

М. М. Гаспарян

Решение температурной задачи для свободно опертой по контуру выпуклой многоугольной пластинки при линейном распределении температуры по толщине

Как известно, С. П. Тимошенко [1], на основе приближенной теории изгиба пластинок, заметил аналогию в решении температурной задачи свободно опертой пластинки с прямолинейными границами с задачей кручения призматического стержня, имеющего поперечное сечение, совпадающее с видом данной пластинки.

На основе точной теории изгиба пластинки нами была установлена та же аналогия, независимо от толщины пластинки. В данной статье рассматривается решение для указанной пластинки. Как частный случай, рассмотрена задача для правильной многоугольной пластинки.

§ 1. Применение комплексного переменного

На основании указанной аналогии, во всей области пластинки должно удовлетворяться дифференциальное уравнение

$$\text{где:} \quad \nabla^2 w = - \frac{\alpha t_0 (1 + \sigma)}{h}, \quad (1.1)$$

w — вертикальное перемещение срединной плоскости,

$t_0 = t_n - t_0$,

α — коэффициент линейного расширения,

σ — коэффициент Пуассона.

Решение этого уравнения при помощи комплексного переменного $z = x + iy$ представим в виде

$$w = - \frac{\alpha t_0 (1 + \sigma)}{4h} z \cdot \bar{z} + \varphi_0(z) + \bar{\varphi}_0(\bar{z}), \quad (1.2)$$

или

$$w = - \frac{\alpha t_0 (1 + \sigma)}{4h} z \bar{z} + 2\text{Re}[\varphi_0(z)], \quad (1.2')$$

где

$$\bar{z} = x - iy,$$

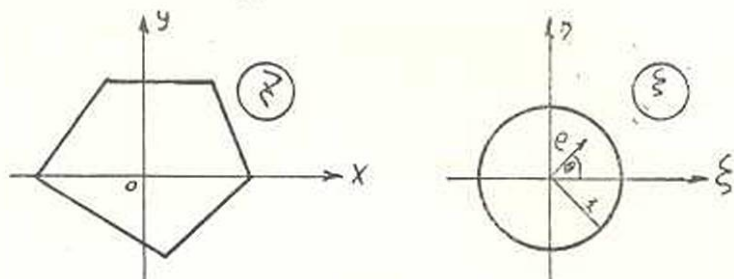
$\varphi_0(z)$ — аналитическая функция комплексного переменного z , гомоморфная в области пластинки, $\bar{\varphi}_0(\bar{z})$ — аналитическая функция переменного $\bar{z}$, сопряженная с $\varphi_0(z)$.

Для определения w применяем метод конформного отображения [2].

Отообразим область пластинки при помощи функции

$$z = \omega(\zeta) \quad (1.3)$$

на область единичного круга.



Фиг. 1.

Примем, что при этом начало координат плоскости z переходит в начало координат плоскости ζ , которая находится в центре круга, т. е. $\omega(0) = 0$.

Введя обозначения

$$\varphi_0(z) = \varphi_0[\omega(\zeta)] = \varphi(\zeta),$$

$$\bar{\varphi}_0(\bar{z}) = \bar{\varphi}_0[\bar{\omega}(\bar{\zeta})] = \bar{\varphi}(\bar{\zeta})$$

и учитывая (1.3), выразим (1.2) через функции комплексных переменных ζ и $\bar{\zeta}$:

$$w = -\frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{4h} \omega(\zeta) \bar{\omega}(\bar{\zeta}) + \varphi(\zeta) + \bar{\varphi}(\bar{\zeta}), \quad (1.4)$$

или

$$w = -\frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{4h} \omega(\zeta) \bar{\omega}(\bar{\zeta}) + 2\operatorname{Re} [\varphi(\zeta)]. \quad (1.4')$$

Функцию $\varphi(\zeta)$ определяем из контурного условия пластинки.

$$w = 0.$$

Так как

$$\zeta = \rho e^{i\theta},$$

то на контуре

$$\zeta = e^{i\theta} = t \text{ и } \bar{\zeta} = e^{-i\theta} = \frac{1}{t}.$$

Внося эти значения в выражение (1.4) и приравнявая его нулю, получим контурное условие в следующем виде:

$$\varphi(t) + \bar{\varphi}\left(\frac{1}{t}\right) = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{4h} \omega(t) \bar{\omega}\left(\frac{1}{t}\right). \quad (1.5)$$

