

ФИЗИКА

В. А. Шахбазян

К вопросу об энергетических потерях быстрых
заряженных частиц в поглощающей среде

Учет диэлектрической постоянной при вычислении энергетических потерь быстрой заряженной частицы произведен в ряде работ [1—9]. При этом особый интерес представляет соотношение между боровскими локальными (остающимися в среде) потерями и черенковским излучением. Этой стороне вопроса уделено значительное внимание в работах Шёнберга [7], Хьюбрехтса и Шёнберга [8] и Будини [9]. Первые два автора рассматривают случай действительного ϵ . При этом полная потеря энергии заряженной частицы в сплошной среде дается [7] суммой двух слагаемых, из которых первое дает боровскую локальную потерю, а второе представляет собою выражение интенсивности черенковского излучения по Тамму и Франку [1]. Однако такое рассмотрение приводит к физически неправильному результату и расхождению теории с экспериментом. Действительно, согласно Шёнбергу [7], релятивистский рост потерь энергии целиком обусловлен черенковским излучением. Известно, однако, что чем плотнее среда, тем релятивистский рост меньше (эффект плотности). Поэтому, если следовать Шёнбергу, интенсивность черенковского излучения в плотной среде должна быть меньше, нежели в разреженной, что не соответствует действительности (см. [9]). Кроме того, экспериментально наблюдается значительный релятивистский рост потерь, что также противоречит результату Шёнберга, так как на опыте регистрируются локальные потери энергии частиц. Для устранения расхождения с экспериментом Хьюбрехтс и Шёнберг [8] прибегли к несколько искусственному приему обрезания коротковолновой части спектра черенковского излучения, рассмотрев движение частицы вдоль оси высверленного в среде пустого канала. Таким путем им удалось получить увеличение потерь на возбуждение и ионизацию в релятивистской области при одновременном уменьшении интенсивности черенковского излучения.

Аналогичный результат получил Будини [9], который учел затухание дисперсионных осцилляторов среды. При этом он рассматривал случай сплошной среды. Оказалось, что распределение потерь между возбуждением и ионизацией, с одной стороны, и черенковским излучением, с другой — зависит от отношения ширины спектральной линии, обусловленной затуханием, к плотности среды. Результат Шён-

берга [7] (отсутствие релятивистского роста локальных потерь) оказался, в соответствии с результатом Будини, справедливым в предельном случае плотных сред и узких линий. В этом случае, действительно, весь релятивистский рост потерь обусловлен черенковским излучением. При всей физической наглядности результатов, полученных Будини, следует указать на имеющуюся некоторую неясность в самом методе разделения полных энергетических потерь на возбуждение и черенковское излучение в случае поглощающей среды. Кроме того, формулы для локальных потерь и интенсивности черенковского излучения получены им приближенно в предположении малости затухания. Ниже проводится указанное разделение в более общем случае любых величин констант затухания, причем предварительно обсуждается вопрос об определении понятия черенковского излучения в поглощающей среде. На основании данного определения подробно анализируется соотношение величин боровской и черенковской потерь вблизи траектории и на бесконечности.

Полная потеря энергии частицы на единице длины ее траектории дается в общем виде формулой Ферми, имеющей вид*:

$$\frac{dw}{dx} = \frac{2e^2}{\pi v^2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \left(\frac{1}{\varepsilon} - \beta^2 \right) \chi^* K_1(\chi^*) K_0(\chi) i \omega d\omega \quad (1)$$

Здесь v — скорость частицы, $\beta = \frac{v}{c}$, $\chi = \frac{\omega \rho}{v} \sqrt{1 - \beta^2 \varepsilon}$, где ρ — параметр соударения, e — заряд электрона, K_0 и K_1 — функции Вебера нулевого и первого порядков, ε — диэлектрическая постоянная, являющаяся комплексной функцией частоты ω . Существование черенковского излучения в данном случае определяется, как и при действительных ε , поведением функций K_0 и K_1 на бесконечности:

$$K_0 = K_1 \cong \sqrt{\frac{\pi}{2\chi}} e^{-\chi} + \dots$$

Если $\operatorname{Im} \chi$ мало по сравнению с $\operatorname{Re} \chi$, то поток энергии в радиальном направлении (1) будет быстро затухать, и излучение не будет наблюдаться. Если же $\operatorname{Im} \chi$ велико по сравнению с $\operatorname{Re} \chi$, то будет иметь место слабо затухающее излучение.

