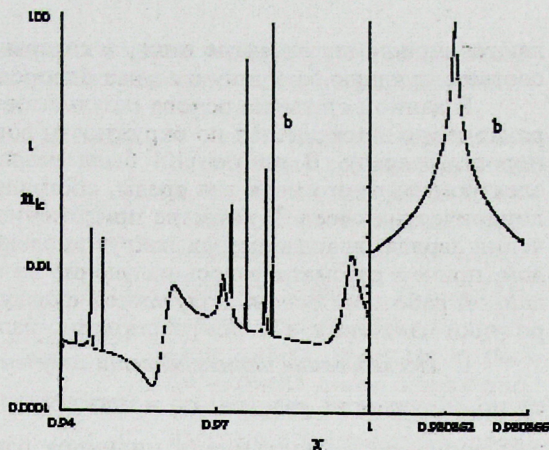


Рис. 5.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Болотовский Б.М. — УФН, 75, 295, (1961).
- [2] Зрелов В.П. Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М.: Атомиздат, 1968.
- [3] Франк И.М. Излучение Вавилова-Черенкова. Вопросы теории. М.: Наука, 1988.
- [4] Тер-Микаелян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН Арм.ССР, 1969.
- [5] Гарибян Г.М., Ян Ши. Рентгеновское переходное излучение. Ереван: Изд-во АН Арм.ССР, 1983.
- [6] Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука, 1984.
- [7] Базылев В.А., Жеваго Н.К. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М.: Наука, 1987.
- [8] Кумахов М.А. Излучение каналированных частиц в кристаллах. М.: Энергоатомиздат, 1986.
- [9] Ахмезер А.И., Шульга Н.Ф. Электродинамика высоких энергий в веществе. М.: Наука, 1993.
- [10] Соколов А.А., Тернов И.М. Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983.
- [11] Тернов И.М. — УФН, 165, 429 (1995).
- [12] Цытович В.Н. — Вест. МГУ, 11, 27 (1951).
- [13] Kitaо K. — Progr. Theor. Phys., 23, 759 (1960).
- [14] Арзуманян С.Р., Григорян Л.Ш., Саарян А.А. — Изв. НАН Армении, Физика, 30, 99 (1995).
- [15] Арзуманян С.Р., Григорян Л.Ш., Саарян А.А., Котанджян Х.В. — Изв. НАН Армении, Физика, 30, 106 (1995).
- [16] Григорян Л.Ш., Хачатрян Г.Ф., Арзуманян С.Р. — Изв. НАН РА, Физика (в печати).

СИНХРОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯДА, ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ВОКРУГ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА

Котанджян А.

Институт прикладных проблем физики НАН РА

Исследована интенсивность излучения заряда, равномерно движущегося по окружности вокруг диэлектрического цилиндра, погруженного в однородную среду. Показано, что при выполнении условия Черенкова для вещества цилиндра и скорости заряда появляются узкие пики в угловом распределении числа квантов, излученных во внешнее пространство. Для некоторых значений параметров задачи в этих пиках плотность числа квантов заданной гармонике превышает соответствующую величину для излучения в вакууме на 3-4 порядка. Рассмотрено также поле излучения внутри цилиндра.

Քարմերյան Ա., Դիէլէկտրիկ զանի շուրջ պտտւող լիցքաւորված մասնիկի սինքրոտրոնային ճառագայթումը: Հետազոտված է համասեռ միջավայր ընկղմված դիէլէկտրիկ զանի շուրջ հավասարաչափ պտտվող մասնիկի ճառագայթման ինտենսիվությունը: Ցույց է տրված, որ զանի ներսում Չերենկովի պայմանը բավարարելու դեպքում արտաքին միջավայր ճառագայթված քվանտների քիչ անկյունային բաշխման մեջ առաջանում են չափազանց նեղ պիկեր: Խմորի պարամետրերի որոշ արժեքների դեպքում այդ պիկերում տրված հարմոնիկի համար քվանտների քիչ խտությունը գերազանցում է վակուումում համապատասխան մեծությանը մոտ 3-4 կարգ: Դիտարկված է նաև զանի ներսում ճառագայթման դաշտը:

Kotanjyan A. Synchrotron radiation from charged particle rotating around a dielectric cylinder.

