ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Ֆիզ.-մաթ., բն. և տեխն. գիտութ. VIII, № 6, 1955 Физ.-мат., естеств. и техн. науки

ГИДРОМЕХАНИКА

В. Г. Саноян

Построение очертания плоских и осесимметричных конфузоров и диффузоров напорной системы по заданному распределению скорости на оси

1. Введение

В инженерной практике зачастую требуется осуществить изменение размеров и формы поперечного сечения водовода на сравнительно коротком участке. Такие участки водовода, как известно, называются диффузорами и конфузорами. Основное требование, которое предъявляется к гидромеханическому расчету диффузоров и конфузоров напорной системы состоит в том, чтобы при расширении водовода поток не отставал от стенки его (т. е. не произошел срыв пограничного слоя), а это, в свою очередь, упирается в необходимость задания плавного, монотонного распределения скоростей вдоль стенок.

Постановка задачи такова: задан закон изменения продольных скоростей на оси расширяющихся и суживающихся потоков идеальной несжимаемой жидкости; требуется найти очертание водовода (линия тока). При этом нами рассматривается два случая: 1) конфузор и диффузор как переходный патрубок от одного диаметра трубы к другому диаметру (или конфузор и диффузор с двумя асимптотами), 2) диффузоры, работающие на выхлоп (диффузор с одной асимптотой).

Влияние пограничного слоя в настоящей статье не учитывается.

2. Представление решения в виде определенного интеграла

Рассмотрим уравнение Лапласа для определения потенциала скоростей осесимметричного безвихревого движения идеальной несжимаемой жидкости

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)=0, \qquad (2.1)$$

где: r и z — цилиндрические координаты.

Его интеграл можно представить в форме

$$\varphi(r, z)=\frac{1}{\pi}\int^{\pi}\varphi_0(t)\,d\omega, \qquad (2.2)$$

где: $\varphi_0(t)$ — аналитическая функция комплексного переменного $t=z+$ $+ir\cos\omega$ во всей области течения.

Производная $\varphi_0'(t)$, вычисленная на оси потока, т. е. при $r=0$, имеет в нашем случае простой физический смысл. Составим выражение для составляющей скорости, параллельной оси течения:

$$v_z(r, z) = \frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^\pi \varphi_0'(z + i r\cos\omega)\, d\omega \tag{2.3}$$

и определим ее на оси потока. Тогда будем иметь:

$$v_{z_0} = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^\pi \varphi_0'(z)\, d\omega = \varphi_0'(z). \tag{2.4}$$

Таким образом, производная $\varphi_0'(z)$ представляет собою распределение скорости v_z вдоль оси симметрии течения. Задаваясь видом функции

$$v_{z_0} = \varphi_0'(z) = f_0(z), \tag{2.5}$$

найдем по (2.2) распределение осевых и радиальных скоростей во всей области течения:

$$\left.\begin{aligned} v_z(r, z) &= \frac{1}{\pi}\int\limits_0^\pi f_0(z + ir\cos\omega)\, d\omega, \\ v_r(r, z) &= \frac{i}{\pi}\int\limits_0^\pi f_0(z + ir\cos\omega)\cos\omega\, d\omega. \end{aligned}\right\} \tag{2.6}$$

Используя уравнение (2.2), а также соотношения:

$$\frac{\partial\psi}{\partial z} = -r\frac{\partial\varphi}{\partial r};\quad \frac{\partial\psi}{\partial r} = r\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

и условие

$$\psi = 0 \quad \text{при} \quad r = 0,$$

функцию тока в свою очередь можно представить в виде определенного интеграла. Тогда будем иметь:

$$\psi(r, z) = \int\left(-r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\, dz + r\frac{\partial\varphi}{\partial z}\, dr\right) = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^r r\, dr\int\limits_0^\pi \varphi_0'(z + ir\cos\omega)\, d\omega \tag{2.7}$$

или

$$\psi(r, z) = -\frac{ir}{\pi}\int\limits_0^\pi \varphi_0(z + ir\cos\omega)\cos\omega\, d\omega.$$

Из вышеизложенного следует, что если на оси потока задано распределение осевой скорости, то можно найти скорости в любой точке потока. Задавая распределение скорости на оси в виде монотонно убывающей функции, получим течение в диффузоре, в обратном случае — течение в конфузоре.

3. Представление решения в виде степенных рядов

При произвольном виде функции $f_0(z)$ не всегда удается вычислить интегралы (2.2), (2.6), (2.7) в конечном виде.

Поэтому представляется необходимым искать решение в виде бесконечного ряда. Иногда удобно пользоваться асимптотическим разложением, иногда же разложением по специальным функциям.

