

В. Г. Саноян

## Метод гидродинамического расчета диффузоров и конфузоров

### 1. Введение

Почти всякая промышленная установка, связанная с использованием протекания жидкостей или газов, имеет в своем составе конфузор или диффузор, как основные элементы, правильный расчет которых совершенно необходим для получения удовлетворительного коэффициента полезного действия установки. Расчет конфузора не представляет принципиальных трудностей. Неизмеримо сложнее расчет диффузора, между тем именно этот участок проточной части машины или сооружения и является обычно одним из главных источников потерь энергии.

Вдоль стенок диффузора всегда наблюдается резкое утолщение пограничного слоя и, как следствие, *оттеснение линий тока от стенок*. Не говоря уже о катастрофическом для работы диффузора явлении отрыва пограничного слоя, отметим, что и при отсутствии отрыва жидкости от стенок диффузора явления в пограничном слое вызывают значительное ухудшение работы диффузора, уменьшение коэффициента восстановления, увеличение потерь и искажение эпюры скоростей на выходе. Оттеснение линий тока от стенок диффузора приводит к сужению потока вне пограничного слоя, т. е. непосредственно к уменьшению коэффициента восстановления давления. С количественной стороны этот эффект может быть оценен следующим образом: *действительный поток ведет себя как поток идеальной жидкости внутри канала, образованного поверхностью, отстоящей от поверхности диффузора во внутрь потока на толщину вытеснения, рассчитанную по действительному распределению давления по поверхности диффузора*.

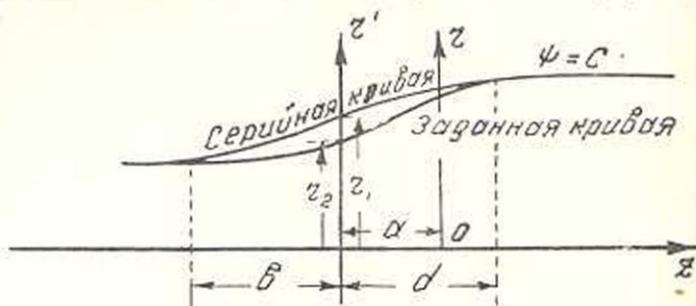
Таким образом, для расчета диффузора прежде всего требуется рассмотрение вопроса о развитии пограничного слоя вдоль его поверхности, а это, как известно, упирается в необходимость определения скоростей в идеальном безвихревом потоке в диффузоре с заданной, вообще говоря, криволинейной поверхностью.

Решению последней задачи посвящен второй параграф статьи.

## 2. Метод местных вариаций

Этот метод решения прямой задачи об определении поля скоростей и давлений в потоке идеальной несжимаемой жидкости в осесимметричном диффузоре (конфузоре) произвольного очертания основан на идее подбора близкого по форме теоретического диффузора (конфузора) [2] и последующего „исправления“ местных отклонений путем введения специальных поправочных функций.

Рассмотрим заданный осесимметричный диффузор (конфузор), профиль меридионального сечения которого показан на фиг. 1. Этот профиль сравнивается с серией теоретических профилей, заранее



Фиг. 1

полученных путем задания различных законов распределения скоростей на оси диффузора (конфузора). Из этой серии подбирается та кривая, которая ближе всего к данной (фиг. 1), а местные отклонения исправляются путем добавления функции тока, соответствующей таким распределениям скорости на оси, которые практически отличны от нуля лишь вблизи точки, где производится исправление.

Задаем дополнительное распределение скоростей на оси в виде:

$$V_{oz}^{(a)} = f_0(z) = [A + B(z+a)]e^{-\left(\frac{z+a}{x}\right)^2} \quad (2.1)$$

Здесь:  $a$  — расстояние от начала координат до того сечения диффузора или конфузора, где отклонение данной кривой от серийной (теоретической) имеет максимальное значение,  $x$  — параметр, который определяется из условия, чтобы на концах исправляемого интервала дополнительная скорость составляла заданную часть основной (серийной) скорости. Значение  $x$  можно подобрать так, чтобы на концах указанного интервала дополнительная скорость составляла 2% от основной скорости (такая точность практически вполне достаточна).  $A$  и  $B$  — параметры, связь между которыми находится из того условия, чтобы на концах исправляемого интервала отношение дополнительных скоростей к серийным было одинаковым, т. е.

$$\left[ \frac{V_{oz}^{(aon)}}{V_{oz}^{(сер)}} \right]_{z=-(a+b)} = \left[ \frac{V_{oz}^{(aon)}}{V_{oz}^{(сер)}} \right]_{z=d-a} \quad (2.2)$$

здесь  $b$  и  $d$  — расстояния от концов интервала до сечения, где имеет место наибольшее отклонение данной кривой от серийной.

Обозначая отношение серийных скоростей на концах интервала через  $\alpha$ , получим из (2.2):

$$\frac{\left[ V_{oz}^{(зон)} \right]_{z+a=-b}}{\left[ V_{oz}^{(зон)} \right]_{z+a=d}} = \frac{A - Bb}{A + Bd} e^{-\frac{b^2-d^2}{x^2}} = \alpha, \quad (2.3)$$

отсюда

$$B = A \frac{e^{-\frac{b^2-d^2}{x^2}} - \alpha}{be^{-\frac{b^2-d^2}{x^2}} - \alpha d} = A \cdot s, \quad (2.4)$$

где через  $s$  обозначено выражение

$$s = \frac{e^{-\frac{b^2-d^2}{x^2}} - \alpha}{be^{-\frac{b^2-d^2}{x^2}} - \alpha d}. \quad (2.5)$$

При  $b = d$

$$s = \frac{1}{b} \frac{1-\alpha}{1+\alpha}, \quad B = \frac{A}{b} \frac{1-\alpha}{1+\alpha}. \quad (2.6)$$

Параметр  $A$  определяется по максимальному отклонению данной кривой от серийной.

Так как в бесконечности вниз и вверх по течению обе кривые совпадают, то можно написать очевидное условие равенства расходов через трубки тока, образованные вращением этих кривых вокруг оси  $z$ . При этом заметим, что функция тока  $\psi$  выражается через функцию  $f_0(z)$  следующим образом [2]:

$$\psi(r, z) = \frac{1}{\pi} \int_0^r r dr \int_0^\pi f_0(z + ir \cos \omega) d\omega. \quad (2.7)$$

Тогда вышеуказанное условие равенства расходов примет вид:

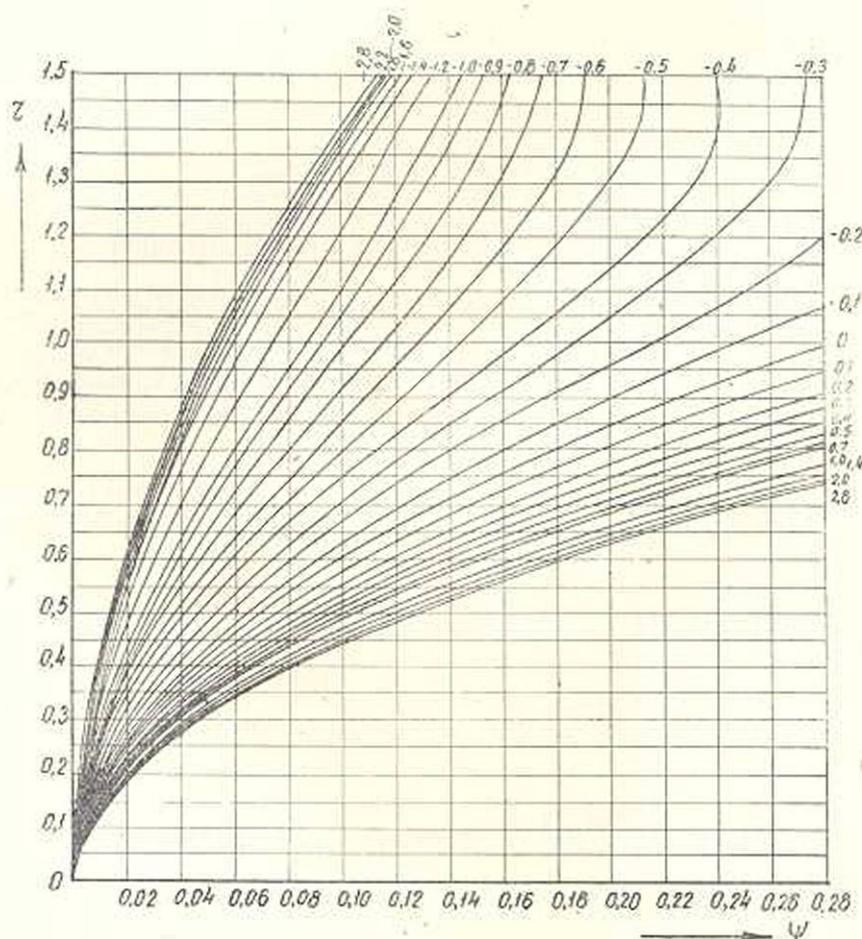
$$\int_0^{r_1} \left\{ V_z^{(сер)} + \left[ \frac{A}{\pi} \int_0^\pi e^{-\left(\frac{z+a+ir \cos \omega}{x}\right)^2} + \frac{B}{\pi} \int_0^\pi (z+a+ir \cos \omega) e^{-\left(\frac{z+a+ir \cos \omega}{x}\right)^2} d\omega \right] \right\} r dr = \int_0^{r_1} V_z^{(сер)} r dr. \quad (2.8)$$

Максимальное отклонение между заданной и серийной кривыми имеет место при  $z = -a$ . В этой точке второй интеграл в фигурных скобках соотношения (2.8) равняется нулю.