Явное выражение $\operatorname{Re} \chi$ и $\operatorname{Im} \chi$ таково:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \chi &= \frac{\omega \rho}{v} \sqrt{\frac{1}{2} (1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon + |1 - \beta^2 \varepsilon|)} \\ \operatorname{Im} \chi &= -\frac{\omega \rho}{v} \frac{\beta^2 \operatorname{Im} \varepsilon}{\sqrt{2(1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon + |1 - \beta^2 \varepsilon|)}} \end{aligned} \quad (2)$$

В областях частот, расположенных достаточно далеко от собственных частот среды, при $1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon > 0$ видно, что $\operatorname{Re} \chi \gg \operatorname{Im} \chi$. В этом случае излучения нет.

* Речь идет о потерях при «далеких» соударениях. «Близкие» столкновения в работе не рассматриваются.

При $1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon < 0$, $\operatorname{Im} \chi \gg \operatorname{Re} \chi$ в тех же областях частот и для них мы получаем слабо затухающее излучение.

Другой результат получается при рассмотрении ω , близких к собственным частотам среды ω_n . В этом случае при достаточно больших скоростях частицы (а для черенковского излучения только они и существенны)

$$1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon \ll \beta^2 \operatorname{Im} \varepsilon$$

и радиальный поток энергии сильно затухает как при $1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon > 0$, так и при $1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon < 0$.

Таким образом, в случае поглощающей среды имеет смысл интерпретировать черенковское излучение как излучение, возникающее при выполнении условия

$$1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon < 0 \quad (3)$$

Отметим сразу же, что такое определение несколько отличается от обычного определения для действительного ε : $1 - \beta^2 n^2 < 0$. Действительно, последнее условие, переписанное в виде $v > \frac{c}{n}$, означает, что черенковское излучение возникает при скорости частицы, превышающей фазовую скорость света. Аналогичное условие для поглощающей среды выглядело бы так: $v > \frac{c}{\operatorname{Re} n} = \frac{c}{\operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon}}$ (n и ε — комплексные функции ω), тогда как (3) означает, что $v > \frac{c}{\sqrt{\operatorname{Re} \varepsilon}}$.

Для достаточно разреженных сред оба условия совпадают; однако, строго говоря, для поглощающей среды условием наблюдения черенковского излучения уже не является превышение скорости частицы над фазовой скоростью света.

Вернемся к формуле (1). Ее правая часть представляет собой поток вектора Пойнтинга через цилиндрическую поверхность с радиусом, равным ρ , осью которой является единица длины траектории частицы. Очевидно, что чем меньшим будет взят радиус этой поверхности, тем большая часть потерь энергии частицы будет учтена. Для такого рассмотрения возможные значения параметров столкновения ограничены снизу. В частности, принимается, что параметры соударений больше межатомных расстояний, так как для меньших параметров пришлось бы учитывать квантовые эффекты. Для минимального параметра столкновения (ему соответствует полная потеря энергии частицы, учитываемая методом Ферми) вместо K_0 и K_1 можно воспользоваться их приближенными значениями для малых аргументов:

$$K_0 = \log \frac{2}{\gamma \chi}, \quad K_1 = \frac{1}{\chi} \quad (\log 7 = 0,502)$$

