

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

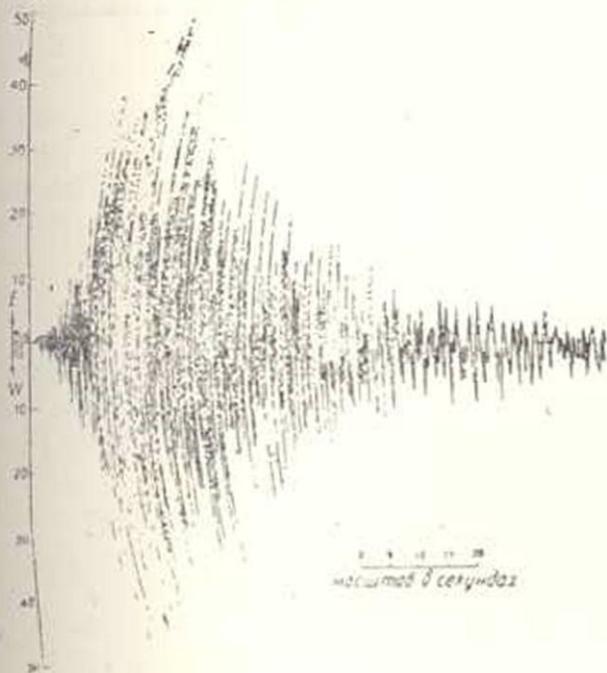
Б. К. Карапетян

Метод определения приведенных сейсмических ускорений

Определение действительных величин сил инерции, возникающих в сооружениях при землетрясении, необходимо для расчета сооружений на сейсмостойкость. В связи с этим большое практическое значение имеет правильная интерпретация закона колебания почвы при землетрясении.

В настоящей работе показан метод определения приведенных сейсмических ускорений, основанный на обработке акселерограмм, на которых дается непосредственно записанное ускорение почвы. Имея приведенные сейсмические ускорения, можно легко вычислить возникающую в сооружениях силу инерции в функции от времени.

С этой целью нами обработаны акселерограммы некоторых землетрясений. Для примера рассмотрим акселерограмму землетрясения 21 сентября 1931 г. в районе горы Чичибу, в 60 км к северо-западу от Токио [3], представленную на фиг. 1.



фиг. 1.

Построив огибающую этой акселерограммы, показанной на фиг. 1 (сплошная линия), подбираем уравнение, характеризующее эту кривую. Таковым оказалось

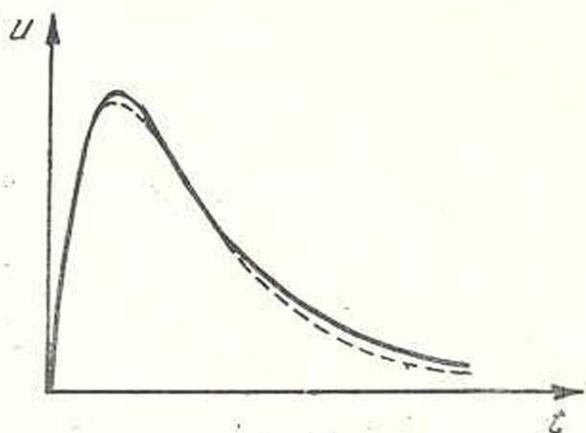
$$u = Ate^{-pt}, \quad (1)$$

которое было предложено нам А. Г. Назаровым, где u — огибающая максимальных ускорений, A и p — коэффициенты, подлежащие определению, t — время.

Для акселерограммы, показанной на фиг. 1, при принятии ускорения почвы равным 1 м/сек^2 ,

$$u = 23,5te^{-0,0855t}. \quad (1')$$

Кривая эта показана на фиг. 2 пунктирной линией. Она по своему характеру подобна огибающей акселерограммы.



Фиг. 2.

Выражение (1) у Баркана представляет собой смещение почвы во времени при взрывах [1], в то время как у нас оно дает закон изменения максимальных ускорений почвы при землетрясении.