Умножим обе части (1.5) на $\frac{dt}{2\pi i(t-\zeta)}$, где ζ лежит внутри круга, и проинтегрируем по всему контуру γ единичного круга:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\varphi(t)}{t-\zeta} dt + \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\varphi\left(\frac{1}{t}\right)}{(t-\zeta)} dt = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{2\pi i 4h} \int_{\gamma} \frac{\omega(t)\bar{\omega}\left(\frac{1}{t}\right)}{(t-\zeta)} dt. \quad (1.6)$$

Функция $\varphi(\zeta)$ голоморфна в области единичного круга, поэтому, согласно интегральной теореме Коши,

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\varphi(t)}{t-\zeta} dt = \varphi(\zeta),$$

функция же $\varphi\left(\frac{1}{t}\right)$ голоморфна вне области единичного круга, и поэтому, по той же теореме,

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\varphi\left(\frac{1}{t}\right)}{t-\zeta} dt = \bar{\varphi}(0).$$

Подставляя эти значения в (1.6), получим:

$$\varphi(\zeta) + \bar{\varphi}(0) = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{2\pi i 4h} \int_{\gamma} \frac{\omega(t)\bar{\omega}\left(\frac{1}{t}\right)}{t-\zeta} dt. \quad (1.7)$$

В этом уравнении, принимая $\zeta = 0$, получим

$$\varphi(0) + \bar{\varphi}(0) = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{4h} \cdot \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\omega(t)\bar{\omega}\left(\frac{1}{t}\right)}{t} dt.$$

Но

$$dt = ie^{i\theta} d\theta = itd\theta.$$

Поэтому

$$\varphi(0) + \bar{\varphi}(0) = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{8\pi h} \int_0^{2\pi} \omega(e^{i\theta}) \bar{\omega}(e^{i\theta}) d\theta.$$

Но так как мнимая часть $\varphi(0)$ произвольна, то, взяв ее равной нулю, т. е. полагая $\varphi(0) = \bar{\varphi}(0)$, из предыдущего равенства получим

$$\varphi(0) = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{16\pi h} \int_0^{2\pi} \omega(e^{i\theta}) \bar{\omega}(e^{i\theta}) d\theta.$$



Подставляя это значение для $\varphi_0(0)$ в (1.7), окончательно получаем

$$\varphi(\zeta) = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{4h} \left[\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\omega(t) \bar{\omega}\left(\frac{1}{t}\right) dt}{t-\zeta} - \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \omega(e^{i\theta}) \bar{\omega}(e^{-i\theta}) d\theta \right]. \quad (1.8)$$

Внеся, далее, (1.8) в (1.4), получим общее выражение для прогиба

$$w = -\frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{4h} \left\{ \omega(\zeta) \bar{\omega}(\bar{\zeta}) + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \omega(e^{i\theta}) \bar{\omega}(e^{-i\theta}) d\theta - \right. \\ \left. - 2 \operatorname{Re} \left[\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\omega(t) \bar{\omega}\left(\frac{1}{t}\right) dt}{t-\zeta} \right] \right\}. \quad (1.9)$$

Таким образом, имея отображающую функцию $\omega(\zeta)$, легко можно определить прогиб в многоугольной пластинке.

Определим значение прогиба в начале координат, для чего подставим в (1.9)

$$\zeta = 0, \quad \omega(0) = 0;$$

тогда

$$w(0,0) = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{8\pi h} \int_0^{2\pi} \omega(e^{i\theta}) \bar{\omega}(e^{-i\theta}) d\theta. \quad (1.10)$$

Представляя отображающую функцию в виде степенного ряда

$$z = \omega(\zeta) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \zeta^k, \quad (1.11)$$

из (1.10) будем иметь:

$$w(0,0) = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{8\pi h} \int_0^{2\pi} (c_1 e^{i\theta} + c_2 e^{2i\theta} + \dots) (\bar{c}_1 e^{-i\theta} + \bar{c}_2 e^{-2i\theta} + \dots) d\theta.$$

Интегрирование дает:

$$w(0,0) = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{4h} \sum_{k=1}^{\infty} c_k \bar{c}_k. \quad (1.12)$$

Этой формулой определяется значение прогиба в центре пластинки, если известны коэффициенты разложения отображающей функции.