Используя то обстоятельство, что $f_0(t)$ является аналитической функцией для всех значений своего комплексного аргумента, можно ее разложить в степенный ряд

$$f_0(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f_0^{(n)}(0)}{n!} t^n . \tag{3.1}$$

Тогда, подставив эти разложения в (2.6) и (2.7) и замечая, что

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos^{2n}\omega\, d\omega = \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2} ,$$

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos^{2n-1}\omega\, d\omega = 0,$$

получим:

$$\left.\begin{aligned}
v_z(r,z) &= \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{km} \frac{a_n\, n!\,(-1)^k}{2^{2k}(k!)^2(n-2k)!}\, r^{2k} z^{n-2k} ,\\
v_r(r,z) &= \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=0}^{km} \frac{a_n\, n!\,(-1)^{k+1} r^{2k+1} z^{n-2k-1}}{2^{2k+1}(k!)^2(n-2k-1)!\,(k+1)} ,\\
\psi(r,z) &= \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{km} \frac{a_n\, n!\,(-1)^k r^{2k+2} z^{n-2k}}{2^{2k+1}(k!)^2(n-2k)!\,(k+1)} ,\\
\varphi(r,z) &= \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{km} \frac{a_n\, n!(-1)^k}{2^{2k}(k!)^2(n-2k+1)!}\, r^{2k} z^{n-2k+1} ,
\end{aligned}\right| \tag{3.2}$$

где принято обозначение

$$\frac{f_0^{(n)}(0)}{n!} = a_n .$$

Распределение скорости на оси ($r=0$) потока может быть выражено степенным рядом

$$v_{0z}=\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n.$$

Выразим составляющие скорости, функцию тока и потенциал скоростей через производные от функции распределения скорости на оси канала.

Для этого разложим $f_0(t)$ в степенной ряд вблизи оси z.

Действуя так же, как при выводе формул (3.2), получим [1]:

$$\left.\begin{aligned}
v_z &= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^{2n}(n!)^2}r^{2n}f_0^{(2n)}(z),\\
v_r &= \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 2n}{2^{2n}(n!)^2}r^{2n-1}f_0^{(2n-1)}(z),\\
\psi &= \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}2n}{2^{2n}(n!)^2}r^{2n}f^{(2n-1)}(z),\\
\varphi &= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^{2n}(n!)^2}r^{2n}\varphi_0^{(2n)}(z).
\end{aligned}\right| \qquad (3.3)$$

Простейшим примером использования вышеприведенных формул может служить простое линейное распределение скорости на оси канала:

$$f_0(z)=a_0+a_1 z. \qquad (3.4)$$

Тогда, если положить $a_n=0$, $n\geqslant 2$, то из (3.2) получим:

$$v_z=a_0+a_1 z,$$

$$v_r=-\frac{a_1}{2}r,$$

$$\psi=(a_0+a_1 z)\frac{r^2}{2}.$$

Линии тока определяются уравнением:

$$(a_0+a_1 z)\,r^2=\text{const}=1.$$

Определим параметры a_0 и a_1 из условия:

$$(r)_{z=0}=r_2,$$

$$(r)_{z=l}=r_1.$$

где l — длина диффузора. Тогда получим уравнение образующей круглого диффузора

$$r = \frac{r_2}{\sqrt{1 + \left[\left(\frac{r_2}{z_1}\right)^2 - 1\right]\frac{z}{l}}}.$$

Следует отметить, что такая форма диффузора была ранее изучена И. Е. Идельчиком и названа им „диффузором с постоянным градиентом скорости вдоль потока".

Экспериментальное исследование такого криволинейного диффузора с линейным распределением скорости на его оси показывает, что в этом случае коэффициент полезного действия получается выше, чем при других профилях (прямолинейный, дуга окружности и др.) [2].

4. Теоретические конфузоры и диффузоры с двумя и одной асимптотами

На практике встречаются два основных типа диффузоров и конфузоров:

а) диффузор и конфузор, как переходный патрубок от одного диаметра трубы к другому диаметру;

б) диффузор, работающий на выхлоп.

Первый из вышеуказанных типов мы в дальнейшем будем называть „диффузором с двумя асимптотами", второй — „диффузором с одной асимптотой".

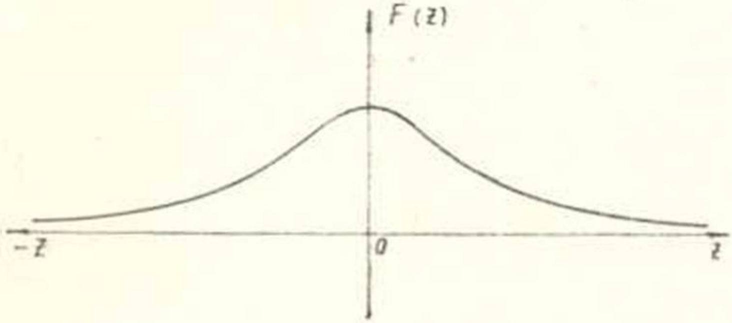
Для того, чтобы профиль водовода имел асимптоты, необходимо, чтобы заранее задаваемая функция $f_0(z)$ сама имела асимптоты.

Если непрерывная четная функция $F(z)$ (фиг. 1*а*) в начале координат имеет конечное значение (например, единица), а в бесконечности асимптотически приближается к нулю, то интеграл этой функции по z, т. е. $\int_0^z F(z)\,dz$ имеет две асимптоты, параллельные оси z (рис. 1*б*) (при условии, что $\int_0^z F(z)\,dz$ сходится при всех значениях z).