В общем случае, как первое приближение, принимаем следующий закон ускорения почвы при землетрясении

$$y_0''(t) = Ate^{-pt} \sin mt. \quad (1'')$$

Дифференциальное уравнение колебаний сооружения, при представлении его как системы с одной степенью свободы, если для силы внутреннего трения принять гипотезу Е. С. Сорокина [2], будет

$$y'' + ky = y_0''(t),$$

где $k = k_0 \left(1 + i \frac{\psi}{2\pi} \right)$, $k_0 = \frac{c}{m}$, (2)

c — сила, вызывающая единичное смещение,
 m — масса.

При начальных условиях $t = 0$, $y = 0$, $y' = 0$

$$y = \frac{1}{k_0} \int_0^t e^{-\frac{\psi k_0}{4\pi}(t-\tau)} \operatorname{sink}_0(t-\tau_0) y'_0(\tau) d\tau. \quad (3)$$

Подставив вместо $y'_0(\tau)$ его значение (1'') в уравнение (3), получим:

$$y = \frac{1}{k_0} \int_0^t e^{-\frac{\psi k_0}{4\pi}(t-\tau)} \operatorname{sink}_0(t-\tau) A \tau e^{-p\tau} \sin m\tau d\tau. \quad (4)$$

Выразив синусы в комплексной форме:

$$\sin mt = \frac{e^{imt} - e^{-imt}}{2i},$$

$$\operatorname{sink}_0(t-\tau) = \frac{e^{ik_0(t-\tau)} - e^{-ik_0(t-\tau)}}{2i} \quad (5)$$

и произведя некоторые преобразования, получим:

$$y = \frac{A}{4k_0} e^{-\frac{\psi k_0 t}{4\pi}} \left\{ e^{ik_0 t} \left[\int_0^t \tau e^{[(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p) + i(m - k_0)]\tau} d\tau - \int_0^t \tau e^{[(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p) + i(m + k_0)]\tau} d\tau \right] - e^{-ik_0 t} \left[\int_0^t \tau e^{[(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p) + i(m + k_0)]\tau} d\tau - \int_0^t \tau e^{[(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p) - i(m - k_0)]\tau} d\tau \right] \right\}, \quad (6)$$

в котором интегралы все одного типа и имеют следующее решение

$$\int_0^t \tau e^{\alpha\tau} d\tau = \frac{1}{\alpha} t e^{\alpha t} - \frac{1}{\alpha^2} e^{\alpha t} + \frac{1}{\alpha^2}, \quad (7)$$

разница лишь в значениях α :

$$\alpha_1 = \left[\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right) + i(m - k_0) \right],$$

$$\alpha_2 = \left[\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right) - i(m + k_0) \right],$$

$$\alpha_3 = \left[\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right) + i(m + k_0) \right],$$

$$\alpha_4 = \left[\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right) - i(m - k_0) \right]. \quad (8)$$

Следовательно

$$y = \frac{A}{4k_0} e^{-\frac{\psi k_0 t}{4\pi}} \left\{ e^{ik_0 t} \left[\frac{1}{\alpha_1} t e^{\alpha_1 t} - \frac{1}{\alpha_1^2} e^{\alpha_1 t} + \frac{1}{\alpha_1^2} - \frac{1}{\alpha_2} t e^{\alpha_2 t} + \frac{1}{\alpha_2^2} e^{\alpha_2 t} - \frac{1}{\alpha_2^2} \right] - \right.$$

$$-e^{-ikt} \left[\frac{1}{\alpha_0} te^{\alpha_3 t} - \frac{1}{\alpha_3} e^{\alpha_3 t} + \frac{1}{\alpha_3} - \frac{1}{\alpha_4} te^{\alpha_4 t} + \frac{1}{\alpha_4} e^{\alpha_4 t} - \frac{1}{\alpha_4} \right] \quad (9)$$