Тогда вещественная часть подинтегрального выражения в правой части (1) принимает значения

$$\frac{e^2}{\pi v^2} \left\{ \frac{\omega \operatorname{Im} \varepsilon}{|\varepsilon|^2} \log \frac{4v^2}{\gamma^2 \rho_0^2 \omega^2 |1 - \beta^2 \varepsilon|} + \left(\frac{\operatorname{Re} \varepsilon}{|\varepsilon|^2} - \beta^2 \right) \theta \cdot \omega \right\} \quad (4)$$

при условии: $1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon(\omega) > 0$

$$\operatorname{tg} \theta = - \frac{\beta^2 \operatorname{Im} \varepsilon}{1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon}$$

и

$$\frac{e^2}{\pi v^2} \left\{ \frac{\omega \operatorname{Im} \varepsilon}{|\varepsilon|^2} \log \frac{4v^2}{\gamma^2 \rho_0^2 \omega^2 |1 - \beta^2 \varepsilon|} + \left(\frac{\operatorname{Re} \varepsilon}{|\varepsilon|^2} - \beta^2 \right) (\theta - \pi) \omega \right\} \quad (5)$$

при условии $1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon(\omega) < 0$,

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\beta^2 \operatorname{Im} \varepsilon}{|1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon|}$$

Здесь $|1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon|$ означает абсолютную величину $1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon$. Очевидно, что при $1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon > 0$ имеем:

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < 0$$

а при $1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon(\omega) < 0$ —

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

Оба условия: $1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon > 0$ и $1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon < 0$ охватывают весь интервал частот от нуля до бесконечности. Поэтому, производя интегрирование выражений (4) и (5), каждого по своей области частот, и складывая результаты, мы получим выражение для полных потерь.

В результате имеем:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dx} \Big|_{\rho_0} = & \frac{e^2}{\pi v^2} \int_0^\infty \left\{ \frac{\omega \operatorname{Im} \varepsilon}{|\varepsilon|^2} \log \frac{4v^2}{\gamma^2 \rho_0^2 \omega^2 |1 - \beta^2 \varepsilon|} + \theta \left(\frac{\operatorname{Re} \varepsilon}{|\varepsilon|^2} - \beta^2 \right) \omega \right\} d\omega + \\ & + \frac{e^2}{v^2} \int_{1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon < 0} \left(\beta^2 - \frac{\operatorname{Re} \varepsilon}{|\varepsilon|^2} \right) \omega d\omega \end{aligned} \quad (6)$$

Отметим, что при получении формулы (6) не было сделано никаких ограничивающих предположений относительно величин констант трения.

Итак, потеря энергии частицы представлена в виде суммы двух членов, в первый из которых дают вклады все частоты, в том числе и черенковские, во второй же только черенковские частоты. Для выяснения физического смысла каждого слагаемого перейдем к пределу при $\operatorname{Im} \varepsilon \rightarrow 0$, т. е. к действительному ε . При $\operatorname{Im} \varepsilon \rightarrow 0$ величина $\theta \rightarrow 0$, оставаясь отрицательной для боровских частот ($1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon > 0$) и положительной для черенковских ($1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon < 0$). Кроме того, при переходе к вещественному ε появляются действительные корни уравнения $\varepsilon(\omega) = 0$. Выражение

$$\theta \left(\frac{\operatorname{Re} \varepsilon}{|\varepsilon|^2} - \beta^2 \right) \omega \rightarrow \left(\lim_{\theta \rightarrow 0} \theta \right) \left(\frac{1}{\varepsilon} - \beta^2 \right) \omega$$

при $\operatorname{Im} \varepsilon \rightarrow 0$

Оно отлично от нуля только для частот, удовлетворяющих уравнению $\varepsilon(\omega) = 0$. Однако первый интеграл распространен по всей области частот, как боровских, так и черенковских, для которых θ принимает противоположные по знаку значения. Поэтому вклады от $\theta \sim +\delta$ и $\theta \sim -\delta$ скомпенсируют друг друга, и второе слагаемое в первом интеграле в (6) даст нуль. Окончательно получим:

$$-\frac{dw}{dx} \Big|_{\rho_0} = \frac{e^2}{2v^2} \sum_j a_j \log \frac{4v^2}{\gamma^2 \rho_0^2 \omega_j^2} + \frac{e^2}{v^2} \int_{1-\beta^2 < 0} \left(\beta^2 - \frac{1}{\varepsilon} \right) \omega d\omega \quad (7)$$

Здесь a_j — вычет $\frac{1}{\varepsilon(\omega)}$ в точке $\varepsilon(\omega_j) = 0$. Вычисление a_j для дискретного спектра собственных частот дисперсионных осцилляторов дает:

$$-\frac{dw}{dx} \Big|_{\rho_0} = \frac{2\pi Ne^4}{mv^2} \log \frac{4\pi v^2 m}{\gamma^2 \rho_0^2 \omega_m^2 Ne^2} + \frac{e^2}{v^2} \int_{1-\beta^2 < 0} \left(\beta^2 - \frac{1}{\varepsilon} \right) \omega d\omega \quad (8)$$

где $\omega_m^2 = \omega_1^2 \omega_2^2 \dots \omega_k^2$, ω_j — корни уравнения $\varepsilon(\omega) = 0$ и f_j — силы осцилляторов.

Таким образом, при переходе к действительному ε первый интеграл в (6) переходит в логарифмический член в (8), который представляет собою обычную боровскую потерю и совпадает с точностью до малых величин с аналогичным выражением, полученным Шёнбергом [7]. Второй интеграл в (6) переходит в известное выражение интенсивности черенковского излучения по Тамму и Франку [1].

Произведенный переход к действительному ε дает возможность интерпретировать первый интеграл в (6) как локальную потерю при комплексном ε , а второй интеграл — как интенсивность черенковского излучения в поглощающей среде.

Таким образом, та часть полных энергетических потерь, которая остается в среде и регистрируется экспериментальной установкой, дается формулой:

$$-\frac{dw(\text{аох.})}{dx} = \frac{e^2}{\pi v^2} \int_0^\infty \left\{ \frac{\omega \operatorname{Im} \varepsilon}{|\varepsilon|^2} \log \frac{4v^2}{\gamma^2 \rho_0^2 \omega^2 |1 - \beta^2 \varepsilon|} + \theta \left(\frac{\operatorname{Re} \varepsilon}{|\varepsilon|^2} - \beta^2 \right) \omega \right\} d\omega \quad (9)$$

$$\operatorname{tg} \theta = - \frac{\beta^2 \operatorname{Im} \varepsilon}{1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon} \quad \text{при } 1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon > 0$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\beta^2 \operatorname{Im} \varepsilon}{|1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon|}, \quad \text{при } 1 - \beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon < 0$$

Интересно отметить, что в (9) дают вклад, наряду с боровскими, и черенковские частоты, подчиняющиеся условию $1 - \beta^2 \text{Re} \varepsilon < 0$. Очевидно, это те черенковские частоты, которые лежат в области аномального хода дисперсионной формулы для $\text{Re} \varepsilon$ и в непосредственной близости от нее.

Другая часть черенковских частот не поглощается вблизи траектории частицы и обуславливает собой наблюдаемое черенковское излучение, интенсивность которого дается формулой:

$$\frac{dw^{(\text{чep.})}}{dx} = \frac{e^2}{v^2} \int_{1 - \beta^2 \text{Re} \varepsilon < 0} \left(\beta^2 - \frac{\text{Re} \varepsilon}{|\varepsilon|^2} \right) \omega d\omega \quad (10)$$

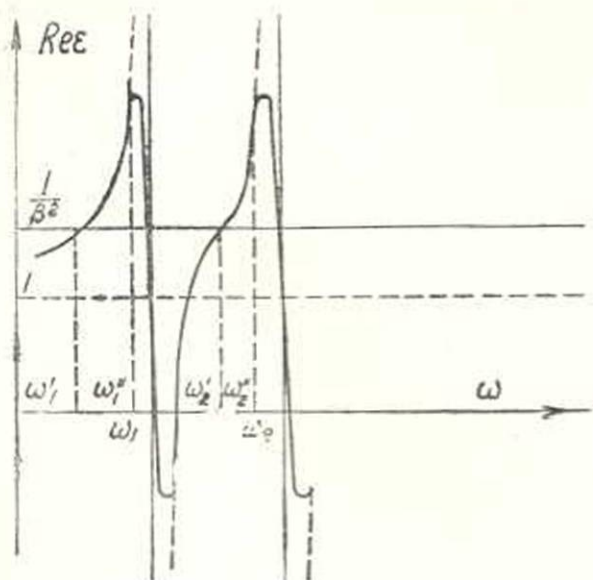
Для определения интервалов поглощающихся и непоглощающихся черенковских частот рассмотрим явное выражение для ε :

$$\varepsilon = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m} \sum_i \frac{f_i}{\omega_i^2 - \omega^2 - i\gamma_i \omega}$$

Вещественная часть ε имеет вид:

$$\text{Re} \varepsilon = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m} \sum_i \frac{(\omega_i^2 - \omega^2) f_i}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2 + \gamma_i^2 \omega^2}$$

Из приведенного графика видно, что в интервалах черенковских частот $[\omega_1', \omega_1'']$, $[\omega_2', \omega_2'']$ и т. д. кривая для $\text{Re} \varepsilon$ (сплошная кривая) практически совпадает с



кривой для действительного ε (пунктирная кривая). Поэтому можно считать, что черенковские частоты, лежащие в этих интервалах, практически не поглощаются. Именно эти частоты дают основной вклад в (10).

С другой стороны, их вклад в (9) ничтожен, так как соответствующие им $\text{Im} \varepsilon$ и θ практически равны нулю.

Частоты, лежащие вне указанных интервалов, сильно поглощаются и почти не дают наблюдаемого излучения.

На больших расстояниях от траектории боровские и черенковские потери принимают соответственно значения:

$$-\frac{dw^{(доп.)}}{dx} = \frac{e^2}{v^2} \int_{1-\beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon > 0} \left\{ |\varepsilon|^{-2} \left(\operatorname{Im} \varepsilon \cdot \cos \frac{\theta}{2} + \operatorname{Re} \varepsilon \cdot \sin \frac{\theta}{2} \right) - \beta^2 \sin \frac{\theta}{2} \right\} e^{-2|\chi| \cos \frac{\theta}{2}} \omega d\omega \quad (11)$$

и

$$\frac{dw^{(чеп.)}}{dx} = \frac{e^2}{v^2} \int_{1-\beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon < 0} \left\{ |\varepsilon|^{-2} \left(\operatorname{Im} \varepsilon \cdot \cos \frac{\theta - \pi}{2} + \operatorname{Re} \varepsilon \sin \frac{\theta - \pi}{2} \right) - \beta^2 \sin \frac{\theta - \pi}{2} \right\} e^{-2|\chi| \cos \frac{\theta - \pi}{2}} \omega d\omega \quad (12)$$

При $|\chi| \rightarrow \infty$ интеграл по боровским частотам исчезает, так как в этом случае $\cos \frac{\theta}{2}$ отлично от нуля для всех возможных значений θ ($-\frac{\pi}{2} < \theta < 0$). Интеграл же по черенковским частотам может принимать при $\theta \sim 0$ отличные от нуля значения и для больших значений $|\chi|$. Для таких θ (12) принимает вид:

$$\frac{dw^{(чеп.)}}{dx} = \frac{e^2}{v^2} \int_{1-\beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon < 0} \left(\beta^2 - \frac{\operatorname{Re} \varepsilon}{|\varepsilon|^2} \right) \cos \frac{\theta}{2} \cdot e^{-2|\chi| \cos \frac{\theta - \pi}{2}} \omega d\omega \quad (13)$$