Тогда получим

$$A = \frac{2\pi \int_{r_1}^{r_2} V_z^{(ср)} r dr}{z^2 \int_0^{\pi} e^{\frac{r_2^2 \cos^2 \omega}{z^2}} - 1 d\omega} \quad (2.9)$$

Числитель выражения (2.9) известен, так как величина  $V_z^{(ср)}$  представляет продольную скорость основного исправляемого течения. Для заданных  $r_1$  и  $r_2$  значение  $\int_{r_1}^{r_2} V_z^{(ср)} r dr = \Delta \psi^{(ср)}$  может быть сразу взято из графика зависимости  $\psi^{(ср)}$  от  $r$  для различных  $z$  (фиг. 2).



Фиг. 2.

Знаменатель в выражении (2.9) можем вычислить, разлагая функцию  $e^{\frac{r_2 \cos \omega}{x}}$  в ряд Маклорена и почленно интегрируя.

Тогда получим:

$$\int_0^\pi \frac{e^{\frac{r_2 \cos \omega}{x}} - 1}{\cos^2 \omega} d\omega = \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-2)! \left(\frac{r_2}{x}\right)^{2n}}{n! 2^{2n-2} [(n-1)!]^2}$$

Таким образом, окончательно находим:

$$A = \frac{2 \Delta \psi^{(cep)}}{x^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-2)!}{n! 2^{2n-2} [(n-1)!]^2} \left(\frac{r_2}{x}\right)^{2n}} \quad (2.9')$$

Подставив выражение для дополнительного распределения скоростей на оси диффузора (конфузора)

$$V_{oz}^{(дон)} = f_0(z) = [A + B(z+a)] e^{-\left(\frac{x+a}{x}\right)^2} \quad (2.1)$$

и общие формулы для составляющих скоростей и функции тока безвихревого потока идеальной несжимаемой жидкости в осесимметричном диффузоре (конфузоре) [2], получим общие выражения для составляющих скоростей и функции тока и исправленного течения:

$$\left. \begin{aligned} V_x &= V_x^{(cep)} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n} (n!)^2} r^{2n} f_0^{(2n)}(z), \\ V_r &= V_r^{(cep)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2n}{2^{2n} (n!)^2} r^{2n-1} f_0^{(2n-1)}(z), \\ \psi &= \psi^{(cep)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{2^{2n} (n!)^2} r^{2n} f_0^{(2n-2)}(z). \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

Здесь  $V_x^{(cep)}$ ,  $V_r^{(cep)}$ ,  $\psi^{(cep)}$  — значения составляющих скоростей и функции тока, соответствующие заранее известной теоретической кривой, а  $f_0(z)$  определяется по формуле (2.1).

Производные дополнительного распределения скоростей на оси  $V_{oz}^{(дон)}$  можно выразить через полиномы Эрмита:

$$H_n(x) = (-1)^n e^{\frac{1}{2}x^2} \frac{d^n}{dx^n} \left( e^{-\frac{1}{2}x^2} \right).$$

Для удобства переместим начало координат в точку  $(0, -a)$ . Тогда будем иметь:

$$f_0(z) = V_{oz}^{(дон)} = (A + Bz) e^{-\left(\frac{z}{x}\right)^2}, \quad (2.1')$$

но

$$\begin{aligned} f_0^{(n)}(z) &= (A + Bz) \frac{d^n}{dz^n} \left[ e^{-\left(\frac{z}{x}\right)^2} \right] + nB \frac{d^{n-1}}{dz^{n-1}} \left[ e^{-\left(\frac{z}{x}\right)^2} \right] = \\ &= e^{-\left(\frac{z}{x}\right)^2} \left\{ \frac{A + Bz}{z^n} (-1)^n 2^{n^2} H_n \left( \sqrt{2} \frac{z}{x} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{nB(-1)^{n-1}}{z^{n-1}} \cdot 2^{\frac{n-1}{2}} H_{n-1} \left( \sqrt{2} \frac{z}{x} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Подставив выражение для  $f_0^{(n)}(z)$  из (2.11) в (2.10) и учитывая зависимости (2.4) или (2.6), окончательно получим:

$$\begin{aligned} V_z(r, z) &= V_z^{(сеп)}(r, z - a) + A e^{-\left(\frac{z}{x}\right)^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n (n!)^2} \left(\frac{r}{x}\right)^{2n} \times \\ &\quad \times \left[ (1 + sz) H_{2n} \left( \frac{\sqrt{2} z}{x} \right) - nsx \sqrt{2} H_{2n-1} \left( \frac{\sqrt{2} z}{x} \right) \right], \\ V_r(r, z) &= V_r^{(сеп)}(r, z - a) + A e^{-\left(\frac{z}{x}\right)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{2^{\frac{(2n-1)}{2}} (n!)^2} \left(\frac{r}{x}\right)^{2n-1} \times \\ &\quad \times \left[ (1 + sz) H_{2n-1} \left( \sqrt{2} \frac{z}{x} \right) - \frac{2n-1}{\sqrt{2}} xs H_{2n-2} \left( \sqrt{2} \frac{z}{x} \right) \right], \\ \psi(r, z) &= \psi^{(сеп)}(r, z - a) + Ax^2 e^{-\left(\frac{z}{x}\right)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{2^n (n!)^2} \left(\frac{r}{x}\right)^{2n} \times \\ &\quad \times \left[ (1 + sz) H_{2n-2} \left( \sqrt{2} \frac{z}{x} \right) - (n-1) \sqrt{2} xs H_{2n-3} \left( \sqrt{2} \frac{z}{x} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Зная  $A$  из (2.9'), можно по (2.12) вычислить продольные, поперечные скорости и функцию тока исправленного течения.

Уравнение образующей исправленного диффузора (конфузора) будет:

$$\psi = \psi^{(сеп)} + \psi^{(дон)} = \text{const} = c, \quad (2.13)$$

где постоянная  $c$  представляет значение функции тока  $\psi^{(сеп)}$  на серийной кривой.

Заметим, что в случае, если после первого исправления в каком-нибудь месте сохраняется еще заметное отклонение данной кривой от серийной, то следует произвести повторное исправление.

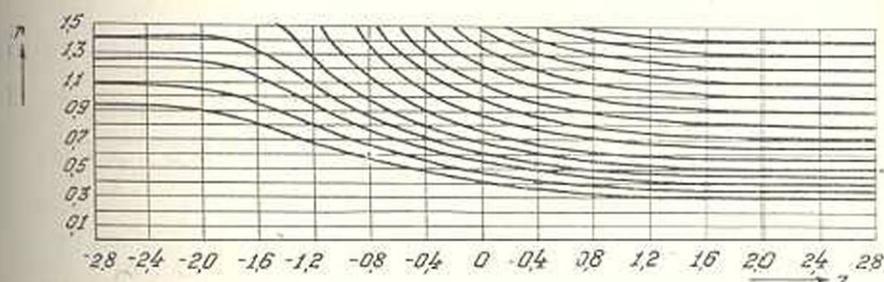
Расчет диффузоров (конфузоров) вышеизложенным методом

„местных вариаций“ не представляет больших трудностей, так как ряды, входящие в формулы (2.12), быстро сходятся, а полиномы Эрмита — табулированы.