Изгибающие и крутящие моменты определяются по формулам

$$M_x + M_y = -\frac{D \alpha t_0(1-\sigma^2)}{h}, \quad (1.13)$$

$$M_x - M_y + 2i M_{xy} = 4D(1-\sigma) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}. \quad (1.14)$$

С другой стороны, из (1.3) получаем:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{\omega'(\zeta)} \cdot \frac{\partial w}{\partial \zeta}, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\omega'(\zeta) \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta^2} - \omega''(\zeta) \frac{\partial w}{\partial \zeta}}{[\omega'(\zeta)]^3}.$$

Имея в виду последнее соотношение, а также (1.4), найдем

$$M_x - M_y + 2i M_{xy} = 4D(1-\sigma) \frac{\omega'(\zeta) \varphi''(\zeta) - \varphi'(\zeta) \omega''(\zeta)}{[\omega'(\zeta)]^3}.$$

Заменяя $\varphi(\zeta)$ ее выражением (1.8), получим:

$$M_x - M_y + 2i M_{xy} = \frac{\alpha t_0 D (1-\sigma^2)}{h} \left\{ \frac{1}{[\omega'(\zeta)]^2} \cdot \frac{1}{\pi i} \int \frac{\omega(t) \bar{\omega} \left(\frac{1}{t} \right)}{(t-\zeta)^3} dt - \right. \\ \left. - \frac{\omega''(\zeta)}{[\omega'(\zeta)]^3} \cdot \frac{1}{2\pi i} \int \frac{\omega(t) \bar{\omega} \left(\frac{1}{t} \right)}{(t-\zeta)^2} dt \right\}. \quad (1.15)$$

Формулами (1.13) и (1.15) определяются изгибающие и крутящие моменты.

§ 2. Поведение угла наклона упругой поверхности в угловых точках пластинки

Исследуем поведение угла наклона упругой поверхности $\frac{\partial w}{\partial n}$ в угловых точках контура пластинки.

Используем следующее соотношение:

$$\frac{\partial w}{\partial n} - i \frac{\partial w}{\partial s} = -2i \frac{\partial w}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial s} = 2e^{i\beta} \frac{\partial w}{\partial z}, \quad (2.1)$$

где β — угол между нормалью к контуру и осью ox . Но на контуре пластинки $w = 0$, а поэтому и $\frac{\partial w}{\partial s} = 0$.

Следовательно, из (2.1) будем иметь

$$\frac{\partial w}{\partial n} = 2e^{i\beta} \frac{\partial w}{\partial z} = 2e^{i\beta} \frac{1}{\omega'(\zeta)} \cdot \frac{\partial w}{\partial \zeta}.$$

Подставляя в это уравнение значение w из (1.4) и имея в виду (1.3), получим:

$$\frac{\partial w}{\partial n} = e^{-i\pi} \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{4h} \left[\bar{\omega}(\bar{\zeta}) - \frac{1}{\omega'(\zeta)} \cdot \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\omega(t) \bar{\omega}\left(\frac{1}{t}\right) dt}{(t-\zeta)^2} \right]_{\zeta \rightarrow t^*}, \quad (2.2)$$

где t^* — произвольно фиксированная точка на контуре.

Для отображения области многоугольника на область единичного круга используем формулу Кристоффеля—Шварца:

$$z = \omega(\zeta) = c \int_0^{\zeta} (a_1 - \zeta)^{\frac{\alpha_1}{\pi} - 1} (a_2 - \zeta)^{\frac{\alpha_2}{\pi} - 1} \dots (a_n - \zeta)^{\frac{\alpha_n}{\pi} - 1} d\zeta, \quad (2.3)$$

где

c — постоянный параметр;

n — число сторон многоугольника;

$a_1, a_2, \dots, a_n$ — точки на контуре единичного круга, соответствующие вершинам многоугольника (фиг. 2);

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ — внутренние углы многоугольника, выраженные в радианах.

