

В. Г. Саноян

Способ профилирования диффузоров по заданной эпюре скоростей на входе

1. Введение

В связи с развитием промышленности особо важное значение приобретает правильное профилирование таких важных элементов промышленных и гидросиловых установок, какими, бесспорно, являются диффузорные и конфузорные каналы. В гидротехнических сооружениях гидросиловых установок эти элементы встречаются в качестве переходных участков в оголовке напорного трубопровода, при переходе в напорном туннеле от сечения одного диаметра к сечению другого диаметра и т. д.

Диффузоры применяются также в конструкциях отсасывающих труб, что оказывает существенное влияние на величину используемого напора и, следовательно, на к. п. д. турбины [1]. Баланс энергии на различных участках проточной части гидротурбины показывает, что большая часть потерь приходится на отсасывающую трубу.

Строительство таких мощных гидростанций, как Куйбышевская, Сталинградская и др., требует всестороннего изучения и усовершенствования отсасывающих труб, так как повышение к. п. д. турбины хотя бы на один процент позволяет выработать значительное количество дополнительной энергии. Форма отсасывающей трубы должна удовлетворять требованиям минимальных потерь энергии в ее пределах и создания значительного разрежения в сечении у выхода из рабочего колеса.

Таким образом, для получения удовлетворительного коэффициента полезного действия диффузора первостепенное значение имеет его правильное профилирование, при котором скорости (следовательно, и давления) вдоль стенок диффузора меняются плавно и монотонно. Во избежание отрыва пограничного слоя от стенок диффузора, нигде не должно иметь место локальное увеличение или уменьшение скоростей.

В нашей статье [2] было дано решение такого рода задачи, причем было поставлено условие, что скорости равномерно распределены во входных сечениях диффузоров. Один из таких диффузоров, названный нами условно «диффузором с двумя асимптотами», эксперимен-

тально проверен Д. Н. Крыловым в лаборатории аэродинамики Ленинградского политехнического института ([3], стр. 129).

Наряду с вышеупомянутым диффузором экспериментальной проверке подвергались еще диффузоры пяти других типов: прямолинейный диффузор, криволинейный диффузор с постоянным градиентом средней скорости по длине, криволинейный диффузор с постоянным градиентом давления вдоль трубы, ступенчатый диффузор и, наконец, конический диффузор*.

Результаты экспериментального исследования показывают, что при не очень больших значениях приведенного числа оборотов ($n'_1 = 110$ об/мин., $n'_1 = 130$ об/мин.) наилучшей отсасывающей трубой оказался диффузор с двумя асимптотами. Это говорит о том, что теоретически профилированный диффузор с двумя асимптотами хорошо выравнивает неоднородное поле скоростей за колесом. Для сравнения приводим таблицу значений коэффициента неравномерности для разных диффузоров, заимствованную из [3], стр. 132.

Таблица 1

Тип диффузора	К	Тип диффузора	К
Прямолинейный	1,4	С двумя асимптотами	1,3
$\frac{dv}{dx} = \text{const.}$	1,62	Ступенчатый	1,6
$\frac{dp}{dx} = \text{const.}$	1,97	Конический	1,975

Как видно из таблицы 1, диффузор с двумя асимптотами имеет наименьший коэффициент неравномерности. Это говорит о том, что в случае диффузора этого типа скорости хорошо выравниваются, не смотря на то, что его профиль был выбран исходя из однородного поля скоростей на входе.

В настоящей статье дается способ построения очертания прямоосных диффузоров, но уже не с однородным полем скоростей на входе, а при любых входных эпюрах скоростей**. Решение дается для плоского и осесимметричного течений.

* В опытах Д. Н. Крылова, повидимому, допущена методологическая неточность, заключающаяся в том, что наряду с пятью плоскими диффузорами исследовался конический диффузор (который является осесимметричным) с отношением входного и выходного сечений равным отношению входных и выходных сечений вышеупомянутых плоских диффузоров. Плоский диффузор нельзя сравнивать с осесимметричным, так как при одном и том же отношении площадей выходных и входных сечений плоский диффузор имеет больший угол раствора, чем осесимметричный.

** Общие принципы решения такого рода задач в сжатом виде даны в [4]. В настоящей статье дается дальнейшее развитие этого вопроса. Изложение сопровождается примерами и графиками, иллюстрирующими ход расчета.

2. Профилирование плоских диффузоров

Потенциал скоростей безвихревого потока идеальной несжимаемой жидкости в случае плоского движения можно выразить через интеграл Фурье [5]

$$\varphi = \int_0^{\infty} \frac{e^{\pm \lambda x}}{\lambda} (A_{\lambda} \cos \lambda y + B_{\lambda} \sin \lambda y) d\lambda, \quad (2.1)$$

где верхний знак соответствует отрицательному, а нижний — положительному значениям x .

В дальнейшем мы будем рассматривать ту часть пространства, в которой $x > 0$, следовательно, в показателе подынтегральной функции всегда будем брать знак $(-)$.

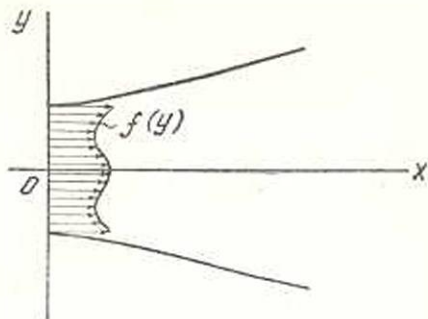
A_{λ} и B_{λ} — функции, зависящие от λ . Их можно подобрать таким образом, чтобы продольные скорости на входе в канал ($x = 0$) имели заданное распределение $f(y)$ (фиг. 1), т. е.

$$u \Big|_{x=0} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{x=0} = f(y). \quad (2.2)$$

Здесь через u обозначена продольная скорость.

Согласно условию (2.2) из выражения (2.1) получим

$$f(y) = \int_0^{\infty} (A_{\lambda} \cos \lambda y + B_{\lambda} \sin \lambda y) d\lambda. \quad (2.3)$$



Фиг. 1.

Если функция $f(y)$ в любом конечном интервале удовлетворяет условиям Дирихле, то (2.3) представляет собой обычное разложение функции $f(y)$ по интегралам Фурье. При этом коэффициенты A_{λ} и B_{λ} определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} A_{\lambda} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \cos \lambda \xi d\xi, \\ B_{\lambda} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \sin \lambda \xi d\xi. \end{aligned} \quad (2.4)$$

В нашей физической задаче $f(y)$ представляет собой распределение скоростей по входному сечению канала, следовательно, она будет удовлетворять условиям Дирихле и абсолютной интегрируемости в бесконечном интервале.

Принимая во внимание также четность функции $f(y)$, получим

$$A_{\lambda} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} f(\xi) \cos \lambda \xi d\xi, \quad B_{\lambda} = 0. \quad (2.4')$$

Подставляя эти значения коэффициентов в (2.1), получим для потенциала скоростей следующее выражение:

$$\varphi = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} f(\xi) d\xi \int_0^{\infty} e^{-\lambda x} \cos \lambda \xi \cos \lambda y \frac{d\lambda}{\lambda}. \quad (2.5)$$

Или, после простых преобразований,

$$\varphi = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) d\xi \int_0^{\infty} e^{-\lambda x} \cos \lambda (\xi - y) \frac{d\lambda}{\lambda}. \quad (2.5')$$

Имея потенциал скоростей, легко найти выражение для продольных и поперечных скоростей.