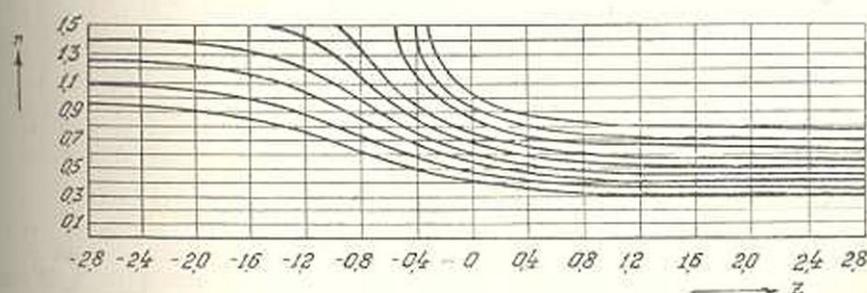
В качестве примера применения метода „местных вариаций“ рассчитаем диффузор (конфузор) вперед известного теоретического очертания с тем, чтобы затем сравнить вышензложенное решение с точным теоретическим решением.

Другими словами, в данном случае будем, используя метод „местных вариаций“, из одного теоретического профиля получать другой, который совпадает с первым на всем протяжении, за исключением небольшого интервала.

На фиг. 3а и 3б показаны две серии теоретических профилей.



Фиг. 3а.



Фиг. 3б.

Первая из них (фиг. 3а) получена путем использования следующей функции распределения скорости на оси  $z$ :

$$f_0(z) = 0,55 + \frac{0,90}{\pi} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz, \quad (2.14)$$

а второй серии соответствует функция

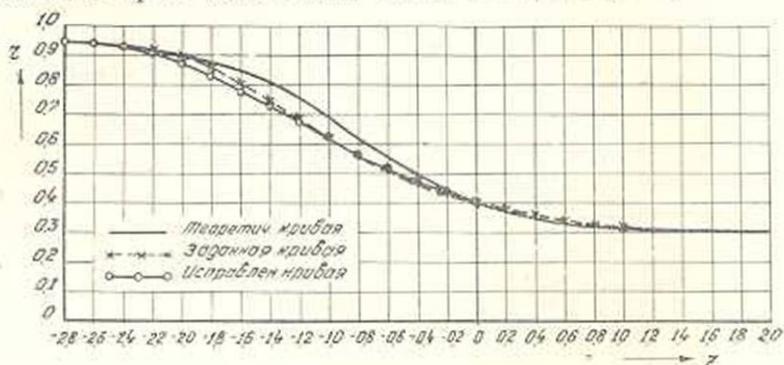
$$f_0(z) = 0,55 + 0,45 \operatorname{th} z. \quad (2.14')$$

Из первой серии выделим теоретический диффузор, у которого входной и выходной радиусы, соответственно, равны:  $r_{\text{вх}} = 0,3$ ,  $r_{\text{вых}} = 0,95$  (на фиг. 4 пунктирная линия). Считаем его очертание заданной кривой. Сравнивая это очертание с кривой, относящееся ко второй се-

рин, имеющей те же входной и выходной радиусы (на фиг. 4 сплошная линия) видим, что заданное очертание совпадает с этой кривой на всем протяжении, за исключением интервала  $0 \gg z \gg -2,0$  (фиг. 4). Максимальное отклонение одной кривой от другой имеет место в точке  $z = -1$  и равно:

$$r_1 - r_2 = 0,08; (r_1 = 0,70; r_2 = 0,62).$$

Далее, из фиг. 4 очевидно, что  $a = -1$ ,  $b = d = 1$ .



Фиг. 4.

Для простоты расчета положим  $B = 0$ . Определим  $A$ :

$$A = \frac{2 \Delta \psi^{(свр)}}{\chi^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-2)! r_2^{2n}}{n! 2^{2n-2} [(n-1)!]^2}}$$

Из фиг. 2 получаем

$$\Delta \psi^{(свр)} = \int_{r_2}^{r_1} V_r^{(свр)} r dr = 0,045 - 0,037 = 0,008.$$

Примем  $\chi = 1$  (нетрудно подсчитать, что для этого значения  $\chi$  на концах интервала дополнительная скорость составляет порядка 2% от основной скорости).

Замечая, что, в данном случае,  $r_2 = 0,62$  будем иметь

$$A = \frac{2,0,008}{0,62^2 + \frac{0,62^4}{4} + \frac{0,62^6}{96} + \dots} = 0,0358.$$

Если переместить начало координат в точку  $(-1,0)$ , то согласно (2.1), выражение для дополнительного распределения скоростей примет вид:

$$V_{oz}^{(доп)} = f_0(z) = 0,0358 e^{-z^2}. \quad (2.15)$$

Для вычисления составляющих скоростей и функции тока исправленного течения будем пользоваться формулами (2.10), где  $f_0(z)$  определяется из (2.15).

Значения производных  $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{d^m}{dz^m} (e^{-z^2})$  даются во многих математических таблицах. В [3] даются эти производные до  $m = 5$ .

Воспользовавшись рекуррентными соотношениями между тремя последовательными полиномами Эрмита.

$$H_m(x) = x H_{m-1}(x) - (m-1) H_{m-2}(x), \quad (2.16)$$

легко найти рекуррентные соотношения между тремя последовательными производными  $f_0(z)$ :

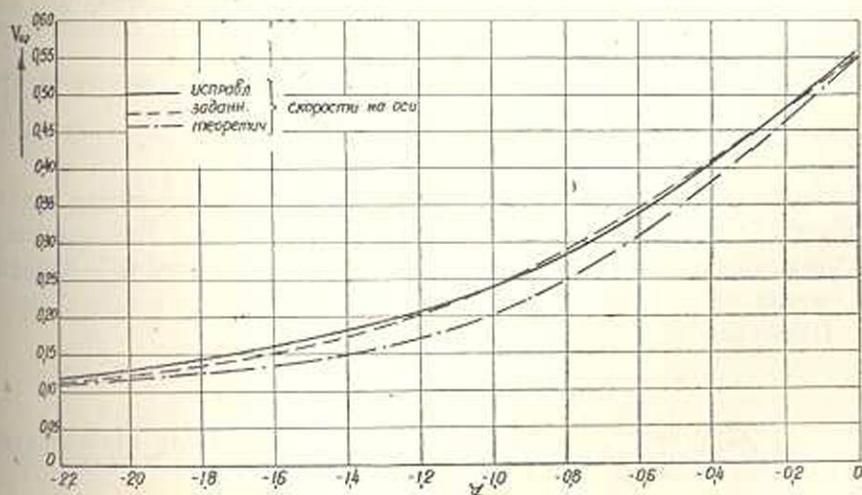
$$f_0^{(m)}(z) = -\frac{2}{z^2} \left[ z f_0^{(m-1)}(z) + (m-1) f_0^{(m-2)}(z) \right]. \quad (2.17)$$

При  $m > 5$  производные  $f_0(z)$  можно рассчитать, используя (2.17).

Таблица 1

Распределение скоростей на оси канала

| $z$  | $V_{oz}^I$ | $V_{oz}^{II}$ | $V_{oz}^{III}$ | Примечание  |
|------|------------|---------------|----------------|---|
| 0    | 0,5500     | 0,5500        | 0,5632         | $V_{oz}^I, V_{oz}^{II}$ и $V_{oz}^{III}$ скорости на оси соответственно для исправляемого, теоретического и исправленного профилей:<br>$V_{oz}^I = 0,55 + 0,45 \operatorname{th} z,$<br>$V_{oz}^{II} = 0,55 + \frac{0,90}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz,$<br>$V_{oz}^{III} = V_{oz}^I + A e^{-z^2}.$ |
| -0,2 | 0,4612     | 0,4786        | 0,4301         |   |
| -0,4 | 0,3790     | 0,4100        | 0,4040         |   |
| -0,6 | 0,3084     | 0,3470        | 0,3389         |   |
| -0,8 | 0,2510     | 0,2908        | 0,2854         |   |
| -1,0 | 0,2065     | 0,2430        | 0,2423         |   |
| -1,2 | 0,1750     | 0,2038        | 0,2094         |   |
| -1,4 | 0,1520     | 0,1730        | 0,1825         |   |
| -1,6 | 0,1355     | 0,1490        | 0,1605         |   |
| -1,8 | 0,1240     | 0,1300        | 0,1429         |   |
| -2,0 | 0,1160     | 0,1200        | 0,1292         |   |
| -2,2 | 0,1110     | 0,1125        | 0,1195         |   |



Фиг. 5.

По формуле (2.10) рассчитана функция тока  $\phi$  для различных  $g$  и  $z$  и вычерчена исправленная линия тока (фиг. 4). Как видно из графика, фиг. 4, первое исправление в интервале  $0 > z > -2,0$  уже дает удовлетворительный результат, т. е. исправленная кривая становится близкой к заданной кривой. Некоторые расхождения замечаются на участках  $-2,4 < z < -1,2$  и  $0,8 < z < 0$ , причем на первом из указанных участков (в расширенной части), расхождение больше. Это можно объяснить тем, что для простоты расчета было положено  $V = 0$  ( $\alpha = 1$ ).

При желании можно устранить указанные расхождения, проведя повторные исправления в соответствующих интервалах.

В настоящем примере мы, по методу „местных вариаций“, рассчитали теоретический диффузор, у которого распределение скоростей на оси заранее было известно. Это дает возможность сравнить распределение скоростей на оси, полученное вышеназванным методом, с теоретическим. Табл. 1 и график на фиг. 5 позволяют произвести это сравнение.

### 3. Учет влияния пограничного слоя на течение в диффузоре

Для расчета диффузора в случае действительной вязкой жидкости, как было сказано выше, требуется прежде всего рассмотрение развития пограничного слоя вдоль стенок диффузора. Основной трудностью здесь является отсутствие до сих пор достаточно строгого и точного метода расчета турбулентного пограничного слоя в резко выраженной диффузорной области. Будем пользоваться методом Л. Г. Лойцянского\*, распространяя его на случай пограничного слоя на теле вращения или внутри водовода переменного сечения. Для этого напишем уравнение импульсов Милликена-Федяевского при движении вязкой жидкости в круглом водоводе (диффузор или конфузор) переменного сечения:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho u^2 dy - U \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho u dy = - \frac{dp}{dx} \int_0^{\delta} r dy - r_0 \tau_w. \quad (3.1)$$

Здесь:  $\delta$  — толщина пограничного слоя,  $r$  — переменный радиус кольцевого сечения,  $u$  и  $U$  — продольные скорости, соответственно, внутри и на границе пограничного слоя,  $p$  — давление,  $\tau_w$  — напряжение трения на стенке.

Принимая во внимание, что

$$r = r_0 - y \cos \alpha = r_0 - \beta y \quad (\beta = \cos \alpha),$$

где  $r_0$  — радиус поперечного сечения,  $\alpha$  — угол между касательной к обводу и осью диффузора (конфузора).

\* Можно, конечно, пользоваться и другими методами расчета турбулентного пограничного слоя.



где

$$H = \frac{\delta^*}{\delta^{**}}$$

В уравнении (3.4') третий член в круглых скобках определяет влияние поперечной кривизны диффузора (конфузора).

Следуя Л. Г. Лойцяскому [5], умножим обе части уравнения (3.4') на некоторую функцию  $G(R^{**})$  числа Рейнольдса и введем обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{U'}{U} \delta^{**} G(R^{**}) &= f, \\ \frac{\tau_w}{\rho U^2} G(R^{**}) &= \zeta. \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Уравнение (3.4') при этом примет вид:

$$G(R^{**}) \frac{d\delta^{**}}{dx} + \left( 2 + H + \frac{U}{U'} \frac{r_0'}{r_0} \right) f = \zeta.$$

Первый член можно преобразовать так:

$$G(R^{**}) \frac{d\delta^{**}}{dx} = \frac{d}{dx} \left( f \frac{U}{U'} \right) - \frac{R^{**} G'(R^{**})}{G(R^{**})} G(R^{**}) \frac{d\delta^{**}}{dx} - \frac{R^* G'(R^{**}) f}{G(R^{**})}.$$

Вводя обозначение

$$m(R^{**}) = \frac{R^{**} G'(R^{**})}{G(R^{**})}, \quad (3.6)$$

найдем из предыдущего уравнения:

$$(1 + m) G(R^{**}) \frac{d\delta^{**}}{dx} = \frac{d}{dx} \left( f \frac{U}{U'} \right) - m f.$$

Исключим отсюда  $G(R^{**}) \frac{d\delta^{**}}{dx}$ , пользуясь равенством (3.4').

Тогда получим, после простых преобразований,

$$\frac{df}{dx} = \frac{U'}{U} F(f) + \left[ \frac{U''}{U'} - (1 + m) \frac{r_0'}{r_0} \right] f, \quad (3.7)$$

где

$$F(f) = (1 + m) \zeta - [3 + m + (1 + m) H] f.$$

Уравнение (3.7) представляет турбулентный аналог уравнения ламинарного пограничного слоя [4]:

$$\frac{df}{dx} = \frac{U'}{U} F + \left[ \frac{U''}{U} - 2 \frac{r_0'}{r_0} \right] f. \quad (3.8)$$

Если принять

$$G(R^{**}) = R^{**},$$

то согласно (3.5),  $f$  и  $\zeta$  станут равными своим ламинарным аналогам. Величина  $m$  примет значение  $m = 1$  и уравнение (3.7) перейдет в (3.8).

Здесь, как и в случае ламинарного пограничного слоя, параметр  $f$ , характеризующий форму профилей скоростей в разных сечениях слоя, будет формпараметром, а величина  $\zeta$  — функцией формпараметра.

В случае плоского ламинарного пограничного слоя при  $f=0$ , величина  $R^{**}$  обратно пропорциональна местному коэффициенту трения на пластинке. Для турбулентного пограничного слоя, как и в случае ламинарного пограничного слоя, можно принять, что при всех значениях  $f$  вид функции  $G(R^{**})$  совпадает с таковым для пластинки, но аргумент ее берется для действительных величин на крыловом профиле.

Переходя к случаю обтекания тел вращения или течения в круглом канале переменного сечения, мы делаем допущение, что наличие поперечной кривизны у них сказывается, в основном, лишь на уравнении импульсов (3.4), в которое введен дополнительный член, содержащий отношение  $\frac{\Gamma_0'}{\Gamma_0}$ .

Зависимость профиля скорости в пограничном слое (внутри осесимметричного водовода или на теле вращения) от изменения формпараметра  $f$  будем считать такой же, что и на плоском крыле. Таким образом, при принятом допущении, вид функции  $G(R^{**})$  на теле вращения берется таким же как и в случае сопротивления пластинки; при этом, аргумент  $R^{**}$  предполагается взятым для соответствующего сечения пограничного слоя на теле вращения.

Воспользовавшись, например, формулой Фолкнера ([1], стр. 624)

$$\frac{\tau_w}{\rho V_\infty^2} = 0,00655 R^{**^{-1/6}}, \quad (3.9)$$

будем иметь искомое выражение для функции  $G(R^{**})$

$$G(R^{**}) = 153,2 R^{**^{1/6}} \quad (3.10)$$

Подставляя выражение (3.10) в формулу (3.6), найдем:

$$m = 1/6.$$

Тогда  $F(f)$  примет вид (как и в плоском случае):

$$F(f) = \frac{1}{6} \zeta - \left\{ \frac{19}{16} - \frac{7}{6} H \right\} f. \quad (3.11)$$

При малых перепадах давлений и скоростей, т. е. при малых значениях  $f$  ([1], стр. 632), (3.11) можно заменить линейной функцией:

$$F(f) = a - bf \quad (3.12)$$

с коэффициентами  $a$  и  $b$  равными:

$$\begin{aligned} a &= 1,17, \\ b &= 4,7 \div 4,8. \end{aligned}$$

Тогда (3.7) примет вид:

$$\frac{df}{dx} + \left( \frac{bU'}{U} - \frac{U''}{U'} + \frac{7}{6} \frac{r_0'}{r_0} \right) f = \frac{U'}{U} a. \quad (3.13)$$

Интегрирование (3.13) приводится к простой квадратуре:

$$f(x) = \frac{U'(x)}{U^b(x)r_0^{7/6}(x)} \left[ a \int_0^x U^{b-1}(\xi)r_0^{7/6}(\xi)d\xi + C \right]. \quad (3.14)$$

При наличии участка с ламинарным пограничным слоем в интервале  $0 < x < x_1$ , выражение для  $f(x)$  примет вид:

$$f(x) = \frac{U'(x)}{U^b(x)r_0^{7/6}(x)} \left[ a \int_{x_1}^x U^{b-1}(\xi)r_0^{7/6}(\xi)d\xi + \frac{U_1^b r_{01}^{7/6}}{U_1'} f_1 \right], \quad (3.15)$$

где  $U_1$ ,  $U_1'$ ,  $r_{01}$  и  $f_1$  соответствуют значениям  $U$ ,  $U'$ ,  $r_0$  и  $f$  в точке перехода  $x = x_1$ , причем  $f_1$ , вычисленное по (3.5), примет вид:

$$f_1 = \frac{U_1' \delta_1^{**}}{U_1} G(R^{**}) = \frac{\nu U_1'}{U_1^2} R_1^{**} G(R_1^{**}). \quad (3.16)$$

Для полностью турбулентного пограничного слоя уравнение для  $f(x)$  примет вид:

$$f(x) = \frac{a U'(x)}{U^b(x)r_0^{7/6}(x)} \int_0^x U^{b-1}(\xi)r_0^{7/6}(\xi)d\xi. \quad (3.17)$$