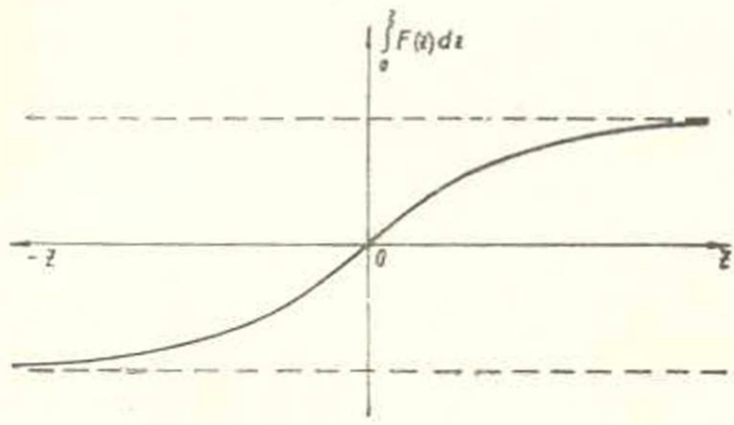
К числу функций такого типа относятся, например, функции:

$$\frac{1}{(1+z^2)^n}\ n \geqslant 1,\quad \frac{1}{\operatorname{ch}^n z}\ n \geqslant 1,\ e^{-z^{2n}}\ n \geqslant 1.$$

Действительно, во всех этих случаях $\int_0^z F(z)\,dz$ выражается в виде графика, изображенного на фиг. 1*б*, так как первая производная — $F(z)$ на конечных расстояниях от начала координат нигде не обращается в нуль и $\int_0^z F(z)\,dz$ не имеет максимумов и минимумов; кроме того, вторая производная — $F'(z)$ имеет нулевое значение в начале координат.



Фиг. 1*а*.



Фиг. 1*б*.

Следовательно, кривая $\int_0^z F(z)\,dz$ имеет в начале координат точку перегиба (третья производная в начале координат не равняется нулю).

Из вышесказанного следует, что для того, чтобы получить профили водоводов с двумя или одной асимптотами, распределение скорости на оси потока нужно задавать в виде:

$$f_0(z) = \frac{\mu+1}{2} - \frac{\mu-1}{2}\int_0^z F(z)\,dz, \tag{4.1}$$

где μ — отношение входной и выходной скоростей,

$F(z)$ — функция, удовлетворяющая вышеуказанным условиям.

В работе [3] для построения теоретических профилей водоводов в качестве $F(z)$ использована функция:

$$F(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\left(\frac{z^2}{2}\right)}. \tag{4.2}$$

В этом случае распределение скорости по оси канала выражается следующей функцией:

$$f_0(z) = \frac{\mu+1}{2} - \frac{\mu-1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^z e^{-\frac{z^2}{2}}\, dz. \tag{4.3}$$

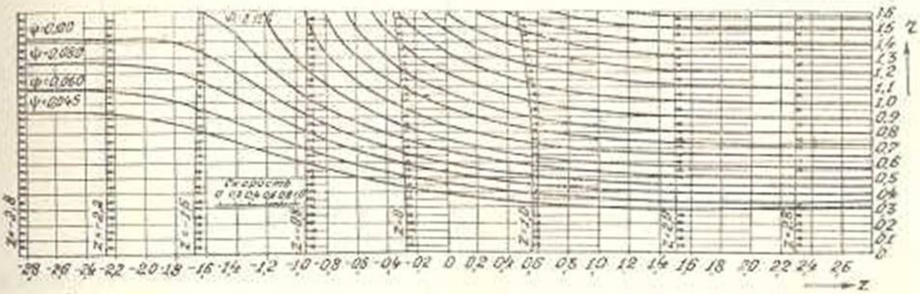
Составляющие скорости и функция тока могут определяться по формуле (3.3). В этом случае последовательные производные функции $f_0(z)$ в формулах (3.3) можно выразить через полиномы Эрмита:

$$H_n(z) = (-1)^n e^{\frac{1}{2}z^2} \frac{d^n}{dz^n}\left(e^{-\frac{1}{2}z^2}\right).$$

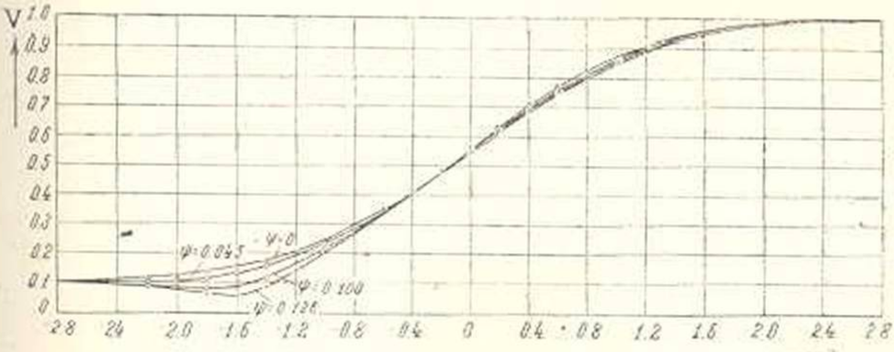
Тогда будем иметь:

$$f_0^{(n+1)}(z) = -(\mu-1)\, \frac{(-1)^n}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}z^2}\, H_n(z).$$

Для такого выражения $F(z)$ при $\mu = 0.1$ на фиг. 2 проведены линии тока движения. На графике показаны также эпюры скоростей по поперечному сечению водоводов. На фиг. 3 представлены измене-



Фиг. 2.



Фиг. 3.