Будем иметь

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) d\xi \int_0^{\infty} e^{-\lambda x} \cos \lambda (\xi - y) d\lambda, \quad (2.6)$$

$$v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) d\xi \int_0^{\infty} e^{-\lambda x} \sin \lambda (\xi - y) d\lambda. \quad (2.7)$$

Принимая во внимание [6], что

$$\int_0^{\infty} e^{-p z} \cos q z dz = \frac{p}{p^2 + q^2}, \quad \int_0^{\infty} e^{-p z} \sin q z dz = \frac{q}{p^2 + q^2},$$

приведем выражения для составляющих скоростей к виду:

$$u = \frac{x}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \frac{d\xi}{x^2 + (\xi - y)^2}, \quad (2.8)$$

$$v = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \frac{\xi - y}{x^2 + (\xi - y)^2} d\xi. \quad (2.9)$$

Имея u и v , используя соотношения

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.10)$$

и учитывая условие $\psi = 0$ при $y = 0$, легко получим выражение для функции тока:

$$\psi = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} f(\xi) \arctg \left(\frac{2xy}{x^2 - y^2 + \xi^2} \right) d\xi. \quad (2.11)$$

Недостатком решений (2.8) и (2.9) является то, что они не допускают проверки граничных условий.

Введя обозначение

$$\xi - y = x \operatorname{tg} \theta,$$

преобразуем выражения (2.8) и (2.9) следующим образом:

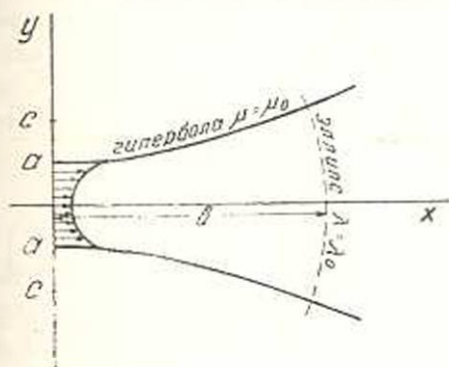
$$u = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x \operatorname{tg} \theta + y) d\theta, \quad (2.12)$$

$$v = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x \operatorname{tg} \theta + y) \operatorname{tg} \theta d\theta. \quad (2.13)$$

Из этих решений видно, что удовлетворяются граничные условия:

$$u \Big|_{x=0} = f(y), \quad v \Big|_{y=0} = 0.$$

Для проверки вышеприведенных формул решим теперь обратную задачу: определим распределение скоростей в поперечном сечении канала (при $x=0$), очерченном по гиперболе (фиг. 2).



Фиг. 2.

Для решения задачи перейдем к эллиптическим координатам.

Как известно [7], уравнение

$$z = c \operatorname{sh} \zeta, \quad (2.14)$$

где $z = x + iy$, $\zeta = \xi + i\eta$, даст переход от декартовых координат x, y к эллиптическим ξ, η .

Из (2.14) имеем

$$\begin{aligned} x &= c \operatorname{sh} \xi \cos \eta, & 0 \leq \xi < \infty, \\ y &= c \operatorname{ch} \xi \sin \eta, & 0 \leq \eta < 2\pi. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Принимая $\xi = \xi_0 = \text{const.}$, получим семейство эллипсов

$$\frac{x^2}{c^2 \operatorname{sh}^2 \xi_0} + \frac{y^2}{c^2 \operatorname{ch}^2 \xi_0} = 1$$

с полуосями $c \operatorname{ch} \xi_0$, $c \operatorname{sh} \xi_0$.

Полагая $\eta = \eta_0 = \text{const.}$, получим семейство софокусных с предыдущими эллипсами гипербол

$$\frac{y^2}{c^2 \sin^2 \eta_0} - \frac{x^2}{c^2 \cos^2 \eta_0} = 1$$

с полуосями $c \sin \eta_0$ и $c \cos \eta_0$.

Введя обозначения

$$\text{sh } \xi = \lambda, \quad \cos \eta = \mu \quad (0 \leq \lambda \leq \infty, -1 \leq \mu \leq 1), \quad (2.16)$$

получим

$$\left. \begin{aligned} x &= c \lambda \mu, \\ y &= c \sqrt{(1+\lambda^2)(1-\mu^2)} \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Напишем уравнение Лапласа для определения потенциала скоростей в эллиптических координатах:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{H_\lambda}{H_\mu} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \right) + \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{H_\lambda}{H_\mu} \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \right) = 0, \quad (2.18)$$

где H_λ и H_μ — коэффициенты Ляме, которые определяются следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned} H_\lambda &= \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \lambda}\right)^2} = c \sqrt{\frac{\lambda^2 + \mu^2}{1 + \lambda^2}}, \\ H_\mu &= \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \mu}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \mu}\right)^2} = c \sqrt{\frac{\lambda^2 + \mu^2}{1 - \mu^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

Подставляя (2.19) в (2.18), получим

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\sqrt{\frac{1+\lambda^2}{1-\mu^2}} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \right) + \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\sqrt{\frac{1-\mu^2}{1+\lambda^2}} \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \right) = 0. \quad (2.20)$$

Если искать решение этого уравнения в виде произведения двух функций

$$\varphi(\lambda, \mu) = L(\lambda) M(\mu), \quad (2.21)$$

из которых одна зависит только от λ , а другая только от μ , то для определения $L(\lambda)$ и $M(\mu)$ получим следующие дифференциальные уравнения:

$$(1+\lambda^2) \frac{d^2 L}{d\lambda^2} + \lambda \frac{dL}{d\lambda} + kL = 0, \quad (2.22)$$

$$(1-\mu^2) \frac{d^2 M}{d\mu^2} - \mu \frac{dM}{d\mu} - kM = 0, \quad (2.23)$$

где k — любое число.

Решение этих уравнений дает:

$$L(\lambda) = c_1 \cos(\text{arsh } \lambda) \sqrt{k} + c_2 \sin(\text{arsh } \lambda) \sqrt{k},$$

$$M(\mu) = c'_1 e^{\sqrt{k} \arccos \mu} + c'_2 e^{\sqrt{k} \arccos \mu}.$$

В частном случае $k = 0$ решением уравнения (2.20) будет:

$$\varphi = A \operatorname{arsh} \lambda + B. \quad (2.24)$$

Из соотношений

$$\left. \begin{aligned} V_\lambda &= \frac{1}{H_\lambda} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = \frac{1}{H_\rho} \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} = \frac{A}{c \sqrt{\lambda^2 + \mu^2}}, \\ V_\mu &= \frac{1}{H_\mu} \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} = -\frac{1}{H_\lambda} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

легко определить функцию тока

$$\psi = A \operatorname{arc} \sin \mu. \quad (2.26)$$

Из (2.24) и (2.26) очевидно, что эквипотенциальными линиями и линиями тока данного течения служат, соответственно, эллипсы $\lambda = \lambda_0$ и гиперболы $\mu = \mu_0$ (фиг. 2).

Если обозначить полуоси эллипса и гиперболы, соответственно, через b и a , то получим:

$$\lambda_0 = \frac{b}{c}, \quad \mu_0 = \frac{a}{c}.$$

Значение c можно определить из условия, чтобы во входном сечении отношение скоростей на стенах ($y = \pm a$) к осевой скорости ($y = 0$) было заданным.

Обозначая это отношение через α , получим

$$c = \sqrt{\frac{a^2}{\alpha^2 - 1}} \quad \alpha > 1. \quad (2.27)$$

Определим распределение продольных скоростей во входном сечении, обозначая осевую скорость в этом же сечении ($x = 0, \mu = 1$), через v_0 . Согласно (2.25) будем иметь

$$v_0 = \frac{A}{c} \cdot \frac{V_{0\lambda}}{V_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{y}{c}\right)^2}}. \quad (2.28)$$

Определим, наконец, изменение скорости в плоскости симметрии течения ($y = 0$); согласно (2.25) и (2.17) будем иметь

$$\frac{u}{v_0} = \frac{c}{\sqrt{x^2 + c^2}}. \quad (2.29)$$

Теперь эту же самую задачу решим при помощи формул, выведенных в начале настоящего параграфа.

Предположим, что скорости во входном сечении меняются по закону

$$u_1 \Big|_{x=0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{y}{c}\right)^2}} \quad \text{если } -c \leq y \leq c$$

$$u_1 \Big|_{x=0} = 0 \quad \text{если } y > c.$$
(2.30)

Тогда по формулам (2.8), (2.9) и (2.11) легко найти значения составляющих скорости и функцию тока в любой точке течения.

Будем иметь

$$u_1 = \frac{cx}{\pi} \int_{-c}^c \frac{d\xi}{[x^2 + (\xi - y)^2] \sqrt{c^2 - \xi^2}} =$$

$$= c \left\{ \frac{\sqrt{(x^2 + c^2 - y^2)^2 + 4x^2 y^2} + x^2 + c^2 - y^2}{2[(x^2 + c^2 - y^2)^2 + 4x^2 y^2]} \right\}^{1/2}$$
(2.31)

$$v_1 = \frac{c}{\pi} \int_{-c}^c \frac{(\xi - y) d\xi}{[x^2 + (\xi - y)^2] \sqrt{c^2 - \xi^2}} =$$

$$= c \left\{ \frac{\sqrt{(x^2 + c^2 - y^2)^2 + 4x^2 y^2} - (x^2 + c^2 - y^2)}{2[(x^2 + c^2 - y^2)^2 + 4x^2 y^2]} \right\}^{1/2}$$
(2.32)

$$\phi_1 = \frac{c}{\pi} \int_0^c \frac{\operatorname{arctg} \left(\frac{2xy}{x^2 - y^2 + \xi^2} \right)}{\sqrt{c^2 - \xi^2}} d\xi =$$

$$= \arccos \left\{ \frac{\sqrt{(x^2 + y^2 - c^2)^2 + 4c^2 x^2} - (x^2 - c^2 + y^2)}{2c^2} \right\}^{1/2}.$$
(2.33)

Определим распределение скорости в плоскости симметрии течения ($y = 0$). Из (2.31) получим:

$$u_1 \Big|_{y=0} = \frac{c}{\sqrt{x^2 + c^2}}.$$

т. е. результат, совпадающий с (2.29).

Как видно из последней формулы, скорости в плоскости симметрии канала монотонно уменьшаются от единицы во входном сечении до нуля — в бесконечности (фиг. 3, пунктирная линия).

Такое распределение скоростей, как известно [8], дает диффузор или конфузор с одной асимптотой.

Для получения канала с двумя асимптотами (фиг. 4) необходимо, чтобы кривая распределения скорости в плоскости симметрии канала имела две асимптоты (фиг. 3, сплошная линия). Для этого достаточно на поток, определяемый функцией распределения скоростей (2.29), наложить однородный поток с постоянной скоростью, направленной по x .

Таким образом, распределение продольных скоростей по оси x для диффузора с двумя асимптотами выразится следующей формулой:

$$u_0 = \frac{A}{\sqrt{1 + \left(\frac{x}{c}\right)^2}} + B. \quad (2.34)$$

Параметры A и B должны определяться из условия, чтобы скорость при $x=0$ (на входе) равнялась единице, а на выходе — μ ; ($\mu < 1$).

Согласно вышеуказанному для плоского диффузора с двумя асимптотами и с эюорой входных скоростей, отвечающей (2.30), будем иметь следующие окончательные формулы для составляющих скоростей и функции тока:

$$u = Au_1 + B, \quad (2.35)$$

$$v = Av_1, \quad (2.36)$$

$$\psi = A\psi_1 + By. \quad (2.37)$$

Здесь u_1 , v_1 , ψ_1 определяются по формулам (2.31) — (2.33). Очертание диффузора определится уравнением $\psi = \text{const}$.

Подставляя выражение ψ из (2.33) в (2.37) и решая полученное уравнение относительно x , получим следующее уравнение очертания диффузора:

$$x = \sqrt{y^2 \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{By - \psi}{A} \right) - \cos^2 \left(\frac{By - \psi}{A} \right)}. \quad (2.38)$$

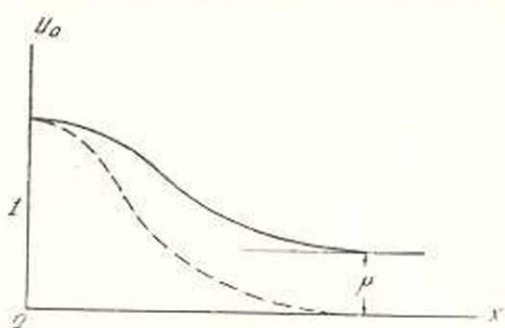
(Для упрощения вычислений принято $c = 1$).

В табл. 2 даны значения координат образующих диффузора для разных $\psi = \text{const}$, рассчитанных по формуле (2.38). При этом для параметров A и B приняты значения: $A = 0,6$, $B = 0,4$ (не трудно видеть, что в этом случае отношение осевых скоростей на выходе и входе равно $\mu = 0,4$).

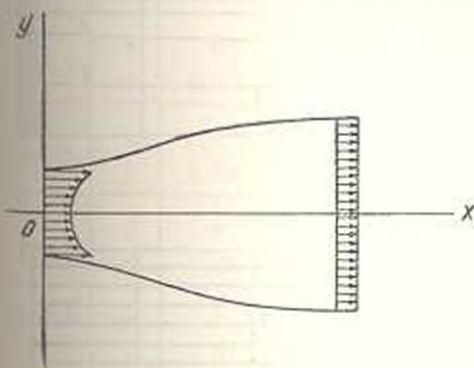
На графике фиг. 5а приведены очертания каналов согласно таблице 2. На том же графике показаны изменения полных скоростей в поперечных сечениях каналов.

Составляющие скоростей рассчитаны по формулам (2.35) и (2.36) и сведены в табл. 3.

Как видно из табл. 3 и графика фиг. 5а, неоднородность скоростей на входе быстро сглаживается, на расстоянии $x = 1,0$ влияние



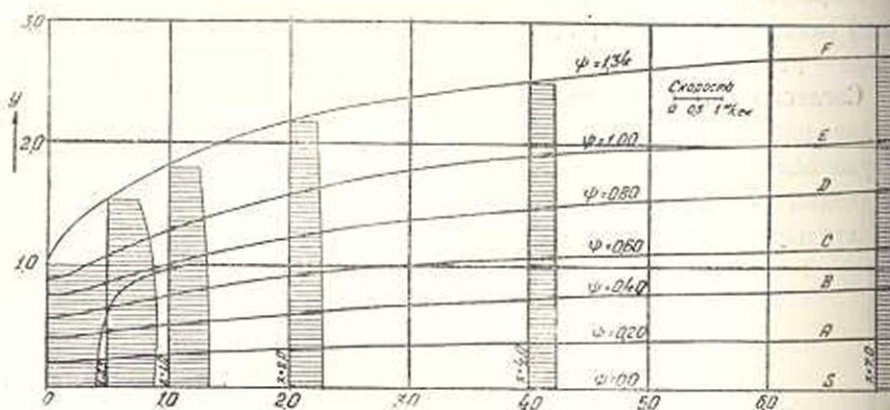
Фиг. 3.