Для определения  $R^{**}(x)$  согласно (3.5), (3.10) и (3.17) получим следующее уравнение:

$$153,2R^{**7/6} = \frac{fU^2}{U'\nu} = \frac{a}{\nu U^{b-2}(x)r_0^{7/6}(x)} \int_0^x U^{b-1}(\xi)r_0^{7/6}(\xi)d\xi. \quad (3.18)$$

Формулы (3.17) и (3.18) могут быть представлены в безразмерном виде

$$f(\bar{x}) = \frac{a \bar{U}'(\bar{x})}{\bar{U}^b(\bar{x})\bar{r}_0^{7/6}(\bar{x})} \int_0^{\bar{x}} \bar{U}^{b-1}(\bar{\xi})\bar{r}_0^{7/6}(\bar{\xi})d\bar{\xi}, \quad (3.17')$$

$$153,2R^{**7/6} = \frac{a R_{bx}}{\bar{U}^{b-2}(\bar{x})\bar{r}_0^{7/6}(\bar{x})} \int_0^{\bar{x}} \bar{U}^{b-1}(\bar{\xi})\bar{r}_0^{7/6}(\bar{\xi})d\bar{\xi}, \quad (3.18')$$

где

$R_{\text{вх}} = \frac{U_{\text{вх}} L}{\nu}$  — рейнولدсово число, взятое по входной скорости  $U_{\text{вх}}$

и характерной длине  $L$ .

Положив в (3.18')

$$R^{**} = \frac{U \delta^{**}}{\nu} = \bar{U} \bar{\delta}^{**} R_{\text{вх}},$$

получим следующую формулу для безразмерной толщины потери импульса  $\bar{\delta}^{**}$

$$\bar{\delta}^{**} = \left[ \frac{a}{153,2 R_{\text{вх}}^{0,17} \bar{U}^{b-1}(\bar{x}) \bar{r}_0^{-1/a}(\bar{x})} \int_0^{\bar{x}} \bar{U}^{b-1}(\bar{\xi}) \bar{r}_0^{-1/a}(\bar{\xi}) d\bar{\xi} \right]^{0,7} \quad (3.19)$$

Если на входе в диффузор ( $x=0$ ) толщина пограничного слоя не равняется нулю, а имеет некоторое значение  $\delta_{\text{вх}}$ , которому соответствует толщина потери импульса  $\delta_{\text{вх}}^{**}$ , то для формпараметра  $f$  получим, согласно (3.14), следующее выражение:

$$f(x) = \frac{U'(x)}{U^b(x) r_0^{-1/a}(x)} \left[ a \int_0^x U^{b-1}(\xi) r_0^{-1/a}(\xi) d\xi + \frac{U^b(0) r_0^{-1/a}(0)}{U'(0)} f(0) \right], \quad (3.20)$$

где  $U(0)$ ,  $U'(0)$ ,  $r_0(0)$ , и  $f(0)$  соответствуют значениям  $U$ ,  $U'$ ,  $r_0$  и  $f$  на входе в диффузор, и в дальнейшем будут обозначаться через  $U_{\text{вх}}$ ,  $U'_{\text{вх}}$ , и т. д., причем согласно (3.5):

$$f(0) = \bar{f}_{\text{вх}} = \frac{\nu U'_{\text{вх}}}{U_{\text{вх}}^2} R_{\text{вх}}^{**} G(R_{\text{вх}}^{**}).$$

Подставив значение  $G(R^{**})$  из (3.10), получим:

$$\bar{f}_{\text{вх}} = \frac{153,2 \nu U'_{\text{вх}}}{U_{\text{вх}}^2} R_{\text{вх}}^{** \tau_{\text{вх}}},$$

где

$$R_{\text{вх}}^{**} = \frac{U_{\text{вх}} \delta_{\text{вх}}^{**}}{\nu}.$$

Таким образом:

$$f(x) = \frac{U'(x)}{U^b(x) r_0^{-1/a}(x)} \left[ a \int_0^x U^{b-1}(\xi) r_0^{-1/a}(\xi) d\xi + 153,2 \nu U_{\text{вх}}^{b-2} r_{0\text{вх}}^{-1/a} R_{\text{вх}}^{** \tau_{\text{вх}}} \right] \quad (3.21)$$

или в безразмерных величинах:

$$f(\bar{x}) = \frac{\bar{U}'(\bar{x})}{\bar{U}^b(\bar{x}) \bar{r}_0^{-1/a}(\bar{x})} \left[ a \int_0^{\bar{x}} \bar{U}^{b-1}(\bar{\xi}) \bar{r}_0^{-1/a}(\bar{\xi}) d\bar{\xi} + 153,2 \bar{r}_{0\text{вх}}^{-1/a} \frac{R_{\text{вх}}^{** \tau_{\text{вх}}}}{R_{\text{вх}}} \right], \quad (3.21')$$

где

$$R_{\text{вх}}^{**} = \frac{U_{\text{вх}} \delta_{\text{вх}}^{**}}{\nu} \quad R_{\text{вх}} = \frac{U_{\text{вх}} L}{\nu}.$$

Используя очевидное соотношение  $\frac{R_{\text{вх}}^{**}}{R_{\text{вх}}} = \bar{\delta}_{\text{вх}}^{**}$  и поступая так же, как при выводе формулы (3.19), для безразмерной толщины потери импульса получим:

$$\bar{\delta}^{**} = \left\{ \frac{1}{U^{b-1/2}(\bar{x}) \bar{r}_0^{1/2}(\bar{x})} \left[ \frac{a}{153,2 R_{\text{вх}}^{1/2}} \int_0^{\bar{x}} U^{b-1}(\bar{\xi}) \bar{r}_0^{1/2}(\bar{\xi}) d\bar{\xi} + \right. \right. \\ \left. \left. + (\bar{r}_{0\text{вх}} \bar{\delta}_{\text{вх}}^{**})^{1/2} \right] \right\}^{2/3} \quad (3.22)$$

Имея величину  $\bar{\delta}^{**}(\bar{x})$ , сразу можно определить  $\bar{\delta}^*$ , т. к.

$$\bar{\delta}^*(x) = H \bar{\delta}^{**}(\bar{x}) = (1,3 \div 1,4) \bar{\delta}^{**}(\bar{x}).$$

Как было сказано выше, изложенный метод расчета пограничного слоя пригоден при малых продольных перепадах давлений, когда турбулентный пограничный слой не близок к отрывному состоянию и поэтому можно было входящие в выражение  $F(\bar{i})$  функции  $\zeta(\bar{i})$  и  $H(\bar{i})$  заменить их значениями при  $\bar{i}=0$ , делая тем самым предположение в постоянстве  $H$  и  $\zeta$ .

При больших продольных перепадах давлений такое предположение недопустимо. В этом случае можно пользоваться табл. 2 для зависимостей величин  $\bar{\zeta} = \frac{\zeta}{\zeta_0}$  и  $\bar{H} = \frac{H}{H_0}$  от  $\bar{i} = \frac{i}{i_k}$ , заимствованной из статьи [9].

Здесь  $i_k$  — значение параметра  $i$  в точке отрыва  $x=x_s$ , а  $\zeta_0$  и  $H_0$  — значения  $\zeta$  и  $H$  при  $i=0$ .

Как известно, пограничный слой не только управляется внешним потоком, но и сам оказывает обратное влияние на внешний

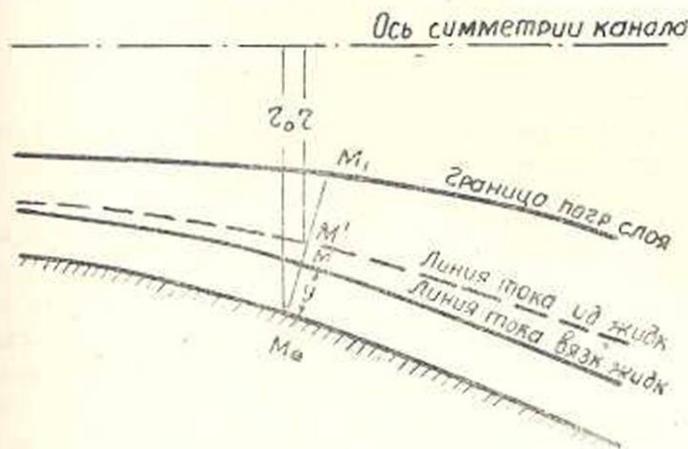
Таблица 2

| $\bar{i}$ | $\bar{\zeta}$ | $\bar{H}$ | $\bar{i}$ | $\bar{\zeta}$ | $\bar{H}$ | $\bar{i}$ | $\bar{\zeta}$ | $\bar{H}$ |
|-----------|---------------|-----------|-----------|---------------|-----------|-----------|---------------|-----------|
| -0,95     | 1,63          | 0,85      | -0,30     | 1,21          | 0,95      | 0,40      | 0,69          | 1,10      |
| -0,90     | 1,60          | 0,86      | -0,20     | 1,14          | 0,97      | 0,50      | 0,60          | 1,125     |
| -0,80     | 1,53          | 0,87      | -0,10     | 1,08          | 0,935     | 0,60      | 0,515         | 1,16      |
| -0,70     | 1,47          | 0,88      | 0         | 1,00          | 1,00      | 0,70      | 0,42          | 1,20      |
| -0,60     | 1,41          | 0,90      | 0,10      | 0,93          | 1,02      | 0,80      | 0,31          | 1,26      |
| -0,50     | 1,34          | 0,915     | 0,20      | 0,85          | 1,04      | 0,90      | 0,175         | 1,35      |
| -0,40     | 1,28          | 0,93      | 0,30      | 0,77          | 1,07      | 1,00      | 0             | 1,48      |