ния скорости вдоль различных линий тока. Из фиг. 2 видно, что линии тока, начиная от $z = \pm 2{,}8$, становятся параллельными оси z. Движение представляет собой течение на переходном участке (диффузор или конфузор), который соединяет круглую цилиндрическую трубу определенного поперечного сечения с цилиндрической же трубой, имеющей сечение в десять раз большее или меньшее.

Если кривизна стенки вдоль потока является слишком большой, то в определенных точках могут получиться местные диффузоры (для конфузоров) или конфузоры (для диффузоров), в таких случаях появляются области обратного градиента давления, и может быстрее произойти отрыв пограничного слоя.

Например, как видно из фиг. 3, для линий тока $\psi = 0{,}126$ и $\psi = 0{,}1$ точки $z = -1{,}6$, $z = -1{,}8$ являются такими точками.

В качестве второго примера распределения скорости по оси водовода, приводящего к диффузору с двумя асимптотами, возьмем функцию [4]:

$$f_0(z) = \frac{\mu+1}{2} - \frac{\mu-1}{2}\,\mathrm{th}z^{1}. \tag{4.4}$$

По формулам (3.3) будем иметь:

$$\left.\begin{aligned} v_z &= \frac{\mu+1}{2} - \frac{\mu-1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n r^{2n}}{2^{2n}(n!)^2}\,\mathrm{th}^{(2n)}(z),\\ v_r &= \frac{\mu-1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 2_n}{2^{2n}(n!)^2}\,r^{2n-1}\,\mathrm{th}^{(2n-1)}(z),\\ \psi &= \frac{\mu+1}{4}r^2 - \frac{\mu-1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n r^{2n+2}\mathrm{th}^{(2n)}(z)}{2^{2n}(n!)^2(n+1)}. \end{aligned}\right\} \tag{4.5}$$

Для больших значений z можно пользоваться асимптотическим разложением thz:

$$\mathrm{th}z = \frac{1-e^{-2z}}{1+e^{-2z}} = 1 + 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n e^{-2nz}, \quad \text{для } 0 < z \leqslant -\infty$$

$$\mathrm{th}z = \frac{e^{2z}-1}{e^{2z}+1} = -1 - 2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n e^{2nz}, \quad \text{для } 0 > z \geqslant -\infty.$$

Тогда для $z > 0$

$$f_0(z) = 1 - (\mu-1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n e^{-2nz}.$$

---

[1] Это выражение получается подстановкой в (4.1) $\mathrm{sch}^2 z$ вместо $F(z)$.

и для $z<0$

$$f_0(z)=\mu+(\mu-1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n e^{2nz}.$$

Пользуясь формулами (2.6) и (2.7), получим: для $z>0$

$$v_z=1-(\mu-1)\cdot\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\int_0^{\pi}e^{-2n(z+ir\cos\omega)}d\omega=$$

$$=1-(\mu-1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n e^{-2nz}\cdot\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}e^{-i2nr\cos\omega}d\omega=$$

$$=1-(\mu-1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n e^{-2nz}J_0(2nr),$$

$$v_r=-(\mu-1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{i}{\pi}\int_0^{\pi}e^{-2n(z+ir\cos\omega)}\cos\omega\, d\omega=$$

$$=-(\mu-1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\frac{-i^{-1}}{\pi}e^{-2nz}\int_0^{\pi}e^{-2nir\cos\omega}\cos\omega\, d\omega=$$

$$=-(\mu-1)\sum_{n=1}^{\infty}e^{-2nz}J_1(2nr), \tag{4.6}$$

$$\psi=\frac{r^2}{2}-(\mu-1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n e^{-2nz}\int_0^{r}rdr\int_0^{\pi}e^{-2nir\cos\omega}d\omega=$$

$$=\frac{r^2}{2}-(\mu-1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n e^{-2nz}\int_0^{r}J_0(2nr)\,rdz=$$

$$=\frac{r^2}{2}-\frac{\mu-1}{2}r\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}e^{-2nz}J_1(2nr).$$

Для $z<0$ получим, действуя аналогичным образом:

$$\left.\begin{aligned}
v_z&=\mu+(\mu-1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n e^{2nz}J_0(2nr),\\
v_r&=(\mu+1)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n e^{2nz}J_1(2nr),\\
\psi&=\frac{\mu r^2}{2}+\frac{\mu-1}{2}r\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}e^{2nz}J_1(2nr).
\end{aligned}\right| \tag{4.6'}$$

При малых значениях r можно удовлетвориться двумя членами ряда; тогда при малых значениях $|z|$ получим

$$\psi = \frac{\mu+1}{4} r^2 - \frac{\mu-1}{4} r^2 \operatorname{th} z - \frac{\mu-1}{16} r^4 \operatorname{sch}^2 z \operatorname{th} z,$$

откуда

$$r^2 = 2\frac{(\mu+1)-(\mu-1)\operatorname{th} z - \sqrt{[(\mu+1)-(\mu-1)\operatorname{th} z]^2 - 4(\mu-1)\psi \operatorname{sch}^2 z \operatorname{th} z}}{(\mu-1)\operatorname{sch}^2 z \operatorname{th} z}. \qquad (4.7)$$

При больших значениях z, ограничиваясь двумя членами ряда, получим:

при $z > 0$

$$\psi = \frac{r^2}{2} + \frac{\mu-1}{2} r e^{-2z} J_1(2r) - \frac{\mu-1}{2} r e^{-4z} J_1(4z),$$