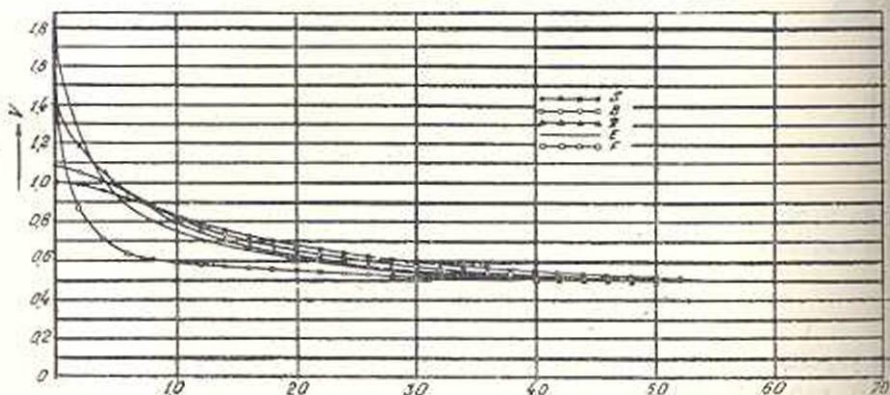
Фиг. 4.

входной эпюры скоростей уже не сказывается; скорости, по мере удаления от оси, монотонно уменьшаются, как и в случае однородного распределения скорости на входе [1].

На графике фиг. 56 показаны изменения скорости вдоль стенок каналов. Как видно из этого графика, скорости вдоль стенки монотонно уменьшаются, нигде нет местного увеличения скоростей (и местных конфузурных участков), что обычно и требуется от рационального диффузора.



Фиг. 5а.



Фиг. 5б.

В качестве второго примера рассмотрим случай, когда скорости равномерно распределены во входном сечении диффузора (в интервале $-1 \leq y \leq 1$).

Полагая в формулах (2.6), (2.7) и (2.11) $f(\xi) = v_0 = \text{const.}$, получим для такого диффузора следующие формулы для составляющих скоростей и функций тока:

$$u_1 = \frac{xv_0}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{d\xi}{x^2 + (\xi - y)^2} = \frac{v_0}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{1-y}{x} + \operatorname{arctg} \frac{1+y}{x} \right), \quad (2.39)$$

$$v_1 = \frac{v_0}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{(\xi-y)d\xi}{x^2+(\xi-y)^2} = \frac{v_0}{\pi} \ln \sqrt{\frac{x^2+(1-y)^2}{x^2+(1+y)^2}} \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} \psi_1 = \frac{v_0}{\pi} \int_0^1 \operatorname{arctg} \left(\frac{2xy}{x^2-y^2+\xi^2} \right) d\xi = \frac{v_0}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{2xy}{1+(1-y^2)} + \right. \\ \left. + y \operatorname{arctg} \frac{2x}{1-(1-y^2)} + x \ln \sqrt{\frac{x^2+(1-y)^2}{x^2+(1+y)^2}} \right] \quad (2.41) \end{aligned}$$

Таблица 2

Координаты очертаний каналов

$\psi=0,2$	x	0	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	7,0
	y	0,20	0,22	0,76	0,31	0,35	0,37	0,39	0,42
$\psi=0,4$	x	0	0,24	1,10	2,00	3,37	5,96	8,4	13,4
	y	0,385	0,400	0,500	0,600	0,70	0,80	0,85	0,90
$\psi=0,6$	x	0	0,297	0,570	1,29	2,73	4,0	5,0	7,0
	y	0,575	0,60	0,65	0,80	1,00	1,08	1,12	1,17
$\psi=0,8$	x	0	0,15	1,00	2,45	3,15	4,22	5,74	8,42
	y	0,750	0,80	1,00	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70
$\psi=1,0$	x	0	0,243	0,334	0,556	0,780	1,730	2,540	5,76
	y	0,88	0,95	1,00	1,10	0,20	1,50	1,70	2,00
$\psi=1,34$	x	0	0,033	0,095	0,178	0,215	0,74	1,46	2,42
	y	1,00	1,00	1,20	1,30	0,31	1,70	2,00	2,30

Для получения диффузора с двумя асимптотами необходимо, очевидно, наложить на это течение однородный поток с постоянной продольной скоростью В. Тогда составляющие скорости и функция тока выразятся формулами, аналогичными (2.35)–(2.37), а u_1 , v_1 и ψ_1 будут определяться выражениями (2.39)–(2.41).

В качестве третьего примера рассмотрим случай, когда скорости во входном сечении распределены по закону (пониженные скорости у стенок)

$$u_1 \Big|_{x=0} = \sqrt{1 - \left(\frac{y}{c}\right)^2}; \quad -c \leq y \leq c. \quad (2.42)$$

По формулам (2.8), (2.9) и (2.11), согласно выражениям (2.35)–(2.37), получим

$$u = \frac{A}{c} \left(\sqrt{\frac{V(x^2+c^2-y^2)^2+4x^2y^2+(x^2+c^2-y^2)}{2}} - x \right) + B. \quad (2.43)$$

$$v = - \frac{A}{c} \left(\sqrt{V(x^2+c^2-y^2)^2+4x^2y^2-(x^2+c^2-y^2)} - y \right). \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} \phi = \frac{A}{4c} \left\{ \sqrt{2} \left[x \sqrt{V(x^2+c^2-y^2)^2+4x^2y^2} - (x^2+c^2-y^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + y \sqrt{V(x^2+c^2-y^2)^2+4x^2y^2} + (x^2+c^2-y^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + c^2 \arcsin \left[\frac{\sqrt{2}}{c^2} (y \sqrt{V(x^2+c^2-y^2)^2+4x^2y^2} + (x^2+c^2-y^2) - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - x \sqrt{V(x^2+c^2-y^2)^2+4x^2y^2} - (x^2+c^2-y^2) \right] \right] \right\} - \frac{Axy}{c} + By. \quad (2.45) \end{aligned}$$

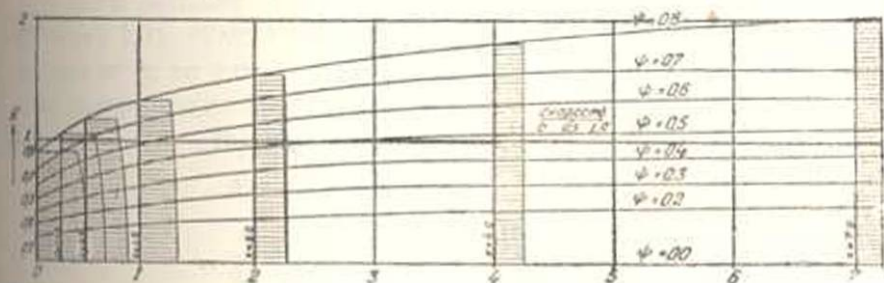
Таблица 3

Значения составляющих скоростей u , v и полной скорости $V = \sqrt{u^2+v^2}$ в разных сечениях каналов

$x \backslash y$		0	0,3	0,6	0,8	1,0	1,3
0	u	1,000	1,000	1,150	1,400	—	—
	v	0	0	0	0	0	—
	V	1,000	1,000	1,150	1,400	—	—
0,25	u	0,979	0,987	1,074	1,144	1,030	0,647
	v	0	0,049	0,174	0,290	0,500	0,580
	V	0,979	0,985	1,080	1,180	1,180	0,870
0,50	u	0,937	0,956	0,964	0,932	0,866	0,752
	v	0	0,056	0,165	0,266	0,354	0,412
	V	0,937	0,966	0,990	0,970	0,940	0,800
1,00	u	0,824	—	0,802	—	0,740	—
	v	0	—	0,130	—	0,210	—
	V	0,824	—	0,810	—	0,780	—
2,00	u	0,668	—	0,657	—	0,627	—
	v	0	—	0,060	—	0,036	—
	V	0,668	—	0,651	—	0,633	—
4,00	u	0,546	—	0,543	—	0,536	—
	v	0	—	0,021	—	0,033	—
	V	0,546	—	0,544	—	0,538	—
7,00	u	0,485	—	0,485	—	0,483	—
	v	0	—	0,007	—	0,012	—
	V	0,485	—	0,485	—	0,483	—

На фиг. 6 приведены теоретические очертания каналов для частного случая $A = 0,6$, $B = 0,4$, $c = 1$. В поперечных сечениях показаны изменения полных скоростей. Как видно из фиг. 6, неодно-

рность скоростей во входном сечении быстро сглаживается (аналогично предыдущему случаю).