поток. Для количественной оценки этого влияния покажем, что в принятом ранее приближении  $\left(\frac{\partial y}{r_0} \ll 1\right)$  теорема Лойцянского ([1], стр. 641—645) остается в силе и в случае течения вязкой жидкости в диф-

фузоре круглого сечения и ее можно сформулировать так: действительное распределение давления по поверхности заданного диффузора совпадает с распределением давления при безвихревом течении в „фигтивном диффузоре“, образованном поверхностью смещенной относительно поверхности диффузора во внутрь потока на величину толщины вытеснения.

Для доказательства, наряду с действительным потоком жидкости в диффузоре, рассмотрим воображаемый потенциальный поток, который непрерывно распространяется в область, занятую — пограничным слоем. Рассмотрим (фиг. 7) действительную линию тока (сплошная линия) и линию тока потенциального потока (пунктирная линия); они совпадают на входе в диффузор.



Фиг. 7.

Составим условие одинаковости расхода в действительном и воображаемом потенциальном потоках проходящего через кольцевые сечения  $\overline{M_1 M}$  и  $\overline{M_1 M'}$ , отсчитанные от внешней границы пограничного слоя:

$$2\pi \int_0^{\delta} r u dy = 2\pi U \int_{y+\overline{MM'}}^{\delta} r dy .$$

Отсюда следует, что:

$$\int_y^{\delta} \left( 1 - \frac{\beta y}{r_0} \right) \frac{u}{U} dy = - \int \left( 1 - \frac{\beta y}{r_0} \right) dy . \quad (3.23)$$

Из последнего выражения получим:

$$\int_y^{\delta} \left( 1 - \frac{\beta y}{r_0} \right) dy = \int_y^{\delta} \left( 1 - \frac{\beta y}{r_0} \right) \left( 1 - \frac{u}{U} \right) dy . \quad (3.24)$$

Обозначая

$$\int_y^{\delta} \left( 1 - \frac{\beta y}{r_0} \right) \left( 1 - \frac{u}{U} \right) dy = \delta^*(y), \quad (3.25)$$

из (3.24) получим следующее квадратное уравнение относительно  $\overline{MM'}$ :

$$\frac{\beta \overline{MM'}^2}{2r_0} - \overline{MM'} \left( 1 - \frac{\beta y}{r_0} \right) + \delta^*(y) = 0,$$

решение которого дает:

$$\overline{MM'} = \frac{r_0}{\beta} \left[ \left( 1 - \frac{\beta y}{r_0} \right) - \sqrt{\left( 1 - \frac{\beta y}{r_0} \right)^2 - \frac{2\beta}{r_0} \delta^*(y)} \right]. \quad (3.26)$$

На границе пограничного слоя ( $y = \delta$ ) по (3.26)  $\overline{MM'} = 0$  (обе линии совпадают).

На поверхности диффузора ( $y = 0$ ), где действительная линия тока совпадает с нулю:

$$\overline{MM'} = \frac{r_0}{\beta} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2\beta}{r_0} \Delta^*} \right). \quad (3.27)$$

Разлагая квадратный корень в ряд и опуская, ввиду малости значения,  $\Delta^*$  во всех степенях, кроме первой, получим (на поверхности диффузора)

$$(\overline{MM'})_{y=0} = \Delta^* = \int_0^{\delta} \left( 1 - \frac{\beta y}{r_0} \right) \left( 1 - \frac{u}{U} \right) dy. \quad (3.28)$$

При  $\frac{\beta y}{r_0} \ll 1$  будем иметь

$$(\overline{MM'})_{y=0} = \int_0^{\delta} \left( 1 - \frac{u}{U} \right) dy = \delta^*, \quad (3.29)$$

т. е. на поверхности диффузора отнесенные линии тока воображаемого потенциального потока равняется толщине вытеснения.

Таким образом, основная поверхность диффузора в случае действительного движения должна быть в воображаемом безвихревом потоке заменена некоторой „фиктивной“ поверхностью, образованной смещением основной поверхности внутрь потока на величину, равную толщине вытеснения, рассчитанной по действительному распределению давления. (В силу малости толщины пограничного слоя, давления в построенном таким образом потенциальном потоке, а следовательно, и продольные скорости будут совпадать с давлениями и скоростями в потоке на внешней границе пограничного слоя.)

Заметим, что в том случае, когда толщина пограничного слоя недостаточно мала по сравнению с радиусом сечения диффузора, смещение „фиктивной поверхности“ относительно действительной поверхности диффузора будет определяться величиной  $\overline{MM'}$ , определяемой по (3.27).

Расчет диффузора производится методом последовательных приближений. Сначала решается задача для случая безвихревого течения идеальной жидкости в диффузоре. По полученному распределению скоростей вдоль поверхности диффузора определяется поведение толщины вытеснения, по которой строится „фиктивная“ поверхность диффузора, и определяется идеальное распределение скоростей по этой поверхности и т. д. Практически бывает достаточным ограничиться одним-двумя приближениями.

#### 4. Расчет конического диффузора

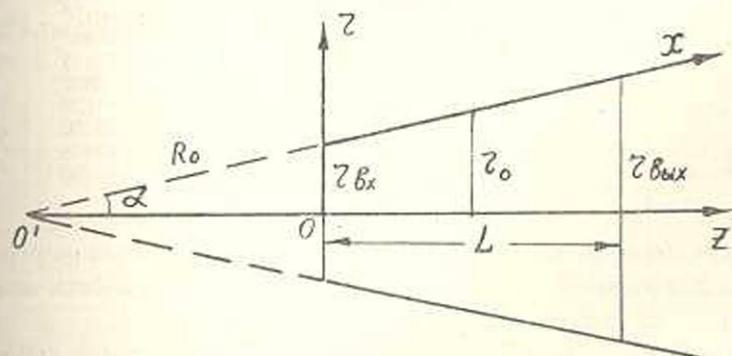
Для иллюстрации хода расчета по вышеизложенному методу, произведем расчет конического диффузора, параметры которого суть: длина  $L=1,1$  м, входной радиус  $r_{вх}=0,175$  м, и выходной радиус  $r_{вых}=0,300$  м, при  $R_{вх}=2,1 \cdot 10^6$ .

Так как диффузор конический, то естественно поле скоростей или давлений принять в первом приближении таким же, как и соответствующее поле от точечного источника (в последнем случае линии тока прямолинейны). В дальнейшем перейдем к безразмерным величинам, принимая за масштаб длины длину диффузора, за масштаб скорости — осевую скорость во входном сечении. Обозначения оставляем те же.

Уравнение образующей диффузора будет:

$$r = r_{вх} + \frac{r_{вых} - r_{вх}}{L} z.$$

Абсцисса расположения источника (фиг. 8)



Фиг. 8.

$$z_0 = \frac{r_{\text{вх}}}{r_{\text{вх}} - r_{\text{вх}}} = 1,40.$$

Расстояние от кромки входного сечения до точечного источника

$$R_0 = \sqrt{z_0^2 + r_{\text{вх}}^2} = 1,41.$$

Полная скорость в любой точке на стенке диффузора будет

$$U = \left( \frac{z_0}{R_0 + x} \right)^2,$$

где  $x$  измеряется вдоль образующей диффузора.

Воспользовавшись (3.17') и (3.19) и учитывая очевидную связь:

$$r_0 = x \sin \alpha + r_{\text{вх}} = \frac{r_{\text{вх}}}{R_0} (x + R_0),$$

после простых расчетов получим:

$$f = -0,43 \left[ \left( 1 + \frac{x}{1,41} \right)^{5,43} - 1 \right],$$

$$z^{**} = \frac{0,00198}{R_{\text{вх}}^{0,17}} \left( 1 + \frac{x}{1,41} \right)^{1,31} \left[ \left( 1 + \frac{x}{1,41} \right)^{5,43} - 1 \right].$$

Путем деления  $f(x)$  на  $f_0 = -3,3$  получим  $\bar{f}(x)$ , затем из табл. 2 определяем  $H(\bar{f})$ . После этого

$$z^*(x) = H(\bar{f}) z^{**}(x).$$

Основные результаты расчетов приводятся в табл. 3.