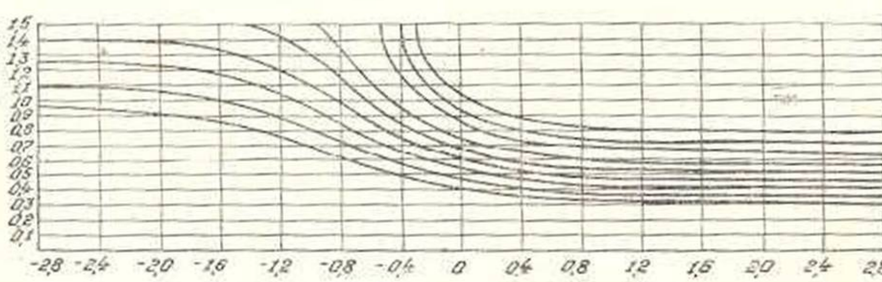
откуда

$$e^{-2z} = \frac{(\mu-1) r J_1(2r) - \sqrt{[(\mu-1) r J_1(2r)]^2 - 2(\mu-1) r J_1(4r)(2\psi - r^2)}}{(\mu-1) r J_1(4r)}. \qquad (4.8)$$

Аналогично, при $z < 0$:

$$e^{2z} = \frac{(\mu-1) r J_1(2r) - \sqrt{[(\mu-1) r J_1(2r)]^2 - 2(\mu-1) r J_1(4r)(\mu r^2 - 2\psi)}}{(\mu-1) r J_1(4r)}. \qquad (4.8')$$

На фиг. 4 изображены линии тока движения при $\mu = 0{,}1$. На фиг. 5. изображены формы конфузоров или диффузоров, рассчитанные по формулам (4.7) (4.8) и (4.8′), при $\mu = 2, 3, 4$ и 5.



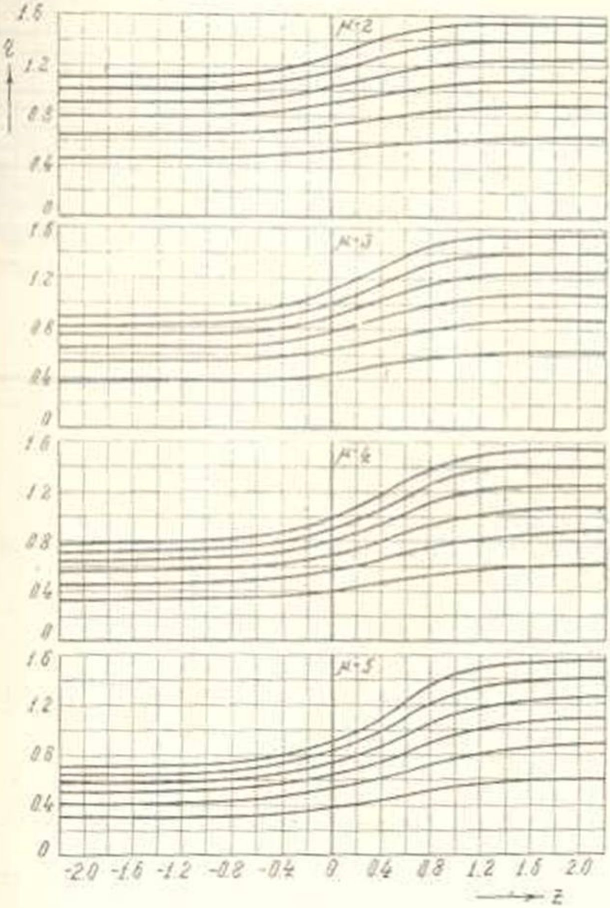
Фиг. 4.

Для того, чтобы получить формы водоводов с одной асимптотой, надо функцию распределения скорости на оси задать таким образом, чтобы скорость в бесконечности одного знака имела конечную величину, а в бесконечности другого знака нуль. Положим, например, что

$$f_0(z) = \frac{1}{2}(1 + \operatorname{th} z), \qquad (4.9)$$

тогда скорость на $z = +\infty$ будет 1, а на $z = -\infty$ 0.

Формула (4.9) является частным случаем формулы (4.4) (для водоводов с двумя асимптотами), когда $\mu = 0$.



Фиг. 5.

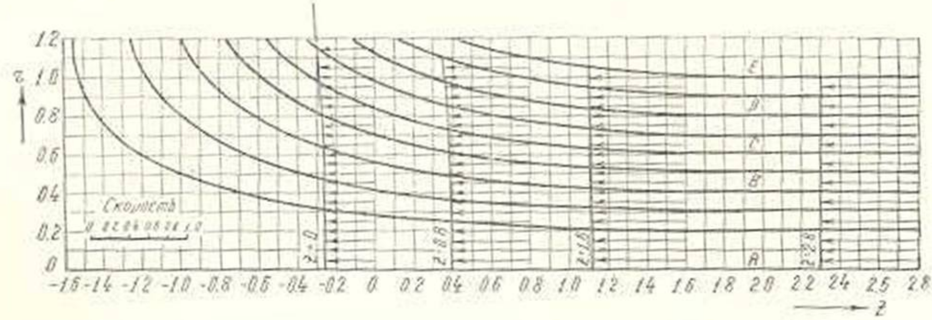
Таким образом, чтобы получить очертания водоводов с одной асимптотой, достаточно положить в формулах для водоводов с двумя асимптотами $\mu = 0$.