Из (2.3) получим:

$$\omega'(\zeta) = c (a_1 - \zeta)^{\frac{\alpha_1}{\pi} - 1} (a_2 - \zeta)^{\frac{\alpha_2}{\pi} - 1} \dots (a_n - \zeta)^{\frac{\alpha_n}{\pi} - 1}. \quad (2.4)$$

Отсюда

- 1) при $0 < \alpha_k < \pi$, $\omega'(a_k) \rightarrow \infty$;
- 2) при $\pi < \alpha_k < 2\pi$, $\omega'(a_k) \rightarrow 0$.

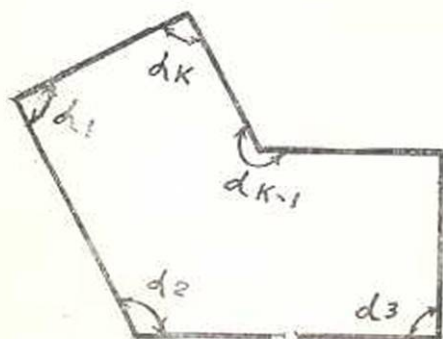
Пользуясь этими выражениями, замечаем, что соотношение (2.2) при углах больших π , стремится к бесконечности, что физически невозможно. Значит наше решение, при углах, больших π , неверно.

Теперь покажем, что, при $0 < \alpha_k < \pi$ в вершине угла, $\frac{\partial w}{\partial n} = 0$.

В этом случае в вершине угла $\omega'(a_k) \rightarrow \infty$. Но в этих точках производная интеграл типа Коши

$$V(a_k) = \left[\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\omega(t) \bar{\omega}\left(\frac{1}{t}\right) dt}{(t-\zeta)^2} \right]_{\zeta \rightarrow a_k}$$

представляет неопределенность, и без дополнительного исследования невозможно сделать определенные заключения о значении $\frac{\partial w}{\partial n}$.



Фиг. 2.

Поставленную задачу легко можно решить методом, разработанным в работе О. М. Сапонджяна [3]. Представим вышеуказанный интеграл в следующем виде:

$$Y(\zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\omega(t) \bar{\omega}\left(\frac{1}{t}\right)}{(t-\zeta)^2} dt = \\ = \frac{1}{4\pi i} \int_{\gamma} \frac{\lambda \omega^2(t) + \frac{1}{\lambda} \bar{\omega}^2\left(\frac{1}{t}\right) - \lambda \left[\omega(t) - \frac{1}{\lambda} \bar{\omega}\left(\frac{1}{t}\right) \right]^2}{(t-\zeta)^2} dt, \quad (2.5)$$

где

$$\lambda = \frac{\bar{\omega}(a_k)}{\omega(a_k)}.$$

Но

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\lambda \omega^2(t)}{t-\zeta} dt = \lambda \omega^2(\zeta);$$

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\frac{1}{\lambda} \bar{\omega}^2\left(\frac{1}{t}\right)}{t-\zeta} dt = 0.$$

Следовательно,

$$Y(\zeta) = \lambda \omega'(\zeta) \omega(\zeta) - \frac{\lambda}{4\pi i} \int_{\gamma} \frac{\left[\omega(t) - \frac{1}{\lambda} \bar{\omega}\left(\frac{1}{t}\right) \right]^2}{(t-\zeta)^2} dt.$$

Интегрируя по частям, получим:

$$Y(\zeta) = \lambda \omega'(\zeta) \omega(\zeta) - \frac{\lambda}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\left[\omega(t) - \frac{1}{\lambda} \bar{\omega}\left(\frac{1}{t}\right) \right] \left[\omega'(t) + \frac{1}{\lambda t^2} \bar{\omega}'\left(\frac{1}{t}\right) \right]}{t-\zeta} dt.$$

Подставляя это выражение в (2.2), имеем:

$$\frac{\partial w}{\partial n} = e^{i\beta \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{4h}} \left\{ \lambda \omega(\zeta) - \bar{\omega}(\bar{\zeta}) - \right. \\ \left. - \frac{1}{\omega'(\zeta)} \cdot \frac{\lambda}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\left[\omega(t) - \frac{1}{\lambda} \bar{\omega}\left(\frac{1}{t}\right) \right] \left[\omega'(t) + \frac{1}{\lambda t^2} \bar{\omega}'\left(\frac{1}{t}\right) \right]}{t-\zeta} dt \right\}. \quad (2.6)$$