In the present work the formulae are derived for the spectral-angular distribution of the radiation emitted both inside and outside of the cylinder. The calculations were carried out for various values of the permittivities, particle energy and relative values of the cylinder and particle trajectory radii. It is shown that if the condition of Cherenkov radiation for the particle and the matter of the cylinder is satisfied then for a separate value of harmonic number $m \gg 1$ there exist discrete values of the parameter, at which high narrow peaks on the angular distribution of radiation takes place. At these peaks the radiation intensity exceeds the corresponding intensity for the case of radiation in homogeneous media by several orders of magnitude.

ВВЕДЕНИЕ. В настоящее время синхротронное излучение имеет важные приложения в различных областях физики и астрофизики. Оно детально исследовано как на классическом, так и на квантовом уровнях ([1] и приведенные там ссылки). Отдельный круг задач составляет исследование воздействия среды на различные характеристики синхротронного излучения. Излучение заряда, равномерно движущегося по окружности в однородной диэлектрической среде, впервые рассматривалось Цытовичем [2], а затем и Китао [3] (см. также [4]). В работах [5-9] исследовано излучение при вращении заряда вокруг диэлектрического шара, окруженного однородной средой. В частности, в [7-9] показано, что наличие шара приводит к интересным эффектам: если для вещества шара и скорости частицы удовлетворяется условие Черенкова, в спектре излучения появ-

ляются сильно выраженные пики, в которых интенсивность излучения во много раз превосходит соответствующую величину в случае однородной среды.

В данной статье на основе результатов работы [10] исследованы свойства излучения заряда, равномерно движущегося по окружности вокруг диэлектрического цилиндра, погруженного в однородную среду. В работе [10] была развита рекуррентная схема построения функции Грина электромагнитного поля для среды, состоящей из произвольного числа соосных однородных цилиндрических слоев. В качестве приложения там же выведена формула для интенсивности излучения заряда, вращающегося вокруг диэлектрического цилиндра, окруженного однородной средой, причем рассматривалось излучение во внешнее по отношению к цилиндру пространство. В данной работе на основе полученной формулы подробно исследованы частотно-угловые характеристики излучения, а также рассмотрено излучение, распространяющееся внутри цилиндра.

1. *Исследование интенсивности излучения вне цилиндра.* Пусть заряд q равномерно вращается по окружности радиуса ρ_0 в плоскости $z = 0$ вокруг цилиндра радиуса ρ_1 и осью z . Диэлектрическая проницаемость цилиндра равна ε_0 и система погружена в однородную среду с проницаемостью ε_1 , (магнитную проницаемость для простоты полагаем равной единице). Усредненное по периоду движения угловое распределение интенсивности излучения на больших расстояниях от оси цилиндра и на частоте $m\omega_0 = mv/\rho_0$ (v — скорость частицы) определяется формулой [10]:

$$\frac{dI_m}{d\Omega} = \frac{q^2 m^2 \omega_0^2 \sqrt{\varepsilon_1}}{8\pi c} \beta^2 [|B_m^{(+)} - B_m^{(-)}|^2 + |B_m^{(+)} + B_m^{(-)}|^2 \cos^2 \vartheta], \quad \beta = v/c, \quad (1)$$

где m — положительное целое число, определяющее номер гармоники, ϑ — угол между направлением излучения и осью z , $d\Omega = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$,

$$B_m^{(\pm)} = J_{m\pm 1}(\lambda_1 \rho_0) - H_{m\pm 1}(\lambda_1 \rho_0) \frac{W(J_{m\pm 1}, J_{m\pm 1})}{W(J_{m\pm 1}, H_{m\pm 1})} \pm 2 \frac{i\delta_m \lambda_0 J_m(\lambda_0 \rho_1) J_{m\pm 1}(\lambda_0 \rho_1)}{\pi \rho_1 W(J_{m\pm 1}, H_{m\pm 1})}; \quad (2)$$

$$\delta_m = \left[\frac{2\varepsilon_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0} - \lambda_0 J_m(\lambda_0 \rho_1) \sum_{l=-1, +1} \frac{iH_{m+l}(\lambda_1 \rho_1)}{W(J_{m+l}, H_{m+l})} \right]^{-1} \sum_{l=-1, +1} \frac{H_{m+l}(\lambda_1 \rho_0)}{W(J_{m+l}, H_{m+l})}. \quad (3)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\lambda_1 = \frac{m\omega_0}{c} \sqrt{\varepsilon_1} \sin \vartheta, \quad \lambda_0 = \frac{m\omega_0}{c} \sqrt{\varepsilon_0 - \varepsilon_1 \cos^2 \vartheta}; \quad (4)$$

$$W(a, b) = a(\lambda_0 \rho_1) \frac{\partial b(\lambda_1 \rho_1)}{\partial \rho_1} - b(\lambda_1 \rho_1) \frac{\partial a(\lambda_0 \rho_1)}{\partial \rho_1}. \quad (5)$$

$J_\nu(x)$ — функция Бесселя первого рода, $H_\nu(x)$ — функция Ханкеля (здесь и ниже для упрощения записи формул верхний индекс 1 у функции Ханкеля опущен). При $\varepsilon_0 = \varepsilon_1$ в правых частях выражения (2) отличны от нуля только первые слагаемые и из (1) получаем формулу для синхротронного излучения в однородной среде, впервые выведенную Цытовичем [2]. Из (1) в пределе $\varepsilon_0 \rightarrow \infty$ можно получить формулу для интенсивности излучения заряда, вращающегося вокруг идеально проводящего цилиндра. В этом случае соответствующие выражения для функций $B_m^{(\pm)}$ имеет следующий вид:

$$B_m^{(\pm)} = i [J_{m\pm 1}(\lambda_1 \rho_0) Y_{m\pm 1}(\lambda_1 \rho_1) - J_{m\pm 1}(\lambda_1 \rho_1) Y_{m\pm 1}(\lambda_1 \rho_0)] / H_{m\pm 1}(\lambda_1 \rho_1), \quad (6)$$

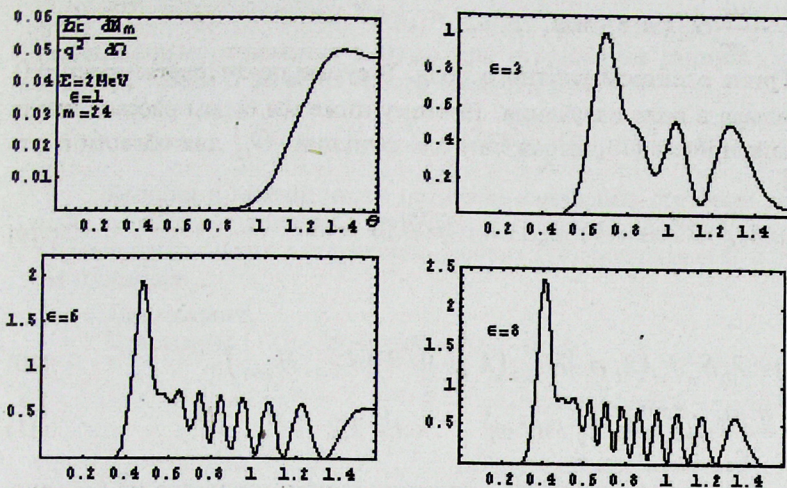
где Y_m — функция Неймана. Отсюда следует, что в случае проводящего цилиндра интенсивность излучения стремится к нулю при $\rho_0 \rightarrow \rho_1$.

Соответствующую (1) формулу для числа излученных квантов можно представить в виде

$$\frac{dN_m}{d\Omega} = \frac{q^2 m \alpha^2}{4\hbar c \sqrt{\varepsilon_1}} F_m(\vartheta, \alpha, \varepsilon_0 / \varepsilon_1, \rho_1 / \rho_0), \quad \alpha = \beta \sqrt{\varepsilon_1}, \quad (7)$$

где функция F_m определяется выражением в квадратных скобках (1). На основе формулы (7) нами были проведены численные расчеты углового распределения числа излученных квантов для различных значений параметров задачи: энергии частицы, диэлектрических проницаемостей, радиуса орбиты и номера гармоники. Для сравнительного анализа эффектов, обусловленных нали-

нием диэлектрического цилиндра, сначала было рассмотрено угловое распределение числа квантов в случае однородной среды (заметим, что в [2, 3] исследовалась лишь проинтегрированная по углам интенсивность излучения).



На рис. 1 приведены результаты соответствующих расчетов для различных значений диэлектрической проницаемости среды $\epsilon=1,3,6,8$. Энергия заряда $E=2\text{ MeV}$, номер гармоники $m=24$. При малых m угловое распределение более изотропно. При наличии среды полное излучение превосходит соответствующее излучение в вакууме и увеличивается с возрастанием ϵ (в предположении отсутствия затухания). Например, в среде с $\epsilon=3$ число излученных квантов более чем на порядок больше чем излучение в вакууме.

Кроме того, при выполнении условия черенковского излучения, $\beta\sqrt{\epsilon} > 1$ появляется осцилляционная картина зависимости числа квантов от угла θ . Осцилляционная часть расположена правее пика с максимальным числом квантов. При увеличении ϵ этот пик смещается в область малых углов, а соответствующая частота осцилляций возрастает. Очевидно, появление пика в угловом распределении числа излученных квантов правого максимума обусловлено черенковским излучением, а осцилляции правее этого максимума связаны с наложением этого излучения с различных участков траектории заряда.

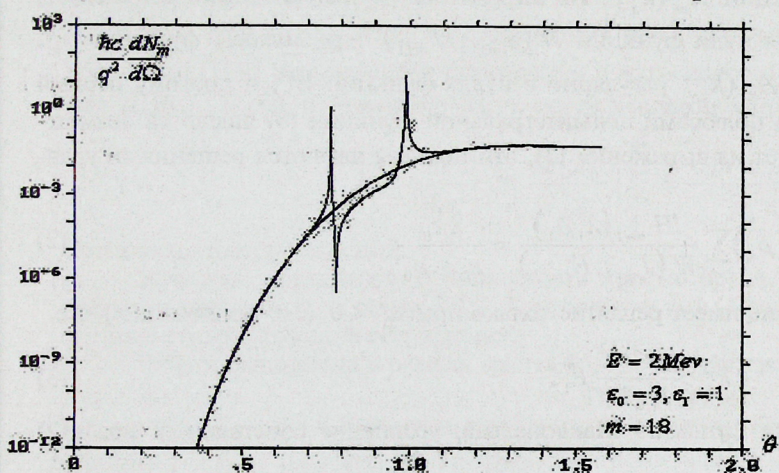


Рис. 2.

Перейдем теперь к анализу эффектов, обусловленных наличием диэлектрического цилиндра. На рис. 2 в логарифмическом масштабе приведена угловая зависимость числа излученных квантов в вакууме и при наличии цилиндра с проницаемостью $\epsilon_0=3$ ($\epsilon_1=1$) для значений параметров $E=2\text{ MeV}$, $\rho_0/\rho_1=0.95$,

$m=18$. Второму случаю соответствует кривая с сильно выраженными узкими пиками. Такие пики появляются всякий раз, когда для скорости частицы и диэлектрической проницаемости цилиндра удовлетворяется условие Черенкова. Для некоторых рассмотренных нами случаев значение плотности числа квантов $dN_m/d\Omega$ в максимуме превосходит соответствующее вакуумное значение на 3-4 порядка. Эти пики чрезвычайно узкие: их ширина $\Delta\theta \sim 10^{-4} - 10^{-3}$. При увеличении отношения ρ_0/ρ_1 пики уменьшаются и исчезают, а интенсивность излучения при наличии цилиндра быстро стремится к соответствующей вакуумной функции.

2. *Поле излучения внутри цилиндра.* В этом разделе мы рассмотрим излучение, распространяющееся внутри цилиндра. В цилиндрической системе координат (ρ, φ, z) соответствующие компоненты вектор-потенциала электромагнитного поля можно представить в виде

$$A_i(\vec{r}, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im(\varphi - \omega_0 t)} \int_{-\infty}^{\infty} dk_z A_{mi} e^{ik_z z}, i = 1, 2, 3, \quad (8)$$

$$A_{mi} = -\frac{vq}{\pi c} G_{i2}(m, k_z, m\omega_0, p, p_0,$$

где G_{i1} — Фурье образ функции Грина электромагнитного поля. В сумме по m слагаемое $m = 0$ не зависит от времени и не дает вклада в поле излучения. Поэтому ниже мы будем рассматривать случай $m \neq 0$. Подставляя в (8) найденное в [10] выражение для функции G_{i2} для области внутри цилиндра находим

$$A_{mi} = -\frac{vq i^{2-l}}{2\pi c \rho_1} [J_{m+l}(\lambda_0 \rho) \bar{B}_m^{(+)} + (-1)^l J_{m-l}(\lambda_0 \rho) \bar{B}_m^{(-)}], l = 1, 2, \quad (9)$$

$$A_{m3} = 0, \quad \rho < \rho_1,$$

где введены обозначения

$$\bar{B}_m^{(\pm)} = [H_{m+1}(\lambda_1 \rho_0) \pm \lambda_0 \delta_m J_m(\lambda_0 \rho_1) H_{m\pm 1}(\lambda_1 \rho_1)] / W(J_{m+1}, H_{m+1}) \quad (10)$$

$$\lambda_i = \frac{m\omega_0}{c} \sqrt{\varepsilon_i - c^2 k_z^2 / m^2 \omega_0^2}, \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

а δ_m — определено соотношением (3). Рассмотрим поле излучения внутри цилиндра на больших расстояниях от заряда $z \rightarrow \infty$. Поскольку в (8), в интеграле по k_z фаза экспоненты не имеет стационарной точки, то при условии $A_{mi}(k_z) \in C_0(R)$ этот интеграл при $z \rightarrow \infty$ стремится к нулю быстрее любой степени $1/z$ (см., например, [11]) и поле излучения в этой области отсутствует. Из сказанного следует, что излучение распространяющееся внутри цилиндра в области $z \rightarrow \infty$ соответствует полюсам функции $A_{mi}(k_z)$. Из выражения (9) для этих величин следует, что возможными полюсами являются нули функций $W(J_{m\pm 1}, H_{m\pm 1})$ или полюсы функции δ_m . Детальный расчет показывает, что $A_{mi}(k_z)$ регулярно в нулях функции W , и поэтому первый случай отпадает. Т.о. единственными полюсами подынтегральной функции (8) являются возможные полюсы функции δ_m . Как следует из выражения (3), эти полюсы являются решениями уравнения

$$\lambda_0 J_m(\lambda_0 \rho_1) \sum_{l=\pm 1} \frac{l H_{m+l}(\lambda_1 \rho_1)}{W(J_{m+l}, H_{m+l})} = \frac{2\varepsilon_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}. \quad (12)$$

Можно показать, что это уравнение имеет решение только при $\lambda_1^2 < 0$ (см. приложение), т.е.

$$k_z^2 > \frac{m^2 \omega_0^2}{c^2} E_1. \quad (13)$$

Введя вместо функции Ханкеля функцию Макдональда, уравнение собственных мод (12) можно записать в виде

$$\left[\lambda_0 \frac{K'_m(|\lambda_1| \rho_1)}{K_m(|\lambda_1| \rho_1)} + |\lambda_1| \frac{J'_m(\lambda_0 \rho_1)}{J_m(\lambda_0 \rho_1)} \right] \times \left[\lambda_0 \frac{\varepsilon_1 K'_m(|\lambda_1| \rho_1)}{\varepsilon_0 K_m(|\lambda_1| \rho_1)} + |\lambda_1| \frac{J'_m(\lambda_0 \rho_1)}{J_m(\lambda_0 \rho_1)} \right] = \frac{m^2}{\rho_1^2} \left(1 + \frac{\lambda_0^2}{|\lambda_1|^2} \right) \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} + \frac{|\lambda_1|^2}{\lambda_0^2} \right). \quad (14)$$

С учетом вышесказанного при больших $|z|$ интеграл по k_z в (8) можно написать в виде суммы вычетов подынтегральной функции в ее полюсах. Пусть $k_z = k_n^{(m)}$ корни уравнения (14), пронумерованные индексом n . Полагая $\varepsilon_0 = \varepsilon_0' + i\varepsilon_0''$, при малом затухании проекцию k_z можно записать в виде

$$k_z = \pm \sqrt{m^2 \omega_0^2 \varepsilon_0' / c^2 - \lambda_0^2} \pm \frac{i \varepsilon_0''}{\sqrt{m^2 \omega_0^2 \varepsilon_0' / c^2 - \lambda_0^2}}. \quad (15)$$

С учетом затухания (которое в физически реальных ситуациях всегда присутствует, причем $\varepsilon_0'' > 0$) отсюда следует, что корни $k_n^{(m)}$ с положительной/отрицательной мнимой частью расположены выше/ниже действительной положительной/отрицательной полуоси в комплексной плос-

кости k_z . Так как ситуация симметрична, достаточно рассмотреть случай $z > 0$. В этом случае контур интегрирования по k_z формулы (8) можно замкнуть полуокружностью большого радиуса в верхней полуплоскости $\text{Im } k_z > 0$. При достаточно больших z подынтегральная функция экспоненциально стремится к нулю при стремлении радиуса полуокружности к бесконечности. Из теоремы Коши о вычетах теперь следует, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dk_z A_m(k_z) e^{ik_z z} = 2\pi i \sum_n \text{Res}_{k_z=k_n^{(m)}} A_m(k_z) e^{ik_z z}, \quad \text{Re } k_n^{(m)} > 0. \quad (16)$$

Вычеты в правой части нетрудно вычислить с учетом выражений (9), (10). Однако получаемые выражения довольно громоздки, и мы их здесь выписывать не будем. Заметим лишь, что первые слагаемые в квадратных скобках (10) регулярны и не дают вклада в поле излучения внутри цилиндра.

Приложение.

Уравнение (12) можно записать в виде

$$\left(\lambda_0 \frac{H'_m}{H_m} - \lambda_1 \frac{J'_m}{J_m} \right) \left(\lambda_0 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \frac{H'_m}{H_m} - \lambda_1 \frac{J'_m}{J_m} \right) = \frac{m^2}{\rho_1^2} \left(1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda_1^2} \right) \left(\frac{\lambda_1^2}{\lambda_0^2} - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \right), \quad (П.1)$$

где $H_m = H_m(\lambda_1 \rho_1)$, $J_m = J_m(\lambda_0 \rho_1)$, а штрих означает производную по аргументу функции. Вычтя из (П.1) соответствующее комплексно-сопряженное уравнение и воспользовавшись вещественностью λ_i^2 , получим

$$\frac{d}{d\rho_1} \left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \ln |H_m|^2 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_0^2} \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \right) \ln J_m \right] \cdot \frac{d}{d\rho_1} \ln \left(\frac{H_m^*}{H_m} \right) = 0. \quad (П.2)$$

При мнимом λ_1 это уравнение удовлетворяется тождественно, вследствие того, что второй множитель равен нулю. При действительных же λ_i этот множитель равен $4i/[\pi(J_m^2 + Y_m^2)] \neq 0$ и уравнение (П.2) эквивалентно обращению в нуль первого множителя. Подставляя из этого условия $d(\ln J_m)/d\rho_1$ в уравнение (П.1), после несложных преобразований приходим к уравнению

$$\left[\frac{d}{d\rho_1} \left[\ln \left(\frac{H_m \varepsilon_0}{H_m^* \varepsilon_1} \right) \right] \right]^2 = - \frac{m^4 \omega_0^2 k_z^2 \varepsilon_1}{\rho_1^2 \lambda_0^2 c^2} \left(1 - \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_1^2} \right), \quad (П.3)$$

которое не имеет решений.

Выражаю искреннюю благодарность профессору А.Р. Мкртчяну за постоянный интерес к работе и поддержку, а также Л.Ш. Григоряну и А.А. Сааряну за постановку задачи и многочисленные стимулирующие обсуждения.

Работа выполнена в рамках гранта 96-703 Министерства образования и науки РА.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Соколов А.А., Тернов И.М. Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983.
- [2] Пытович В.Н. — Вест. МГУ, № 11, 27 (1951).
- [3] Китао К. — Prog. Theor. Phys., 23, 759 (1960).
- [4] Зрелов В.П. Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М.: Атомиздат, 1968.
- [5] Арзуманян С.Р., Григорян Л.Ш., Саарян А.А. — Изв. НАН Армении, Физика, 30, 99 (1995).
- [6] Арзуманян С.Р., Григорян Л.Ш., Котанджян Х.В., Саарян А.А. — Изв. НАН Армении, Физика, 30, 106 (1995).
- [7] Григорян Л.Ш., Хачатрян Г.Ф. — Изв. НАН Армении, Физика, 1998, в печати.
- [8] Grigoryan L.Sh., Khachatryan H.F. — Intern. Workshop on Radiation Physics with Relativistic Electrons, June 09-12, 1998. Tabarz, Germany.
- [9] Grigoryan L.Sh., Khachatryan H.F., Kazaryan P.F. — 8th Intern. Symposium "Light Sources", 1998. Greifswald, Germany.
- [10] Григорян Л.Ш., Котанджян А.С., Саарян А.А. — Изв. НАН Армении, Физика, 30, 239 (1995).
- [11] Федорюк М.В. Асимптотика: Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987.

CORRELATED FAST ION STOPPING IN MAGNETIZED CLASSICAL PLASMA

Nersisyan H.

Division of Theoretical Physics, Institute of Radiophysics and Electronics

The results of a theoretical investigation on the stopping power of ion pair in a magnetized electron plasma are presented, with particular emphasis on the two-ion correlation effects. The analysis is based on the assumptions that the magnetic field is classically strong ($\lambda_D \ll a_e \ll \lambda_D$, where λ_D , a_e and λ_D are respectively the electron de Broglie wavelength, Larmor radius and Debye length) and that the velocity of the two ions is identical and fixed. The stopping power and *vicinage function* in a plasma are computed by retaining two-ion correlation effects and is compared with the results of the individual-projectile approximation.