На фиг. 6. изображены линии тока в случае, когда распределение скорости на оси выражается функцией:

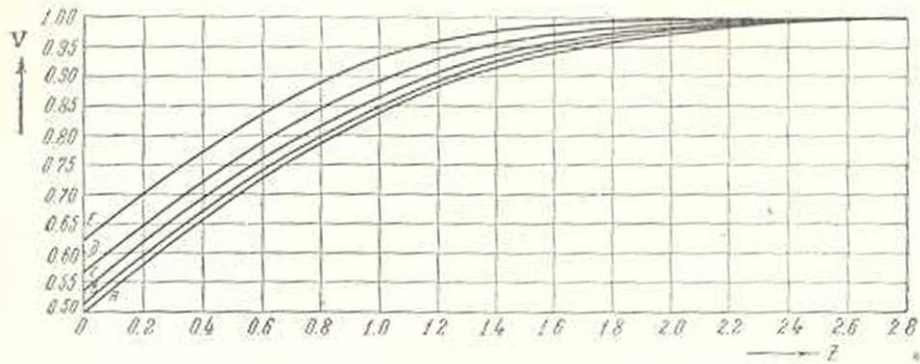
$$f_0(z) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^z e^{-\frac{z^2}{2}}\, dz\right). \tag{4.10}$$

являющейся частным случаем (4.3), когда $\mu = 0$.

На той же фигуре изображены эпюры скоростей в поперечных сечениях водовода. На фиг. 7 изображено распределение скоростей вдоль линий токов.



Фиг. 6.



Фиг. 7.

5. Плоские диффузоры или конфузоры

В случае плоского движения все предыдущие выкладки упрощаются. В этом случае сопряженная скорость $\overline{V}$ в каждой точке зависит от комплексной координаты z этой точки, т. е:

$$\overline{V}(z) = F(z), \tag{5.1}$$

или, если обозначить через u и v составляющие скорости соответственно на осях x и y, то можно написать:

$$u - iv = F(x + iy). \tag{5.1'}$$

Вычислим значение сопряженной скорости в плоскости симметрии течения (y = 0). По (5.1) будем иметь:

$$(\overline{V})_{y=0} = F(x). \tag{5.2}$$

Таким образом, если задать распределение скоростей F(x), то по (5.1) можно найти сопряженную скорость F(z) в любой точке течения. Имея сопряженную скорость, легко найти комплексный потенциал течения:

$$\chi = \int_0^z \overline{V}\, dz = \int_0^z F(z)\, dz, \tag{5.3}$$

а, следовательно, потенциал скоростей и функцию тока соответственно по формулам:

$$\begin{aligned} \varphi &= \text{действ. часть } \chi(z), \\ \psi &= \text{мним. часть } \chi(z). \end{aligned} \tag{5.4}$$

Имея функцию тока и потенциал скоростей, можно построить линию тока течения (которую принимаем за стенки водовода) и вычислить скорости в любой точке течения.

Для примера, зададим распределение скорости на плоскости симметрии течения, как в осесимметричном случае, в виде:

$$u_0 = \frac{\mu+1}{2} - \frac{\mu-1}{2}\,\mathrm{th}\,x. \tag{5.5}$$

Тогда сопряженная скорость будет:

$$\overline{V} = \frac{\mu+1}{2} - \frac{\mu-1}{2}\,\mathrm{th}\,z. \tag{5.6}$$

Теперь можем определить комплексный потенциал:

$$\chi = \int\limits_0^z \overline{V}\,dz = \frac{\mu+1}{2}z - \frac{\mu-1}{2}\ln\mathrm{ch}\,z. \tag{5.7}$$

Выделив из (5.7) мнимую часть, получим функцию тока

$$\psi = \frac{\mu+1}{2}y - \frac{\mu-1}{2}\,\mathrm{arctg}(\mathrm{th}\,x.\ \mathrm{tg}\,y). \tag{5.8}$$

Из этого выражения можно найти связь между x и y через параметр ψ:

$$x = \mathrm{arth}\,\frac{\mathrm{tg}\left(\dfrac{\dfrac{\mu+1}{2}y - \psi}{\dfrac{\mu-1}{2}}\right)}{\mathrm{tg}\,y}. \tag{5.9}$$

Задавая различные значения ψ, по этой формуле можно построить криволинейные плоские диффузоры и конфузоры.

Составляющие скорости будут:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{\mu+1}{2} - \frac{\mu-1}{2}\,\frac{\mathrm{sh}2x}{\mathrm{ch}2x+\cos 2y}, \\ v &= \frac{\mu-1}{2}\,\frac{\sin 2y}{\mathrm{ch}2x+\cos 2y}. \end{aligned}\right| \tag{5.10}$$

Квадрат полной скорости будет:

$$V^2 = \left(\frac{\mu+1}{2}\right)^2 + \frac{\left(\dfrac{\mu-1}{2}\right)^2(\mathrm{ch}2x-\cos 2y) - \dfrac{\mu^2-1}{2}\,\mathrm{sh}2x}{\mathrm{ch}2x+\cos 2y}. \tag{5.11}$$

Чтобы получить плоский водовод с одной асимптотой, достаточно положить в вышеприведенных формулах $\mu = 0$.