Введем обозначение

$$U(\zeta) = \frac{1}{2\pi i} \int_1^{\infty} \frac{\left[\omega(t) - \frac{1}{\lambda} \bar{\omega} \left(\frac{1}{t} \right) \right] \left[\omega'(t) + \frac{1}{\lambda t^2} \bar{\omega}' \left(\frac{1}{t} \right) \right]}{t - \zeta} dt.$$

$U(\zeta)$ принимает конечное значение в точке, соответствующей вершине многоугольника, и так как в такой точке (при $0 < \alpha_k < \pi$) $\omega'(a_k) \rightarrow \infty$, то

$$\left[\frac{U(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \right]_{\zeta=a_k} \rightarrow 0.$$

С другой стороны, согласно (2.4),

$$\lambda \omega(a_k) - \bar{\omega}(a_k) = 0.$$

Следовательно, окончательно получим (2.5), при

$$0 < \alpha_k < \pi, \quad \left(\frac{\partial w}{\partial n} \right)_{a_k} = 0.$$

Таким образом, угол наклона упругой поверхности в углах выпуклого многоугольника равен нулю.

Далее, можно показать, что изгибающие и крутящие моменты обращаются в нуль в вершине острого угла, имеют конечное значение в вершине прямого угла и стремятся к бесконечности в вершине тупого угла.

§ 3. Случай правильного многоугольника

Область, ограниченная правильным многоугольником, отображается в область единичного круга при помощи следующей функции:

$$z = \omega(\zeta) = c \int_0^{\zeta} \frac{dt}{(1 - t^n)^{\frac{2}{n}}}, \quad (3.1)$$

где n — число сторон многоугольника, а

c — постоянный параметр, который по данным [3] определяется по приведенной ниже таблице.

n	3	4	5	6	7	8
$\frac{c}{r_0}$	0,5661	0,7628	0,8514	0,8985	0,9442	0,9759

Здесь r_0 — радиус описанной окружности.

По известной формуле (3.1) получается

$$z = w(\zeta) = c \left[\zeta + \frac{2\zeta^{n+1}}{n(n+1)1!} + \frac{2(n+2)\zeta^{2n+1}}{n^2(2n+1)2!} + \frac{2(n+2)(2n+2)\zeta^{3n+1}}{n^3(3n+1)3!} + \right. \\ \left. + \frac{2(n+2)(2n+2)(3n+2)\zeta^{4n+1}}{n^4(4n+1)4!} + \dots \right]. \quad (3.2)$$

Подставляя эти значения в (1.12), получим выражение для прогиба в центре правильной многоугольной пластинки

$$w(0,0) = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{4h} c^2 \left[1 + \frac{4}{n^2(n+1)1!} + \frac{4(n+2)^2}{n^4(2n+1)(2!)^2} + \right. \\ \left. + \frac{4(n+2)^2(2n+2)^2}{n^6(3n+1)^2(3!)^2} + \frac{4(n+2)^2(2n+2)^2(3n+2)^2}{n^8(4n+1)^2(4!)^2} + \dots \right]. \quad (3.3)$$

Этот ряд — быстро сходящийся, поэтому можно взять лишь несколько первых его членов.

Например, в случае равностороннего треугольника, если взять только два первых члена ряда, то ошибка, как мы далее увидим, будет около 1%. С возрастанием числа сторон многоугольника процент ошибки уменьшается.

Для практических расчетов при $n=4$ достаточно взять лишь первый член ряда. Тогда

$$w(0,0) = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{4h} c^2, \quad (3.4)$$

где c определяется из вышеприведенной таблицы.