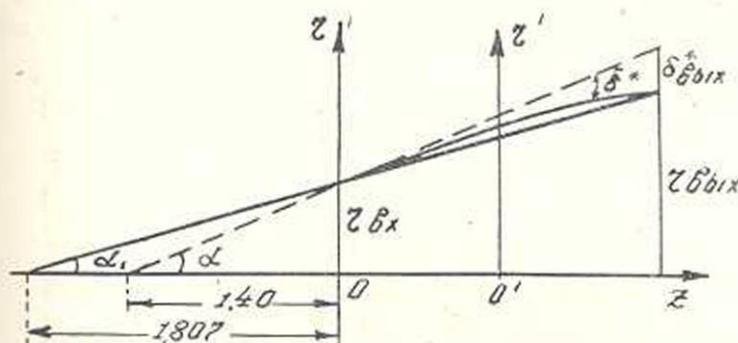
Таблица 3

| $x$ | $-\bar{f}$ | $z^{**}$ | $\bar{f}$ | $\bar{H} = \frac{H}{1,4}$ | $H$  | $z^*$    | $z^* \cos \alpha$<br>( $\alpha=0,993$ ) |
|-----|------------|----------|-----------|---------------------------|------|----------|---|
| 0   | 0          | 0        | 0         | 1,00                      | 1,40 | 0        | 0                                       |
| 0,1 | 0,194      | 0,000314 | 0,0590    | 1,01                      | 1,41 | 0,000413 | 0,00044                                 |
| 0,2 | 0,456      | 0,000705 | 0,138     | 1,03                      | 1,44 | 0,001015 | 0,00101                                 |
| 0,3 | 0,797      | 0,001220 | 0,241     | 1,05                      | 1,47 | 0,00179  | 0,00178                                 |
| 0,4 | 1,244      | 0,001910 | 0,377     | 1,09                      | 1,52 | 0,00291  | 0,00289                                 |
| 0,5 | 1,805      | 0,002780 | 0,548     | 1,14                      | 1,60 | 0,00412  | 0,00409                                 |
| 0,6 | 2,525      | 0,003960 | 0,766     | 1,24                      | 1,74 | 0,00687  | 0,00682                                 |
| 0,7 | 3,400      | 0,005410 | 1,030     | 1,48                      | 2,07 | 0,01120  | 0,01110                                 |
| 0,8 | 4,520      | 0,007250 | 1,370     | 1,48                      | 2,07 | 0,01500  | 0,01490                                 |
| 0,9 | 5,840      | 0,009550 | 1,770     | 1,48                      | 2,07 | 0,01975  | 0,01960                                 |
| 1,0 | 7,480      | 0,012000 | 2,270     | 1,48                      | 2,07 | 0,02480  | 0,02460                                 |

Откладывая от конической поверхности диффузора внутрь потока толщину вытеснения получим „фигтивную“ поверхность диффузора, показанную на фиг. 9.

Теперь надо определить идеальное распределение скоростей по этой „фигтивной“ поверхности. Для этого воспользуемся методом, предложенным в § 2. Сравнивая кривую меридионального сечения

фиктивного диффузора с серией теоретических кривых, видим, что она мало отклоняется от линии тока источника. Поэтому, если за



Фиг. 9.

серийную функцию тока принять функцию тока источника и использовать некоторую исправляющую функцию тока  $\psi^{(доп)}$ , получим функцию тока исправленного движения.

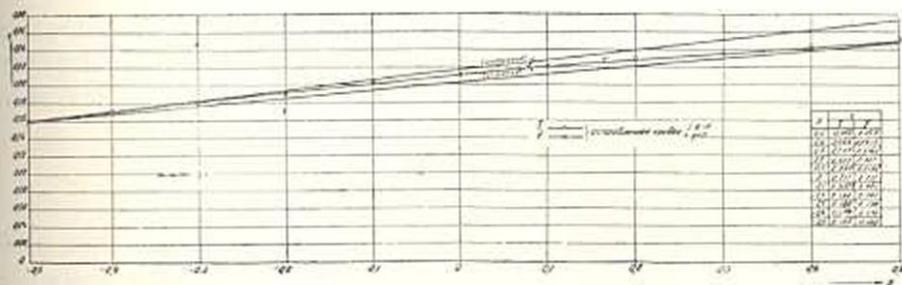
Тогда

$$\psi^{(сер)} = 1 - \cos z_1 = 1 - \frac{1,807 + z}{\sqrt{(1,807 + z)^2 + r^2}}$$

В нашем случае  $r_1 = 0,203$ ,  $r_2 = 0,211$ ,  $b = d = 0,5$ . Принимая параметр  $\kappa = 0,5$  (при котором на концах интервала дополнительная скорость имеет величину порядка 2% от основной скорости), получим:  $A = 0,01288$ ,  $B = -0,985 A$ . Дополнительное распределение скорости будет иметь следующее выражение:

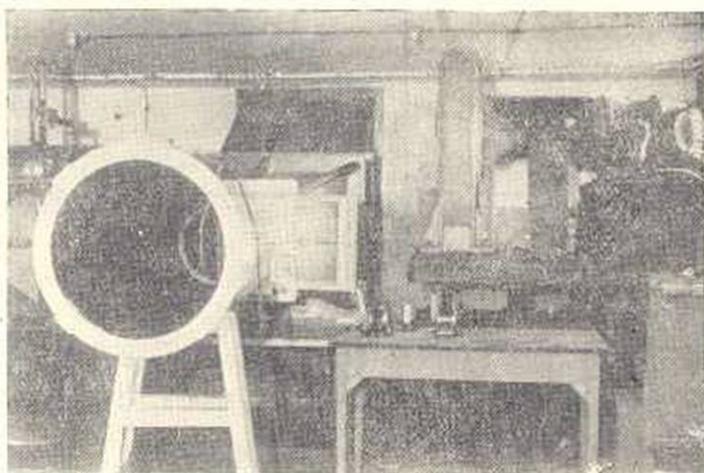
$$V_{az}^{(доп)} = 0,01288 (1 - 0,985z) e^{-4z^2}$$

Затем по (2.10) или (2.12) определяем составляющие скорости и функцию тока в каждой точке течения, после чего строим исправленный профиль диффузора. Результаты расчетов приведены на фиг. 10 и в табл. 4.



Фиг. 10.

Этот диффузор был исследован экспериментально. Общий вид экспериментальной установки показан на фиг. 11. Воздух из помещения засасывался центробежным компрессором и нагнетался в напорную камеру, где, проходя через ряд сеток, успокаивался и под дав-



Фиг. 11.

лением поступал в четырехугольный переходной участок, заканчивающийся конфузуром. На выходе конфузора получалось почти равномерное поле скоростей. Из конфузора воздух попадал в исследуемый диффузор. В одиннадцати сечениях на стенке диффузора были сделаны отверстия диаметром 1 мм для измерения давлений.

Измерение давлений на поверхности диффузора выполнялось обычным путем — с помощью дренажных отверстий в соответствующих сечениях. Постоянство давления по сечению проверялось и оказывалось достаточно удовлетворительным.