В качестве второго простого примера рассмотрим плоский криволинейный диффузор с линейным распределением скорости на оси. В этом случае имеем:

$$\bar{V} = a + bz, \tag{5.12}$$

откуда

$$\chi = az + \frac{bz^2}{2}. \tag{5.13}$$

Следовательно

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= ax + \frac{b}{2}(x^2 - y^2), \\ \psi &= ay + bxy. \end{aligned}\right| \tag{5.14}$$

Уравнение линии тока будет:

$$ay + bxy = \text{const} = 1. \tag{5.15}$$

Определяя a и b из условия

$$\begin{aligned} y/_{x=0} &= y_2, \\ y/_{x=l} &= y_1, \end{aligned} \tag{5.16}$$

получим уравнение образующей плоского диффузора

$$y = \frac{y_2}{1 + \left(\frac{y_2}{y_1} - 1\right)\frac{x}{l}}. \tag{5.17}$$

Точно такая же формула для образующей диффузора была получена И. Е. Идельчиком [2] исходя из постоянства градиента скоростей вдоль диффузора.

Полная скорость в диффузоре будет

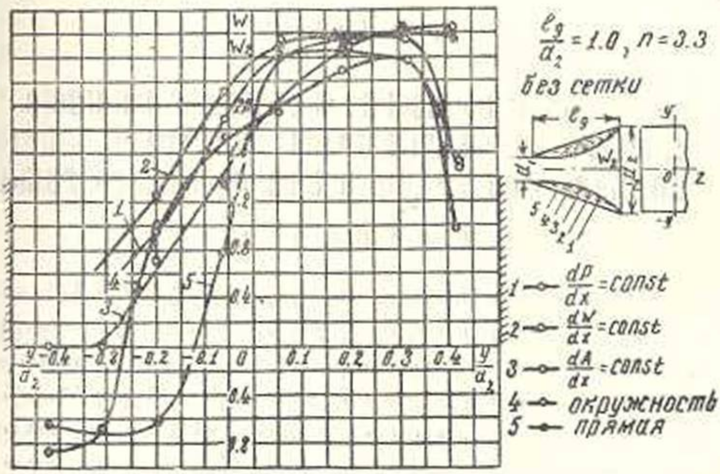
$$|V| = b\sqrt{\left(x + \frac{a}{b}\right)^2 + y^2}, \tag{5.18}$$

где

$$a = \frac{1}{y_2}, \quad b = \frac{1 - \frac{y_1}{y_2}}{ly_1}.$$

Из (5.18) очевидно, что изотахами скоростей в диффузоре служат окружности с центром $\left(-\frac{a}{b}, 0\right)$ и радиусом $\frac{|V|}{b}$. Отсюда следует, что скорости в поперечных сечениях диффузора с удалением от осевой плоскости (у стенок) растут. Но некоторое повышение скорости к стенкам диффузора не вредит делу, так как подтормаживание жидкости из-за вязкости вблизи стенок должны выправить поле.

На фиг. 8. показан график распределения скоростей по средней линии y в выходном сечении диффузоров с различными профилями стенок (по опытам И. Е. Идельчика [2]). Как видно из графика, по распределению скоростей в выходном сечении самую хорошую картину дает диффузор, профиль стенок которого построен по формуле (5.17) А так как лучшему распределению скоростей соответствуют меньшие потери, то вышеуказанный диффузор дает более высокий кпд (см. [2], табл. 2).



Фиг. 8.

Недостатком этого диффузора является отсутствие асимптоты на входе, которая необходима для плавного примыкания диффузора с трубой. Для устранения этого недостатка можно рекомендовать диффузор, профиль образующей которого определяется формулой (5.9).

Заключение

В статье указаны способы построения плоских и осесимметричных водоводов теоретического профиля, позволяющих легко рассчитать поля скоростей и давления в них.

По приведенным в статье формулам можно построить очертания двух на практике часто встречающихся типов водоводов:

а) диффузор или конфузор, как переходной патрубок от трубы одного диаметра к трубе другого диаметра (диффузор с двумя асимптотами);

б) диффузор, работающий на выхлоп (диффузор с одной асимптотой).

Водно-энергетический институт
АН Армянской ССР

Поступило 4 XII 1954

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. Гостехиздат, 1950.
2. *Идельчик И. Е.* Аэродинамика потока и потери напора в диффузорах. Промышленная аэродинамика (сборник № 3). ЦАГИ, 1947.
3. *Hsue-Shen Tsien.* O the Design of the contraction Cone for a Wind Tunnel. Journ. Aeron. Sc. vol. 10, № 2, 1943, p.p. 68—70.
4. *Szczeniowski B.* Contruction Cone for Wind Tunnel. JAS, October, 1943.

Վ. Գ. Սանոյան

ՀԱՐԹ ԵՎ ԱՌԱՆՑՔԱՅԻՆ ՍԻՄԵՏՐԻԱ ՈՒՆԵՑՈՂ՝ ՃՆՇՈՒՄԱՅԻՆ ՍԻՍՏԵՄԻ ԿՈՆՖՈՒԶՈՐՆԵՐԻ ԵՎ ԴԻՖՈՒԶՈՐՆԵՐԻ ԵԶՐԱԳԾԵՐԻ ԿԱՌՈՒՑՈՒՄՆ ԸՍՏ ԱՌԱՆՑՔԻ ՎՐԱ ՏՐՎԱԾ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԲԱՇԽՄԱՆ

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ինժեներական պրակտիկայում մեծ կիրառություն ունեն որոշակի երկարության վրա լայնացող և նեղացող խողովակները (դիֆուզորներ և կոնֆուզորներ)։ Հայտնի է, որ դիֆուզորների և կոնֆուզորների օգտակար գործողության գործակիցը կախված է նրա մեջ կատարվող հիդրոդինամիկ պրոցեսներից (տուրբուլենտության աստիճանից, պատերի վրա սահմանային շերտի զարգացումից և այլն)։ Դիֆուզորի աշխատանքի վրա վատթարագույն ազդեցություն ունի սահմանային շերտի պոկվելը պատերից, երբ դիֆուզորը դադարում է իր հիմնական աշխատանքը կատարելուց՝ ճնշումը վերականգնելուց, քանի որ նա այլևս չի աշխատում լրիվ հատվածքով։ Դիֆուզորի աշխատանքի նկատմամբ այդ վնասակար երևույթից խուսափելու համար հարկավոր է նրա պատերի եզրագիծը կառուցել այնպես, որպեսզի արագությունները (հետևաբար և ճնշումները) պատերի և առանցքի վրա փոխվեն սահուն և մոնոտոն։

Հոդվածում տրվում է ընդհանրական, անսեղմելի հեղուկի համար կորագիծը կոնֆուզորների և դիֆուզորների եզրագծերի կառուցման համար մեթոդ՝ ըստ արագությունների բաշխմանը նրանց առանցքների վրա։

Արագությունների բաշխման ֆունկցիան ըստ առանցքի հոդվածում նշանակված է $f_0(z)$։ Հոդվածում քննարկվում են այն դեպքերը, երբ f_0-ին համապատասխանում են (4.3) և (4.4) ֆունկցիաները (μ-ն իրենից ներկայացնում է դիֆուզորի կամ կոնֆուզորի ելքի և մուտքի արագությունների հարաբերությունը)։ Այդ դեպքերի համար տրված են համապատասխան բանաձևեր արագությունների բաղադրիչների (V_z, V_r) և հոսքի ֆունկցիայի (ψ) հաշվման համար։

Նկ. 2-ում ցույց են տրված դիֆուզորների և կոնֆուզորների եզրագծերն այն դեպքում, երբ արագությունների բաշխումը առանցքի երկարությամբ համապատասխանում է (4.3) ֆունկցիային, իսկ $\mu=0,1$։ Այդ նույն նկարում ցույց է տրված նաև արագությունների բաշխումն ըստ դիֆուզորների կամ կոնֆուզորների լայնական հատվածքի։ Նկ. 3-ում ցույց

է տրված արագությունների փոփոխումն ըստ տարբեր հոսքի գծերի (որոնք ընդունվում են որպես դիֆուզորների կամ կոնֆուզորների պատեր)։

Վերոհիշյալ դիֆուզորները հոդվածում անվանվում են «դիֆուզորներ երկու սահմանով»։ Համապատասխան բանաձևերում ընդունելով μ = 0, ստացվում է դիֆուզոր մեկ սահմանով։ Այդպիսի դիֆուզորների պատերի եզրագծերի տեսքը և արագությունների բաշխումը լայնական հատվածքներում ցույց են տրված նկ. 6-ում։ Ինչպես երևում է այդ նկարից, արագությունների դաշտը դիֆուզորի լայնական հատվածքներում բավականին համասեռ է (արագությունների որոշ անկում պատերի մոտ չի խանգարում գործին, որովհետև մածուցիկ հեղուկի արգելակող հատկությունը պատերի մոտ կարող է ուղղել դաշտը)։

Հարթ դիֆուզորների եզրագծեր ստանալու համար, որպես առանցքի վրա արագությունների բաշխման ֆունկցիա, հոդվածում օգտագործված է (5.5) ֆունկցիան։ Այդ դեպքում դիֆուզորի եզրագիծն արտահայտվում է (5.9) հավասարումով, իսկ արագությունների բաղադրիչները որոշվում են (5.10) արտահայտություններով։

Որպես պարզ օրինակ հոդվածում բերված է այն դեպքը, երբ առանցքի վրա տրվում է արագությունների գծային բաշխում։ Այդ դեպքում հարթ դիֆուզորի եզրագիծն արտահայտվում է (5.17) հավասարումով։ Նկ. 8-ում ցույց են տրված տարբեր եզրագծեր ունեցող դիֆուզորների՝ Ի. Ե. Իդելչիկի կողմից կատարված էքսպերիմենտալ հետազոտության արդյունքները։ Ինչպես երևում է նկարից, որտեղ ցույց է տրված արագությունների բաշխումը դիֆուզորների ելքի կտրվածքում, ամենալավ արդյունքը տալիս է այն դիֆուզորը, որի եզրագիծը կառուցված է ըստ (5.17) հավասարման։

Հոդվածում դիֆուզորի և կոնֆուզորի աշխատանքի վրա սահմանային շերտի ազդեցությունը հաշվի չի առնված։