или, обозначив выражение в фигурных скобках через u_0 , имеем

$$y = \frac{A}{4k_0} e^{-\frac{\psi k_0}{4\pi} t} u_0. \quad (9')$$

После некоторых преобразований u_0 выражается зависимостью

$$\begin{aligned} u_0 = & te^{(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p)t} \left[\frac{e^{imt}}{\alpha_1} - \frac{e^{-imt}}{\alpha_2} - \frac{e^{imt}}{\alpha_3} + \frac{e^{-imt}}{\alpha_4} \right] - \\ & e^{(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p)t} \left[\frac{e^{imt}}{\alpha_1^2} - \frac{e^{-imt}}{\alpha_2^2} - \frac{e^{imt}}{\alpha_3^2} + \frac{e^{-imt}}{\alpha_4^2} \right] + \\ & + \left[\frac{e^{ik_0 t}}{\alpha_1} - \frac{e^{ik_0 t}}{\alpha_2} - \frac{e^{-ik_0 t}}{\alpha_3} + \frac{e^{-ik_0 t}}{\alpha_4} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} e^{imt} &= \cos mt + i \sin mt, \\ e^{-imt} &= \cos mt - i \sin mt, \end{aligned} \quad (11)$$

получаем следующее выражение для определения приведенного сейсмического ускорения, представляющего постоянное статически приложенное ускорение, дающее то же максимальное смещение упругой системы, что и рассматриваемое землетрясение

$$\begin{aligned} a = k_0 \ddot{y} = & \frac{Ak_0}{2} \left\{ te^{-pt} \left(\left[\frac{\frac{\psi k_0}{4\pi} - p}{\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 + (m - k_0)^2} \right. \right. \right. \\ & - \left. \left. \frac{\frac{\psi k_0}{4\pi} - p}{\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 + (m + k_0)^2} \right] \cos mt + \left[\frac{m - k_0}{\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 + (m - k_0)^2} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{m + k_0}{\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 + (m + k_0)^2} \right] \sin mt \right) - e^{-pt} \left(\left[\frac{\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 - (m - k_0)^2}{\left[\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 + (m - k_0)^2 \right]^2} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 - (m + k_0)^2}{\left[\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 + (m + k_0)^2 \right]^2} \right] \cos mt + \left[\frac{2 \left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right) (m - k_0)}{\left[\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 + (m - k_0)^2 \right]^2} \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \frac{2 \left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right) (m + k_0)}{\left[\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 + (m + k_0)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \right] \sin mt \Bigg) + e^{-\frac{\psi k_0}{4\pi} t} \times \\
 & \times \left(\left[\frac{\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 - (m - k_0)^2}{\left[\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 + (m - k_0)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 - (m + k_0)^2}{\left[\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 + (m + k_0)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \right] \cos k_0 t + \right. \\
 & \left. + \left[\frac{2 \left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right) (m - k_0)}{\left[\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 + (m - k_0)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{2 \left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right) (m + k_0)}{\left[\left(\frac{\psi k_0}{4\pi} - p \right)^2 + (m + k_0)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \right] \sin k_0 t \right) \Bigg) \quad (12)
 \end{aligned}$$

Постоянными для данной акселерограммы величинами являются коэффициенты A и p и круговая частота вынужденных колебаний m .

Таким образом, в выражении (12) переменными величинами являются k_0 , ψ и t .

Нас интересуют максимальные величины силы инерции, поэтому необходимо брать такое значение t , которому соответствует максимальная величина приведенного сейсмического ускорения a . Однако вследствие того, что a зависит и от ψ и меняется в зависимости от последнего, то при данном периоде свободных колебаний для каждого значения ψ следует найти такое время t , при котором получается a_{\max} .

Таким образом, определение приведенных сейсмических ускорений, по выражению (12), сводится к следующему:

1. Для данного периода свободных колебаний и определенного коэффициента удельного внутреннего сопротивления устанавливается зависимость $a=f(t)$;

2. Путем приравнивания нулю первой производной a по t определяется значение t , соответствующее максимальной величине a (при данных T_k и ψ);

3. Подстановкой найденной величины t в выражение (12) определяется максимальное значение a .

Полученная величина a является максимумом максимумом, так как она определяется из огибающей приведенных сейсмических ускорений.