Фиг. 6.

3. Профилирование осесимметричных диффузоров

В случае осесимметричного течения уравнение Лапласа для потенциала скоростей в безвихревом потоке идеальной жидкости

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = 0, \quad (3.1)$$

где r и z цилиндрические координаты, имеет следующее решение для области $z > 0$ [9]

$$\varphi = - \int_0^{\infty} A_{\lambda} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda. \quad (3.2)$$

Аналогично случаю плоского движения, определим A_{λ} из условия

$$v_z|_{z=0} = \dot{f}(r). \quad (3.3)$$

Согласно (3.3) из (3.2) получим

$$\dot{f}(z) = \int_0^{\infty} A_{\lambda} J_0(\lambda r) \lambda^2 d\lambda. \quad (3.4)$$

Если функция $\dot{f}(r)$ удовлетворяет условиям Дирихле и абсолютно интегрируема в промежутке $(-\infty, +\infty)$, т. е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\dot{f}(\xi)| d\xi \text{ существует, то из (3.4)}$$

$$\lambda A_{\lambda} = \int_0^{\infty} \dot{f}(\xi) J_0(\lambda \xi) \xi d\xi. \quad (3.5)$$

Тогда выражение для потенциала скоростей (3.2) примет вид:

$$\varphi = - \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \int_0^{\infty} \dot{f}(\xi) J_0(\lambda \xi) \xi d\xi. \quad (3.6)$$

Имея потенциал скоростей, легко определить продольные и радиальные составляющие скорости. Имеем

$$v_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \int_0^\infty f(\xi) J_0(\lambda \xi) \xi d\xi, \quad (3.7)$$

$$v_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_1(\lambda r) \lambda d\lambda \int_0^\infty f(\xi) J_0(\lambda \xi) \xi d\xi. \quad (3.8)$$

Используя известные соотношения:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad (3.9)$$

легко найдем функцию тока:

$$\psi = r \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda \int_0^\infty f(\xi) J_0(\lambda \xi) \xi d\xi. \quad (3.10)$$

В вышеприведенных формулах J_0 и J_1 — бесселевы функции, соответственно, нулевого и первого порядков первого рода.

Решим теперь обратную задачу: определим эпюру скоростей в выходном сечении канала, когда его поверхность является гиперболоидом вращения. Для этого, аналогично плоскому случаю, перейдем к эллиптическим координатам.

Если декартовы координаты x, y, z объединить в комплексы

$$z + ir = c \operatorname{sh}(\xi + i\eta); \quad x + iy = r e^{i\theta},$$

то ξ и η будут служить параметрами ортогональных семейств эллипсов и гипербол в меридиональных сечениях.

Введя обозначения (2.16), получим

$$\left. \begin{aligned} z &= c \lambda \mu \\ r &= c \sqrt{(1+\lambda^2)(1-\mu^2)} \end{aligned} \right\}. \quad (3.11)$$

Определим коэффициенты Ламе:

$$\left. \begin{aligned} H_\lambda &= \sqrt{\left(\frac{\partial r}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \lambda}\right)^2} = c \sqrt{\frac{\lambda^2 + \mu^2}{1+\lambda^2}}, \\ H_\mu &= \sqrt{\left(\frac{\partial r}{\partial \mu}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \mu}\right)^2} = c \sqrt{\frac{\lambda^2 + \mu^2}{1-\mu^2}}, \\ H_\theta &= c \sqrt{(1+\lambda^2)(1-\mu^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

Подставляя эти коэффициенты в уравнение Лапласа, записанное в криволинейных координатах, для осесимметричного движения

$$\frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{H_2}{H_1} r \frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{H_1}{H_2} r \frac{\partial \varphi}{\partial q_2} \right) = 0, \quad (3.13)$$

где в данном случае $q_1 = \lambda$, $q_2 = \mu$, $H_1 = H_\lambda$, $H_2 = H_\mu$, получим

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left[(1 + \lambda^2) \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \right] + \frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \right] = 0. \quad (3.14)$$

Если решение этого уравнения искать в виде произведения двух функций $L(\lambda)$, $M(\mu)$, из которых одна зависит только от λ , а другая только от μ , то для $L(\lambda)$ и $M(\mu)$ получим, соответственно, следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{d}{d\lambda} \left[(1 + \lambda^2) \frac{dL}{d\lambda} \right] - n(n+1)L = 0, \quad (3.15)$$

$$\frac{d}{d\mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{dM}{d\mu} \right] + n(n+1)M = 0. \quad (3.16)$$

Второе уравнение представляет собой уравнение Лежандра, которому удовлетворяют функции Лежандра первого и второго родов, в частности полиномы Лежандра $P_n(\mu)$.

Первое уравнение становится уравнением Лежандра, если заметить λ через $i\lambda$. Этому уравнению удовлетворяют функции [10]:

$$P_n(\lambda) = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{n!} \left[\lambda^n + \frac{n(n-1)}{2(2n-1)} \lambda^{n-2} + \dots \right]$$

и

$$q(\lambda) = P_n(\lambda) \int_{\lambda}^{\infty} \frac{d\lambda}{[P_n(\lambda)]^2 (1 + \lambda^2)} = (-1)^n \left[P_n(\lambda) \operatorname{arctg} \lambda - \frac{2n-1}{1 \cdot n} P_{n-1}(\lambda) + \dots \right].$$

При этом будем иметь:

$$\varphi = P_n(\mu) P_n(\lambda); \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

или

$$\varphi = P_n(\mu) q_n(\lambda); \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Простейший случай будет при $n=0$. Тогда для потенциала скоростей получим выражение:

$$\varphi = A \operatorname{arctg} \lambda + \text{const}, \quad (3.17)$$

а функция тока выразится так:

$$\psi = A \mu. \quad (3.18)$$

Поверхности тока согласно (3.18) представляют собой гиперболоиды вращения.

Распределение скоростей в сечении $\lambda = \text{const.}$ выразится так:

$$V_{\lambda} = \frac{1}{H_{\lambda}} \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = - \frac{A}{c} \frac{1}{\sqrt{(\lambda^2 + \mu^2)(1 + \lambda^2)}}, \quad (3.19)$$

а при $\lambda=0$ (или $z=0$)

$$V_{\lambda 0} = - \frac{A}{c \mu}. \quad (3.20)$$

Если обозначить осевую скорость во входном сечении (при $\lambda=0$, $\mu=1$ или $r=0$, $z=0$) через v_0 , получим

$$-\frac{A}{c} = v_0,$$

и формулы (3.19) и (3.20) запишутся в следующем виде:

$$\frac{V_\lambda}{v_0} = \frac{1}{\sqrt{(\lambda^2 + \mu^2)(1 + \lambda^2)}}, \quad (3.19')$$

$$\frac{V_{\lambda 0}}{v_0} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{c}\right)^2}} = v_z \Big|_{z=0}. \quad (3.20')$$

Формула (3.20') выражает распределение скоростей на входе диффузора.

Значение c , аналогично плоскому случаю, определяется из условия заданного отношения скоростей у стенок и на оси входного сечения ($z=0$ или $\lambda=0$), а именно:

$$\frac{V_{0\lambda} \Big|_{r=a}}{v_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{c}\right)^2}} = \alpha \quad (\alpha > 1),$$

отсюда найдем

$$c = \sqrt{\frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1}} a, \quad (3.21)$$

где a — радиус входного сечения.

Определим распределение скоростей на оси течения ($r=0$ или $\mu=1$).

Из (3.20') имеем:

$$\frac{V_\lambda \Big|_{\mu=1}}{v_0} = \frac{V_z}{v_0} = \frac{1}{1 + \lambda^2} \quad (3.22)$$

или, учитывая, что согласно (3.11) $\lambda = \frac{z}{c}$, получим

$$\frac{V_z}{v_0} = \frac{c^2}{c^2 + z^2}. \quad (3.23)$$

Таким образом, скорость на оси монотонно уменьшается от v_0 на входе до нуля в бесконечности.

Теперь решим эту же задачу при помощи формул, приведенных в начале настоящего параграфа.

Пусть распределение скорости во входном сечении определяется формулой:

$$(V_z)_{z=0} = \frac{V_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{c}\right)^2}}, \text{ если } 0 \leq r \leq c \quad (3.24)$$

$$(V_z)_{z=0} = 0, \text{ если } r > c.$$

Тогда по (3.7) получим:

$$V_z = cv_0 \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \int_0^c \frac{J_0(\lambda \xi) \xi d\xi}{\sqrt{c^2 - \xi^2}}. \quad (3.25)$$

Принимая во внимание [6], что

$$\int_0^c \frac{J_0(\lambda \xi) \xi d\xi}{\sqrt{c^2 - \xi^2}} = c \int_0^{\pi/2} J_0(\lambda c \sin t) \sin t dt = \frac{c \Gamma(1/2)}{2(\lambda c)^{1/2}} J_{1/2}(\lambda c)$$

и замечая, что

$$\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}, \quad J_{1/2}(\lambda c) = \sqrt{\frac{2}{\pi \lambda c}} \sin \lambda c,$$

приводим выражение для V_z к виду:

$$V_z = cv_0 \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) \sin \lambda c d\lambda. \quad (3.26)$$

Определяя распределение скорости на оси потока ($r = 0$)

$$V_{0z} = cv_0 \int_0^\infty e^{-\lambda z} \sin \lambda c d\lambda = \frac{V_0 c^2}{c^2 + z^2}. \quad (3.27)$$

видим, что оно в точности совпадает с (3.23).

Наконец, согласно (3.24), (3.8), (3.10), для радиальной составляющей скорости и функции тока получим следующие формулы:

$$V_r = cv_0 \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_1(\lambda r) \sin \lambda c d\lambda, \quad (3.28)$$

$$\psi = cv_0 r \int_0^\infty e^{-\lambda z} J_1(\lambda r) \sin \lambda c \frac{d\lambda}{\lambda}. \quad (3.29)$$

Интегралы, входящие в формулы (3.26), (3.28) и (3.29), в конечном виде не берутся.

Принимая во внимание [11], что

$$\int_0^\infty e^{-\lambda z} J_m(\lambda r) \lambda^n d\lambda = \frac{\Pi(n-m) P_n^m(\mu)}{R^{n+1}},$$

где

$$\Pi(n-m) = (n-m)!, \quad R = \sqrt{r^2+z^2}, \quad \mu = \frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}},$$

разлагая в подинтегральных выражениях вышеуказанных формул $\sin \lambda c$ в степенный ряд:

$$\sin \lambda c = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(\lambda c)^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

и проинтегрируя почленно, получим следующие формулы для составляющих скоростей и функции тока:

$$\frac{V_z}{v_0} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k P_{2k+1}(\mu)}{\left(\frac{R}{c}\right)^{2k+2}} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{P_{2k+1}\left(\frac{z}{\sqrt{z^2+r^2}}\right)}{\left(\frac{z^2+r^2}{c^2}\right)^{k+1}}, \quad (3.30)$$

$$\frac{V_r}{v_0} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k P_{2k+1}^1(\mu)}{(2k+1) \left(\frac{R}{c}\right)^{2k+2}} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k P_{2k+1}^1\left(\frac{z}{\sqrt{z^2+r^2}}\right)}{(2k+1) \left(\frac{z^2+r^2}{c^2}\right)^{k+1}}, \quad (3.31)$$

$$\frac{\psi}{v_0} = \frac{cr}{2} \left[\frac{2c}{\sqrt{z^2+r^2}} \left(\frac{\sqrt{z^2+r^2}-z}{r} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k P_{2k}^1\left(\frac{z}{\sqrt{z^2+r^2}}\right)}{k(2k+1) \left(\frac{z^2+r^2}{c^2}\right)^{\frac{2k+1}{2}}} \right) \right]. \quad (3.32)$$

В вышеприведенных формулах (3.30)–(3.32) P_n и P_n^1 , соответственно, полиномы и присоединенные функции Лежандра первого рода, значения которых можно найти во многих математических таблицах (например, [12]).

Ряды в этих формулах при больших r и z быстро сходятся.

Для малых значений r и z эти формулы непригодны. Для получения формул, пригодных при малых значениях r и z , заменим в подинтегральных функциях (3.26), (3.28) и (3.29) $J_0(\lambda r)$ и $J_1(\lambda r)$ их выражениями в виде рядов:

$$J_0(\lambda r) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(\lambda r)^{2k}}{2^{2k} (k!)^2}, \quad J_1(\lambda r) = \frac{\lambda r}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (\lambda r)^{2k}}{2^{2k} k! (k+1)!}$$

и проинтегрируем почленно, предварительно замечая [6], что

$$\int_0^{\infty} e^{-px} x^{m-1} \sin qx \, dx = \frac{\Gamma(m)}{\sqrt{(p^2+q^2)^m}} \sin \left(\operatorname{arctg} \frac{q}{p} \right).$$

В результате получим следующие формулы для составляющих скорости и функции тока:

$$\frac{V_z}{v_0} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k)!}{2^{2k} (k!)^2} \left(\frac{r}{c} \right)^{2k} \frac{\sin \left[(2k+1) \operatorname{arctg} \frac{c}{z} \right]}{\left(\frac{z^2+c^2}{c^2} \right) \frac{2k+1}{2}}, \quad (3.33)$$

$$\frac{V_r}{v_0} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k+1)!}{2^{2k+1} k! (k+1)!} \left(\frac{r}{c} \right)^{2k+1} \frac{\sin \left[(2k+2) \operatorname{arctg} \frac{c}{z} \right]}{\left(\frac{z^2+c^2}{c^2} \right)^{k+1}}, \quad (3.34)$$

$$\frac{\psi}{v_0 c^2} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (2k)!}{2^{2k+1} k! (k+1)!} \left(\frac{r}{c} \right)^{2k+2} \frac{\sin \left[(2k+1) \operatorname{arctg} \frac{c}{z} \right]}{\left(\frac{z^2+c^2}{c^2} \right) \frac{2k+1}{2}}. \quad (3.35)$$

Эти формулы можно эффективно использовать при $\frac{r}{c} < 1$.

Аналогично плоскому случаю, формулы (3.26)–(3.35) служат для построения очертаний каналов с одной асимптотой.

Для получения очертаний каналов с двумя асимптотами необходимо на поток, определяемый вышеуказанными формулами, наложить однородный поток. Поступая таким образом, получим общие формулы для определения составляющих скорости (V_z , V_r) и функции тока ψ в случае каналов с двумя асимптотами

$$V_z = A V_z^{(1)} + B, \quad (3.36)$$

$$V_r = A V_r^{(1)}, \quad (3.37)$$

$$\psi = A \psi^{(1)} + \frac{B r^2}{2}, \quad (3.38)$$

где $V_z^{(1)}$, $V_r^{(1)}$, $\psi^{(1)}$ определяются по формулам (3.30)–(3.32) или (3.33)–(3.35). Параметры A и B определяются по заданному отношению осевых скоростей выходного и входного сечений.

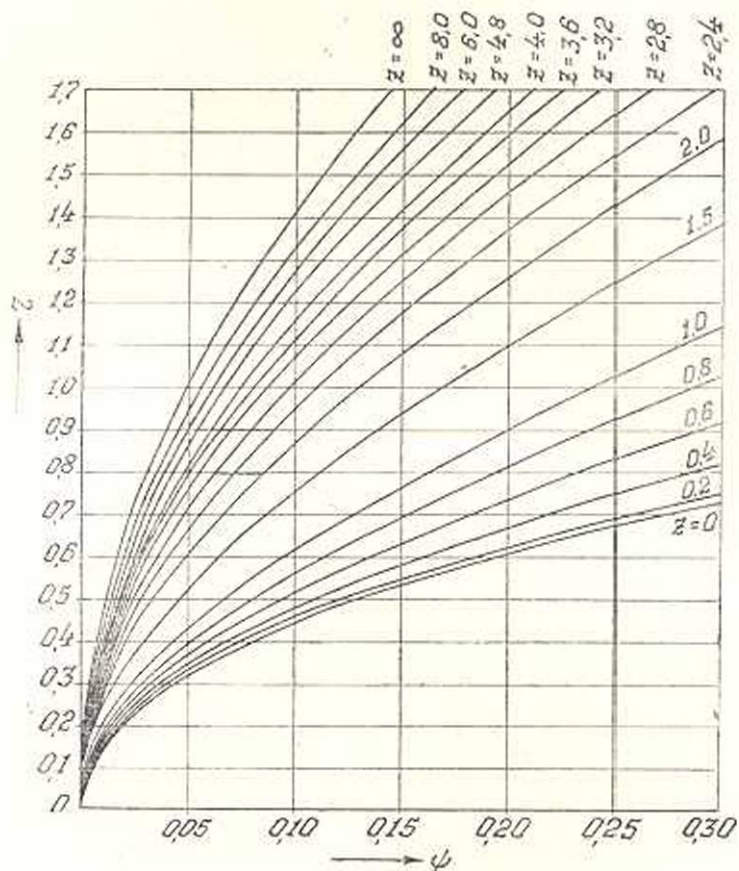
В табл. 4 приведены значения функции тока для различных r и z , рассчитанных по формулам (3.32) и (3.35). Таблица облегчает труд проектировщика такого рода каналов и будет полезна для лиц, конструирующих диффузоры и конфузоры.

При помощи этой таблицы, пользуясь формулой (3.38), легко рассчитать значения функции тока и построить очертания каналов с двумя асимптотами.

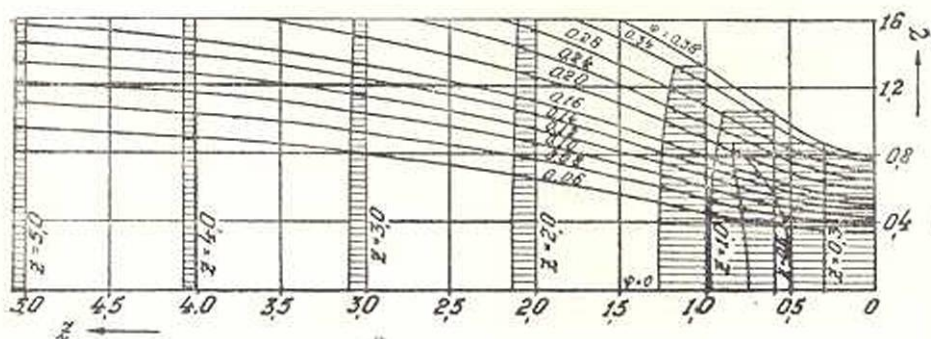
На фиг. 7 показана зависимость функции тока ψ от r для различных z в частном случае, когда $A = 0,9$, $B = 0,1$. По данным этого графика на фиг. 8 проведены очертания каналов. На этой же фигуре изображены эпюры скоростей в поперечных сечениях каналов.

Как видно, неоднородность скоростей во входном сечении быстро сглаживается (как и в случае плоского движения).

Можно построить и другие теоретические очертания каналов, исходя из данной энтропии скоростей в их входных сечениях.



Фиг. 7.



Фиг. 8.

Таблица 4

Значения функции тока ψ в зависимости от r и z

$r \backslash z$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,5
0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	0,005	0,0046	0,004	0,0037	0,003	0,002	0,001
0,2	0,020	0,019	0,017	0,015	0,012	0,010	0,006
0,3	0,046	0,043	0,038	0,033	0,028	0,022	0,014
0,4	0,083	0,077	0,068	0,059	0,049	0,040	0,025
0,5	0,133	0,126	0,108	0,092	0,076	0,062	0,038
0,6	0,199	0,186	0,158	0,132	0,103	0,086	0,056
0,7	0,282	0,262	0,217	0,176	0,142	0,114	0,070
0,8	0,387	0,356	0,282	0,231	0,180	0,145	0,090
0,9	0,520	0,471	0,356	0,276	0,221	0,179	0,111
1,0	1,0	0,654	0,433	0,330	0,255	0,210	0,131
1,1	1,0	0,716	0,505	0,377	0,305	0,244	0,154
1,2	1,0	0,739	0,560	0,435	0,345	0,283	0,181
1,3	1,0	0,76	0,610	0,475	0,385	0,316	0,206
1,4	1,0	0,805	0,651	0,515	0,419	0,352	0,230
1,5	1,0	0,835	0,679	0,560	0,456	0,382	0,255
1,6	1,0	0,843	0,704	0,586	0,490	0,415	0,277
1,7	1,0	0,867	0,725	0,613	0,519	0,431	0,302

Продолжение таблицы 4

$r \backslash z$	2	2,4	2,8	3,2
0	0	0	0	0
0,1	0,001	0,001	0,0006	0,0004
0,2	0,004	0,003	0,0023	0,0018
0,3	0,009	0,008	0,0051	0,004
0,4	0,016	0,012	0,009	0,007
0,5	0,025	0,019	0,014	0,011
0,6	0,036	0,027	0,020	0,016
0,7	0,046	0,035	0,027	0,021
0,8	0,060	0,045	0,035	0,027
0,9	0,074	0,056	0,044	0,034
1,0	0,087	0,068	0,053	0,042
1,1	0,103	0,081	0,063	0,051
1,2	0,114	0,094	0,073	0,060
1,3	0,139	0,103	0,086	0,068
1,4	0,158	0,122	0,097	0,080
1,5	0,178	0,136	0,110	0,089
1,6	0,195	0,150	0,123	0,099
1,7	0,214	0,168	0,136	0,109

Продолжение таблицы 4

$r \backslash z$	3,6	4,0	4,4	4,8	5,2	5,6	6,0	8,0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	0,0004	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001
0,2	0,0014	0,0012	0,0010	0,0009	0,0007	0,0006	0,0005	0,0003
0,3	0,0032	0,0027	0,0022	0,0019	0,0016	0,0014	0,0012	0,0007
0,4	0,006	0,005	0,0039	0,0033	0,0029	0,0025	0,0021	0,0012
0,5	0,009	0,007	0,0051	0,0045	0,0040	0,0039	0,0033	0,0019
0,6	0,013	0,011	0,0087	0,0075	0,0064	0,0056	0,0048	0,0028
0,7	0,017	0,014	0,012	0,0101	0,0087	0,0076	0,0065	0,0038
0,8	0,022	0,019	0,0154	0,0130	0,0113	0,0098	0,0084	0,0049
0,9	0,028	0,024	0,0193	0,0164	0,0142	0,0123	0,0106	0,0052
1,0	0,035	0,025	0,023	0,020	0,0160	0,014	0,013	0,0075
1,1	0,042	0,033	0,027	0,023	0,020	0,019	0,016	0,0093
1,2	0,049	0,038	0,035	0,027	0,025	0,022	0,019	0,011
1,3	0,056	0,046	0,039	0,031	0,029	0,025	0,022	0,0123
1,4	0,063	0,053	0,044	0,038	0,034	0,029	0,025	0,0154
1,5	0,072	0,060	0,050	0,043	0,037	0,033	0,030	0,0172
1,6	0,082	0,067	0,057	0,049	0,044	0,037	0,033	0,0197
1,7	0,090	0,075	0,063	0,055	0,046	0,041	0,038	0,0219

З а к л ю ч е н и е

В статье дается способ профилирования плоских и осесимметричных каналов по заданному распределению продольных скоростей во входном сечении.

Для канала с одной асимптотой (например, диффузор, работающий на выхлоп) решение приводит к интегралам Фурье и Фурье — Бесселя.

В случае канала с двумя асимптотами (диффузор, как переходной патрубок от трубы одного диаметра к трубе другого диаметра) на интегралы Фурье или Фурье — Бесселя накладываются функции однородного потока.

Предлагаемый способ позволяет рассчитать скорости (следовательно, и давления) в любой точке и находить очертания часто встречающихся на практике каналов (диффузоры и конфузоры промышленных установок, гидротехнических сооружений и т. д.) при разных входных условиях.

Расчет каналов по предлагаемому способу не представляет трудности с вычислительной стороны, так как ряды, входящие в расчетные формулы, быстро сходятся, а специальные функции табулированы.

Предлагаемый способ дает возможность решать более общую задачу об определении поля скоростей и давлений в диффузоре (или конфузоре) наперед заданной формы и при заданной эпюре скоростей на входе.

Չ. Գ. Սահակյան

ԴԻՖԴՈԶՈՐՆԵՐԻ ՊՐՈՖԻԼԱՑՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿ՝
ԸՍՏ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԷՊՅՈՒՐԱՅԻ ՄՈՒՏՔՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Արդյունաբերության զարգացման կապակցությամբ առանձնահատուկ նշանակություն է ստանում արդյունաբերական և հիդրոուժային անդամային ջրերի համար այնպիսի կարևոր էլեմենտների ճիշտ պրոֆիլացումը, ինչպիսիք, անտարակույս, հանդիսանում են դիֆուզորային կանալները:

Հոդվածում տրվում է դիֆուզորների պրոֆիլացման եղանակ, ելնելով նրանց մուտքում եղած արագությունների բաշխումից, թնդիրը լուծվում է երկու դեպքի համար՝ հարթ և առանցքային տրիկ շարժումների համար: Հարթ շարժման դեպքում լուծումը բերվում է Ֆուրյեի ինտեգրալին, ընդ որում արագությունների պոտենցիալը, արագության բաղադրիչները և հոսքի ֆունկցիան արտահայտվում են համապատասխանաբար (2.5'), (2.6), (2.7) և (2.11) բանաձևերով: Առանցքային տրիկ շարժման դեպքում լուծումը բերվում է Ֆուրյե — Բեսսելի ինտեգրալին, իսկ արագությունների պոտենցիալը, արագությունների բաղադրիչները և հոսքի ֆունկցիան ներկայացվում են համապատասխանաբար (3.5), (3.7), (3.8) և (3.10) արտահայտություններով:

Հարթ ինդրի դեպքում որպես օրինակներ դրվում են հետևյալ դեպքերը. 1. Երբ արագությունների բաշխումը մուտքում արտահայտվում է (2.30) բանաձևով, այս դեպքի համար նկ. 5-ում ցույց են տրված կանալների պրոֆիլները և արագությունների փոփոխությունները լայնական կտրվածքներում: 2. Երբ մուտքում ունենք արագությունների համասեռ բաշխում, այդ դեպքում արագությունների բաղադրիչների և հոսքի ֆունկցիայի համար ստացվում են (2.39), (2.40) և (2.4) բանաձևերը: 3. Երբ արագությունների բաշխումը մուտքում տրված է (2.42) արտահայտությամբ, այդ դեպքում արագությունների բաղադրիչները և հոսքի ֆունկցիան արտահայտվում են համապատասխանաբար (2.39), (2.40) և (2.41) բանաձևերով: Նկ. 6-ում ցույց են տրված այս դեպքում ստացվող կանալների պրոֆիլները և արագությունների փոփոխությունները լայնական կտրվածքներում:

Առանցքային տրիկ շարժման համար որպես օրինակ քննարկվում է այն դեպքը, երբ արագությունների բաշխումը մուտքում տրված է (3.24) արտահայտությամբ: Այս դեպքում արագությունների բաղադրիչների և հոսքի ֆունկցիայի համար ստացվում են համապատասխանորեն (3.26), (3.28) և (3.29) բանաձևերը կամ շարժերի ձևով՝ (3.30) — (3.32) և (3.33) — (3.35) արտահայտությունները: Նկ. 7-ում ցույց են տրված կանալների անակաճ պրոֆիլները և արագությունների բաշխումը լայնական կտրվածքներում: Դիֆուզորներ նախագծողների աշխատանքը հեշտացնելու նպատակով աղյուսակ 4-ում տրված են հոսքի ֆունկցիայի արժեքները՝ կախված կոորդինատներից:

Այսպիսով, հողմածուժ արված եղանակով կարելի է կառուցել գի-
ֆուզորների տեսական պրոֆիլները, երբ նրանց մուտքում արված է արա-
դուխյունների կամայական բաշխում: Հաշիվները թվաբանական տեսակե-
տից կապված չեն դժվարությունների հետ, քանի որ ստացվող շարքերն
արդյ զուգամիտվող են:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Губин Ф. Ф. Гидроэлектрические станции. Гос. эн. изд., 1949.
2. Саноян В. Г. Построение очертания плоских и осесимметричных конфузоров и диффузоров напорной системы по заданному распределению скорости на оси. Известия АН Армянской ССР (серия ФМЕТ наук), т. VIII, № 6, 1955.
3. Повх И. Л. Моделирование гидравлических турбин в воздушных потоках. Гос. эн. изд., 1955.
4. Саноян В. Г. Представление некоторых плоских и осесимметричных течений че-
рез интегралы Фурье и Фурье—Бесселя. ДАН Армянской ССР, т. XXII, № 4, 1956.
5. Титчмарш Е. Введение в теорию интегралов Фурье. ГИТТЛ, 1948.
6. Рязик И. М. и Грандштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произ-
ведений. ГИТТЛ, 1951.
7. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. ГИТТЛ, 1950.
8. Саноян В. Г. Движение жидкости в осесимметричном канале заданного профиля
и расчет действительных давлений. Труды ЛПИ, № 176, 1955.
9. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций, ч. 1, ИЛ, 1949.
10. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и
магнитных явлений. ГИТТЛ, 1948.
11. Грей Э. и Метьюз Г. Б. Функции Бесселя и их приложения к физике и механике.
ИЛ, 1953.
12. Янке Е. и Эмде Ф. Таблицы функций с формулами и кривыми. ГТТИ, 1948.