Для частот, лежащих в интервалах $[\omega'_1, \omega'_2], [\omega'_2, \omega'_3]$, θ практически равно нулю, и (13) перейдет в полученную ранее формулу для интенсивности черенковского излучения в поглощающей среде (10):

$$\frac{dw^{(чеп.)}}{dx} = \frac{e^2}{v^2} \int_{1-\beta^2 \operatorname{Re} \varepsilon < 0} \left(\beta^2 - \frac{\operatorname{Re} \varepsilon}{|\varepsilon|^2} \right) \omega d\omega \quad (10)$$

Таким образом, в достаточно хорошем приближении можно считать, что и в случае поглощающей среды имеются полосы черенковских частот, которые дают вклад в наблюдаемое черенковское излучение на бесконечности. Однако эти полосы значительно уже, чем в случае действительного ε , а соответствующие им длины волн относятся к длинноволновой части черенковского спектра для прозрачной среды. Очевидно, что с уменьшением констант трения интервалы непоглощающихся черенковских частот будут расширяться.

В заключение автор пользуется случаем выразить свою искрен-

нюю признательность члену-корреспонденту АН СССР В. Л. Гинзбургу за проявленный интерес к работе. Автор благодарен Г. М. Гарибяну за неоднократные обсуждения работы, а также Б. М. Болотовскому за сделанные указания.

Институт физики
АН Армянской ССР

Поступило 16 II 1956

Վ. Ա. Շախբաջյան

ԼԻՑԲԱՎՈՐՎԱԾ ՍՐԱԳ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ԷՆԵՐԳԵՏԻԿ ԿՈՐՈՒՍՏՆԵՐԸ ՎԼԱՆՈՂ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատության մեջ քննարկվում է լրիվ էրեկտացման կորուստները կլանող միջավայրում տեղի ունեցող լույս (բորովյան) կորուստների և չերենկովյան ճառագայթման բաժանելու հարցը։ Նշված բաժանումը կատարված է ընդհանուր տեսքով, առանց որևէ սահմանափակող ենթադրության։ Ստացված են բանաձևեր՝ կլանող միջավայրում տեղի ունեցող լույս կորուստների և չերենկովյան ճառագայթման համար։ Վերջին բանաձևը համընկնում է Բուդինիի [9] առաջարկված բանաձևի հետ։ Լույս կորուստների և դրանց հետ մեկտեղ մոտիկ տարածությունների վրա տեղի ունեցող կորուստների համար ստացված բանաձևը պետք է տա էքսպերիմենտի կողմից հաշվառվող լիցքավորված մասնիկի էներգիայի լրիվ կորուստը, խտության էֆեկտի հաշվառումով (լույս կորուստ)։

Աշխատության մեջ ցույց է տրված, որ կլանող միջավայրում չերենկովյան ճառագայթումը դիտելու չափանիշը ֆիզիկական առարկեր է պարզ միջավայրի համար եղած չափանիշից։

ЛИТЕРАТУРА

1. Тамм И. Е. и Франк И. М. ДАН СССР, 14, 107 (1937); Тамм И. Е. J. Phys. USSR, 1, 439 (1939).
2. Гинзбург В. Л. и Франк И. М. ЖЭТФ, 16, 15 (1946).
3. Fermi E. Phys. Rev., 57, 485 (1940).
4. Vick G. C. Ric. scien., 11, 273 (1940), 12, 858 (1941), Nuovo Cimento, 1, 302 (1943).
5. Halpern O. and Hall. Phys. Rev., 73, 477 (1948).
6. Sternheimer. Phys. Rev., 88, 851 (1952).
7. Schönberg M., Nuovo Cimento, 8, 159 (1951).
8. Huybrechts M. and Schönberg M. Nuovo Cimento, 9, 764 (1952).
9. Budini P. Nuovo Cimento, 10, 236 (1953).