В различных точках на образующей диффузора определялись значения величины

$$C_p = \frac{P_{\text{вых}} - P}{\frac{\rho V_{\text{вх}}^2}{2}},$$

представляющей функцию безразмерного расстояния  $z$ , определяемого отношением расстояния  $z_1$  от данного сечения до входного, к длине  $L$  диффузора. При этом коэффициент полезного действия получается равным

$$\eta_x = C_p(0).$$

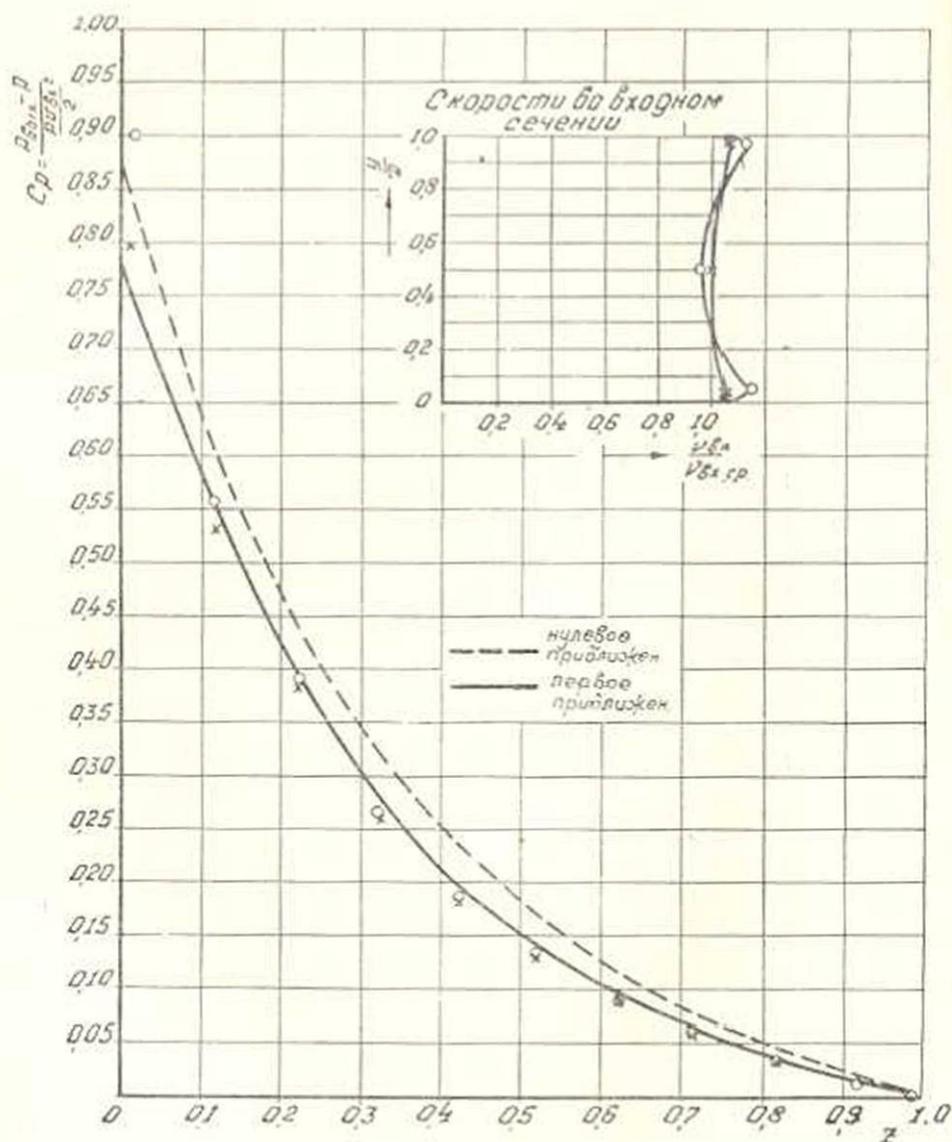
На фиг. 12 приведен результат сравнения теоретического расчета (последняя графа табл. 4) и экспериментального определения величины  $C_p$ .

| $z$  | $r$    | $V_z^{(cep)}$ | $V_r^{(cep)}$ | $V_z^{(aon)}$ | $V_r^{(aon)}$ |
|------|--------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| -0,5 | 0,160  | 0,9883        | 0,0377        | 0,0189        | -0,0064       |
| -0,4 | 0,170  | 0,8875        | 0,0793        | 0,0314        | -0,0070       |
| -0,3 | 0,180  | 0,8035        | 0,0680        | 0,0398        | -0,0062       |
| -0,2 | 0,191  | 0,7260        | 0,0658        | 0,0462        | -0,0038       |
| -0,1 | 0,201  | 0,6610        | 0,0602        | 0,0485        | 0,0005        |
| 0    | 0,211  | 0,6065        | 0,0555        | 0,0461        | 0,0050        |
| 0,1  | 0,2195 | 0,5570        | 0,0510        | 0,0389        | 0,0087        |
| 0,2  | 0,227  | 0,5138        | 0,0466        | 0,0292        | 0,0102        |
| 0,3  | 0,2345 | 0,4740        | 0,0426        | 0,0191        | 0,0101        |
| 0,4  | 0,2415 | 0,4405        | 0,0393        | 0,0105        | 0,0032        |
| 0,5  | 0,249  | 0,4100        | 0,0364        | 0,0047        | 0,0057        |

Таблица 4

| $V_z^{(cep)} - V_z^{(дон)}$ | $V_r^{(cep)} - V_r^{(дон)}$ | $V_z^2$ | $V_r^2$ | $V^2$  | $C_p = V^2 -$<br>$-V_{вых}^2$ |
|-----------------------------|-----------------------------|---------|---------|--------|-------------------------------|
| 0,9694                      | 0,0941                      | 0,9400  | 0,0089  | 0,9489 | 0,7837                        |
| 0,8561                      | 0,0863                      | 0,7415  | 0,0074  | 0,7489 | 0,5337                        |
| 0,7637                      | 0,0742                      | 0,5830  | 0,0055  | 0,5885 | 0,4233                        |
| 0,6798                      | 0,0396                      | 0,6423  | 0,0048  | 0,4671 | 0,3019                        |
| 0,6125                      | 0,0597                      | 0,3752  | 0,0036  | 0,3788 | 0,2136                        |
| 0,5604                      | 0,0505                      | 0,3141  | 0,0026  | 0,3166 | 0,1514                        |
| 0,5181                      | 0,0423                      | 0,2685  | 0,0018  | 0,2703 | 0,1051                        |
| 0,4846                      | 0,0354                      | 0,2348  | 0,0013  | 0,2361 | 0,0709                        |
| 0,4549                      | 0,0325                      | 0,2070  | 0,0011  | 0,2081 | 0,0429                        |
| 0,4300                      | 0,0311                      | 0,1850  | 0,0010  | 0,1860 | 0,0208                        |
| 0,4053                      | 0,0307                      | 0,1643  | 0,0009  | 0,1652 | 0                             |

Как видно из этого графика, экспериментальные точки (крестики) достаточно хорошо ложатся на теоретическую кривую (сплошная линия). На входе в диффузор экспериментальная точка лежит несколько выше теоретической. Это можно объяснить тем, что при теоретическом расчете профиль скоростей на входе принимался однородным, а в эксперименте профиль скоростей все же представлял собой



Фиг. 12.

слегка вогнутую кривую (завышение скорости у стенок). Эта вогнутость профиля скоростей при удалении от входа постепенно сглаживается и экспериментальные точки мало отличаются от теоретических.

Кружками на том же графике обозначены величины  $C_p$  для того случая, когда профиль скоростей на входе получался недостаточно однородным. Можно заключить, что и в этом случае совпадение с теорией хорошее. Только во входном сечении значение  $C_p$  оказалось преувеличенным. Это и подтверждает ранее сказанное о влиянии формы профиля скоростей на входе.

Очевидно, что для правильного экспериментального определения коэффициента  $\eta$  необходимо добиваться однородности профиля скоростей на входе, в противном случае, точное определение этого коэффициента становится невозможным.

### Заключение

В статье предлагается новый метод для приближенного решения прямой задачи об определении поля скоростей и давлений в осесимметричном диффузоре (конфузоре) произвольного профиля. Метод основан на идее введения малых поправок в заранее известное теоретическое решение для диффузора (конфузора), по профилю близкого к рассчитываемому.

Разработанный метод решения прямой задачи применим при рассмотрении вопроса о влиянии вязкости на распределение давлений в диффузоре или конфузоре, что имеет особо важное значение при расчете диффузора.

Для учета влияния пограничного слоя использован приближенный метод расчета турбулентного пограничного слоя, предложенный Л. Г. Лойцянским и распространен на случай пограничного слоя в осесимметричном канале переменного сечения.

Как показали проведенные расчеты, метод дает хорошее совпадение теоретически рассчитанного к. п. д. с действительным, при условии однородности поля скоростей на входе и малой толщины пограничного слоя сравнительно с радиусом поперечного сечения диффузора

$$\left( \frac{\delta}{r_0} \ll 1 \right).$$

В заключение считаю своим приятным долгом выразить благодарность профессору доктору физ.-мат. наук Л. Г. Лойцянскому за ценные указания по данной работе.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. Гостехиздат, 1950.
2. Саноян В. Г. Построение очертания плоских и осесимметричных диффузоров и конфузоров напорной системы по заданному распределению скорости на оси. Изв. АН Армянской ССР, серия ФМЕТ наук, VIII, 6, 1955.
3. Янке Е. и Эмде Ф. Таблицы функций с формулами и кривыми. ГТТИ, 1948.
4. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой на теле вращения. ДАН СССР, т. XXXVI, № 6, 1942.
5. Лойцянский Л. Г. Приближенный метод расчета турбулентного пограничного слоя на профиле крыла. Прикл. мат. и мех., стр. 433—448, т. IX, 1945.