В случае равностороннего треугольника, как было уже отмечено, достаточно учесть первые два члена ряда (3.3):

$$w(0,0) = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{4h} (0,566)^2 \left(1 + \frac{1}{36} \right) r_0^2 = 0,0823 \alpha t_0(1+\sigma) r_0^2. \quad (3.5)$$

С. П. Тимошенко [1] нашел точное решение этой же задачи. Согласно этому решению:

$$w(0,0) = \frac{\alpha t_0(1+\sigma)}{12} r_0^2 = 0,0833 \alpha t_0(1+\sigma) r_0^2. \quad (3.6)$$

Приближенное значение (3.5), по сравнению с точным значением (3.6), дает ошибку в 1,2%.

Выведем выражения для моментов в центре правильной многоугольной пластинки.

Формула (1.15) для центра координат ($\zeta = 0$) примет следующий вид:

$$(M_x - M_y + 2iM_{xy}) = - \frac{D\alpha t_0(1-\sigma^2)}{h} \left\{ \frac{1}{[w'(0)]^2} \frac{1}{\pi i} \int \frac{w(t) \bar{w}\left(\frac{1}{t}\right)}{t^2} dt - \right.$$

$$\left. - \frac{\omega''(0)}{[\omega'(0)]^2} \cdot \frac{1}{2\pi i} \int \frac{\omega(t) \overline{\omega\left(\frac{1}{t}\right)}}{t^2} dt \right\}. \quad (3.7)$$

Подставим в (3.7) значение $t = e^{i\theta}$, замечая при этом, что, согласно (3.1) $\omega''(0) = 0$, получим

$$\begin{aligned} (M_x - M_y + 2iM_{xy})_0 = \\ = - \frac{D\alpha t_0(1-\sigma^2)}{h} \cdot \frac{1}{[\omega'(0)]^2} \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-2i\theta} \omega(e^{i\theta}) \overline{\omega(e^{-i\theta})} d\theta. \end{aligned}$$

Но, имея в виду (3.2), легко показать, что

$$\int_0^{2\pi} e^{-2i\theta} \omega(e^{i\theta}) \overline{\omega(e^{-i\theta})} d\theta = 0.$$

Следовательно,

$$(M_x - M_y + 2iM_{xy}) = 0,$$

откуда

$$(M_x - M_y) = 0 \quad \text{и} \quad M_{xy} = 0.$$

Имея в виду и формулу (3.7), для центра правильной многоугольной пластинки будем иметь:

$$\begin{aligned} M_{xy} &= 0; \\ M_x = M_y &= - \frac{D\alpha t_0(1+\sigma)}{2h}, \end{aligned}$$

или, подставляя значение жесткости D , получим

$$M_x = M_y = - \frac{Eh^2\alpha t_0}{24}. \quad (3.8)$$

Таким образом, расчетные величины задачи об изгибе правильной многоугольной пластинки, при распределении температуры линейным законом по толщине пластинки, определяются весьма простыми формулами (3.4) и (3.8).

Մ. Մ. Գապարյան

ԱԶԱՏ ՇԵՆՎԱԾ ՈՒՌՈՒՑԻԿ ԲԱԶՄԱՆԿՅՈՒՆ ՍԱԼԻ ԶԵՐՄԱՅԻՆ ԽՆԴՐԻ
 ԼՈՒԾՈՒՄԸ, ԵՐԲ ԶԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆԸ ԸՍՏ ՍԱԼԻ ՀԱՍՏՈՒԹՅԱՆ ՓՈՓՈԽՎՈՒՄ
 Է ԳԾԱՅԻՆ ՕՐԵՆՔՈՎ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Օգտվելով կոնֆորմ աբապատկերման մեթոդից և Օ. Մ. Սապոն-
 Ջյանի [3] եզրագծով ազատ շենված սալի ծաման խնդրի հետազոտությունից,
 արված է եզրագծով ազատ շենված ուսուցիկ բազմանկյուն սալի ծաման
 խնդիրը, երբ ջերմությունն ըստ սալի հաստության բաշխվում է գծային
 օրենքով: Որպես մասնավոր դեպք դիտված է կանոնավոր բազմանկյուն
 սալի խնդիրը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Тимошенко С. П. Пластинки и оболочки, 1948; Теория упругости (изд. II), 1937.
2. Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упру-
 гости, 1949.
3. Сапонджян О. М. Изгиб свободно опертой полигональной плиты: Известия
 АН Армянской ССР, серия ФМЕТ наук, т. V, № 2, 1952.