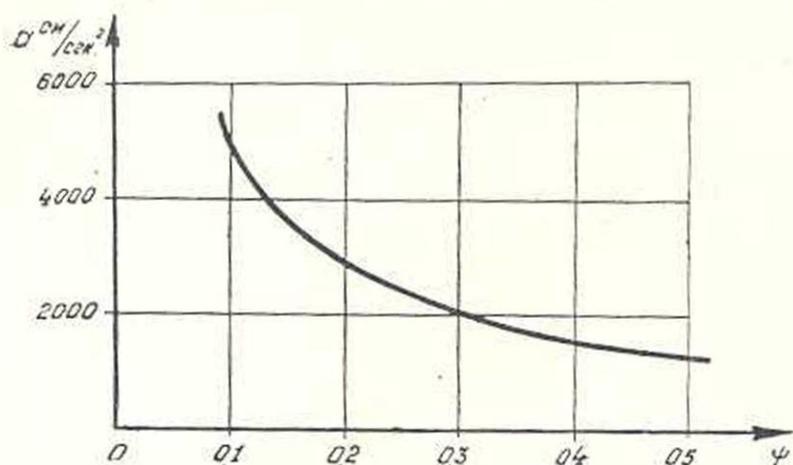
Для рассматриваемой акселерограммы период вынужденных колебаний равнялся 0,5 сек. Нами рассмотрены сооружения с периодами свободных колебаний $T_k = 0,05, 0,20, 0,40, 0,50$ и $0,6$ сек.

Для этих случаев, по выражению (12), определены величины приведенных сейсмических ускорений. Значения их сведены в таблицу 1.

Анализ полученных данных показывает, что влияние удельного внутреннего сопротивления на величину приведенного сейсмического ускорения сильно сказывается лишь в случае резонанса, что наглядно видно также на фиг. 3.

Таблица 1
Значения приведенных сейсмических ускорений a (см/сек²)

T_k (сек) \ ψ	0	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
0,05	102	102	102	102	102	102
0,20	121	120	120	120	120	120
0,40	287	281	280	279	277	276
0,50	20199	4908	2868	2010	1542	1246
0,60	249	237	232	229	227	226



В заключение отметим, что разработанный метод определения приведенных сейсмических ускорений может иметь практическое применение для оценки величины силы инерции, возникающей в сооружениях при землетрясении.

Пользуемся случаем принести свою благодарность Н. О. Гулкяна за проверку вычислений настоящей работы.

Институт строительных материалов
и сооружений АН Армянской ССР

Поступило 13 X 1954

ЛИТЕРАТУРА

1. Баркан Д. Д. Сейсмозрывные волны и действие их на сооружение. М., 1952.
2. Сорокин Е. С. Метод учета неупругого сопротивления материала при расчете конструкций на колебания. Исследования по динамике сооружений, М., 1951.
3. Сюзьиро К. Инженерная сейсмология. М., 1935.

Բ. Կ. Կարապետյան

ԲԵՐՎԱԾ ՍԵՅՍՄԻԿ ԱՐԱԳԱՑՈՒՄՆԵՐԻ ՈՐՈՇՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Առաջարկված է բերված սեյսմիկ արագացումների որոշման մի եղանակ, որը հիմնված է տիպային սկսելիքային արագացումների մշակման վրա:

Կառուցվածքների համար, որոնք ունեն ազատ ճոճումների տևողության և մարման ղեկրեմենտների տարբեր արժեքներ, ստացված է բերված սեյսմիկ արագացումների նշանակությունները: Յույց է տրված, որ մարման ղեկրեմենտի ազդեցությունը բերված սեյսմիկ արագացման վրա ուժեղ արտահայտվում է սեղանաձևի ղեկրում:

Առաջարկվող բերված սեյսմիկ արագացման որոշման եղանակը կարող է պրակտիկ դործադրում ունենալ երկրաշարժի ժամանակ կառուցվածքներում առաջացող իներցիոն ուժի մեծությունը գնահատման համար: