ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

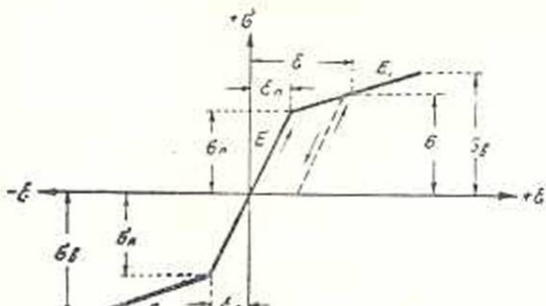
Ֆիզ.-մաթ., բն. և տեխն. գիտութ. VII, № 1, 1954 Физ.-мат., естеств. и техн. науки

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

В. В. Пинаджян

К вопросу о несущей способности внецентренносжатых стержней стальных конструкций

§ 1. В работе [7] в соответствии с основными положениями расчета конструкций по предельному состоянию [1—12] предложен приближенный метод определения несущей способности сжато-изогнутых элементов любой симметричной формы сечения. Решение основывается на предположении, что изгибающий момент в сжато-изогнутом элементе действует в плоскости симметрии сечения, при этом: плоская форма изгиба устойчива; сечения элемента в стадии упруго-пластической деформации остаются плоскими; материал элемента за пределами упругости характеризуется линейным упрочнением (фиг. 1). Урав-



Фиг. 1.

нение действительной формы изогнутой оси для упрощения решения заменено одним членом тригонометрического ряда*. Рассмотрены следующие возможные деформационные состояния стержня при работе его в упруго-пластической стадии: деформационное состояние I, при котором пластические деформации имеются только в сжатой зоне сечения; деформационное состояние II—характеризуемое односторонней

* Возможность такой замены без ущерба для точности практического расчета симметрично нагруженного стержня при различных законах деформации материала доказана многими исследователями.

пластичностью сечения со стороны растянутых волокон. Наконец, деформационное состояние III, при котором пластические деформации имеются и в сжатых и в растянутых зонах сечения.

На основании [7] несущую способность внецентренносжатого элемента любого симметричного сечения в плоскости изгиба можно определить из следующего выражения:

$$\lambda_x^2 = \frac{\pi^2 \cdot E}{\varphi \cdot \sigma_n} \cdot \left(1 - \frac{m \cdot \varphi}{1 \mp \varphi} \cdot \varkappa\right), \tag{1.1}$$

где $m = \frac{e_y \cdot F}{W_1}$ — относительный эксцентриситет в плоскости изгиба,

$\varphi = \frac{N_{kp}}{\sigma_n \cdot F}$ — отношение критической силы внецентренносжатого элемента к усилию текучести при осевом сжатии.

В (1.1) знак минус в знаменателе дроби соответствует деформационным состояниям I и III; знак плюс—деформационному состоянию II.

Коэффициент $\varkappa$ в (1.1) характеризует пластические деформации элемента.

При деформационном состоянии I:

$$\varkappa = 1 - \frac{c_1}{h} + (1-\psi) \cdot \left[\frac{S_{1b}}{a_1 \cdot F} + \frac{1-\varphi}{m \cdot \varphi} \cdot \frac{I_{1b} + (a_1 - c_1) S_{1b}}{I_x}\right]. \tag{1.2}$$

Здесь C_1 — высоту пластической зоны в сжатой части сечения— находим из следующего уравнения:

$$S_{1b} + \left(a_1 - c_1 + \frac{m \cdot \varphi}{1-\varphi} \cdot \frac{W_1}{F}\right) \cdot \frac{\partial S_{1b}}{\partial c_1} - \frac{m\varphi \cdot W_1}{(1-\psi) \cdot (1-\varphi)} = 0, \tag{1.3}$$

где F — площадь сечения, I_x — момент инерции сечения относительно главной оси, перпендикулярной плоскости изгиба, S_{1b} и I_{1b} — статический момент и момент инерции части сечения расположенной выше оси 1—1 относительно этой оси (ось 1—1 проходит по контакту упругой и пластической зон в сжатой части сечения); $\psi - \frac{E_1}{E}$ — отношения модуля упрочнения к модулю упругости материала.

При деформационном состоянии II:

$$\varkappa = 1 - \frac{c_2}{a_2} + (1-\psi) \cdot \left[\frac{S_{2n}}{a_2 F} + \frac{1+\varphi}{m \cdot \varphi} \cdot \frac{I_{2n} + S_{2n}(a_2 - c_2)}{I_x}\right]. \tag{1.4}$$

Значение c_2 — высоту пластической зоны в растянутой части сечения—находим из следующего уравнения:

$$S_{2n} + \left(a_2 - c_2 + \frac{m \cdot \varphi}{1+\varphi} \cdot \frac{W_1}{F}\right) \cdot \frac{\partial S_{2n}}{\partial c_2} - \frac{m \cdot \varphi \cdot W_1}{(1-\psi) \cdot (1+\varphi)} = 0, \tag{1.5}$$

где $S_{2н}$ и $I_{2н}$ — статический момент и момент инерции части сечения, расположенной ниже оси 2—2 (ось 2—2 проходит по контакту упругой и пластической зон в растянутой части сечения) относительно этой оси.

При деформационном состоянии III:

$$\varkappa = \frac{h - c_1 - c_2}{2a_1} \cdot (1-\varphi) + \frac{(1-\psi)\cdot(1-\varphi)}{m\cdot\varphi\cdot I_x} \times$$

$$\times \left[I_{1b} + I_{2н} + (a_1 - c_1)\cdot S_{1b} + (a_2 - c_2)\cdot S_{2н} \right]. \qquad (1.6)$$

Значения c_1 и c_2 для (1.6) находим на основании следующих уравнений.

$$S_{1b} + \left(a_1 - c_1 + \frac{m\cdot\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{F}\right)\cdot\frac{\partial S_{1b}}{\partial c_1} - \frac{m\cdot\varphi\cdot W_1}{(1-\psi)\cdot(1-\varphi)} =$$

$$= \left[\left(c_2 - a_2 + \frac{m\cdot\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{F}\right)\cdot\frac{\partial S_{2н}}{\partial c_2} - S_{2н}\right]\cdot\frac{\partial c_2}{\partial c_1}, \qquad (1.7)$$

$$(h - c_1 - c_2)\cdot(1-\varphi)\cdot F = 2\cdot(1-\psi)\cdot(S_{1b} - S_{2н}) + 2F\cdot(a_1 - c_1). \qquad (1.8)$$

Для ряда напряженных состояний сложных сечений выражения $\varkappa$ и c_1 получаются более простыми, если взамен S_{1b} и I_{1b} в (1.2), (1.3) и (1.6)—(1.8) подставить соответственно:

$$\left.\begin{aligned} S_{1b} &= S_{1н} - F\,.\,(a_1 - c_1), \\ I_{1b} &= I_x - I_{1н} + F\,.\,(a_1 - c_1)^2. \end{aligned}\right\} \qquad (1.9)$$

Здесь $S_{1н}$, $I_{1н}$ — статический момент и момент инерции части сечения расположенной ниже оси 1—1 относительно этой оси;

a_1 — кратчайшее расстояние от центра тяжести сечения до наиболее сжатого волокна сечения.

Границу между областями деформационных состояний I и III находим из условия $\sigma_р = \sigma_п$ на основании следующих уравнений:

$$\lambda^2_{I-III} = \frac{\pi^2\,.\,E}{\varphi\,.\,\sigma_п}\cdot\left\{1 - \frac{1-\psi}{I_x}\cdot\left[I_{1b} + (a_1 - c_1)\,.\,S_{1b} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{F\,.\,(1-\varphi)\,.\,(h-c_1)\left[S_{1b} + (a_1 - c_1)\cdot\dfrac{\partial S_{1b}}{\partial c_1}\right]}{2\,.\left[F - (1-\psi)\cdot\dfrac{\partial S_{1b}}{\partial c_1}\right]}\right]\right\}, \qquad (1.10)$$

$$(1-\varphi)\,.\,(h - c_1)\,.\,F = 2\,.\,(1-\psi)\,.\,S_{1b} + 2F\,.\,(a_1 - c_1). \qquad (1.11)$$

Границу между областью деформационного состояния II и областью деформационного состояния III находим исходя из условия $\sigma_с = \sigma_п$ на основании следующих уравнений:

$$\lambda^2_{II-III} = \frac{\pi^2 . E}{\varphi . \sigma_n} \cdot \left\{ 1 - \frac{1-\psi}{I_x} \cdot \left[I_{2n} + (a_2 - c_2)\, S_{2n} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{F . (1+\varphi) . (h - c_2) . \left[S_{2n} + (a_2 - c_2) \cdot \frac{\partial S_{2n}}{\partial c_2} \right]}{2 . \left[F - (1-\psi) \cdot \frac{\partial S_{2n}}{\partial c_2} \right]} \right] \right\}. \tag{1.12}$$

$$(1+\varphi) . (h - c_2) . F = 2 . (1-\psi) . S_{2n} + 2 . F . (a_2 - c_2). \tag{1.13}$$

Верхней границей области деформационного состояния I является гипербола Эйлера, сопряженная с прямой $\varphi = 1$; нижней границей области I является кривая, определяемая уравнениями (1.10) и (1.11). Границами области деформационного состояния II является гипербола Эйлера и линия, определяемая уравнениями (1.12) и (1.13). Области I и II имеют контакт только в одной точке, находящейся на гиперболе Эйлера. Ординату точки контакта находим из условия $|\varepsilon_c| = |\varepsilon_p| = \varepsilon_n$. В этом случае $c_1 = c_2 = 0$ и, следовательно, $S_{1b} = S_{2n} = 0$. Поэтому на основании (1.11) находим:

$$\varphi_0 = \frac{a_2 - a_1}{h}.$$

Подставляя в это выражение $a_1 = \frac{I_x}{W_1}$ и $a_2 = \frac{I_x}{W_2}$ и имея в виду, что высота сечения $h = a_1 + a_2$, получим:

$$\varphi_0 = \frac{W_1 - W_2}{W_1 + W_2}. \tag{1.14}$$

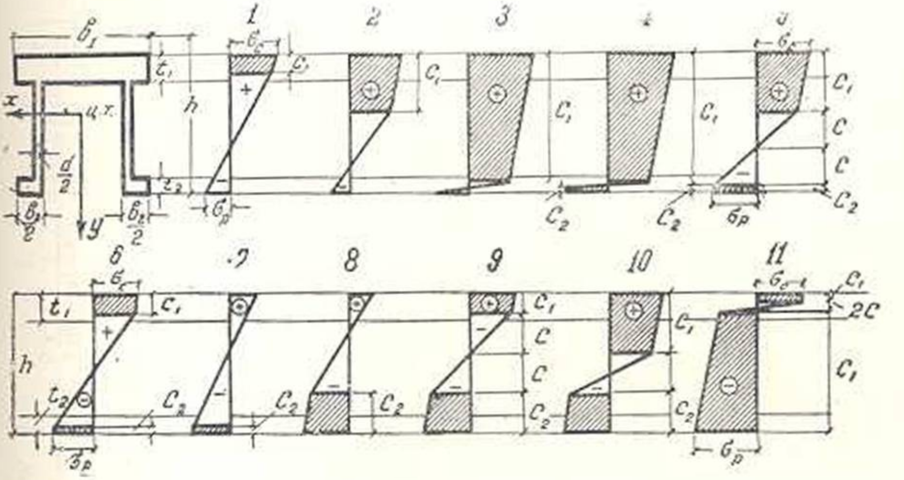
Этот же результат получим на основании (1.13).

С помощью приведенных выше формул могут быть составлены таблицы (графики) для расчета внецентренносжатых стержней любой симметричной формы сечения.

§ 2. В сжатых и сжато-изогнутых элементах современных стальных конструкций в основном применяются: коробчатое и, реже, двойное зетобразное сечения, главным образом в сквозных тяжелых фермах; Н-образное сечение—в арочных фермах, каркасах высотных и промышленных зданий; швеллерное сечение, тавровое сечение; симметричные и асимметричные двутавровые сечения—главным образом для колонн и стоек [10].

Рассмотрим элемент коробчатого сечения. В зависимости от гибкости стержня и эксцентрицитета приложения нагрузки в сечениях стержня в упруго-пластической стадии его работы могут возникнуть напряженные состояния, показанные на фиг. 2. Напряженные состояния 1, 2, 3 фиг. 2 относятся к деформационному состоянию I; напряженные состояния 7,8—к деформационному состоянию II. Остальные напряженные состояния—к деформационному состоянию III.

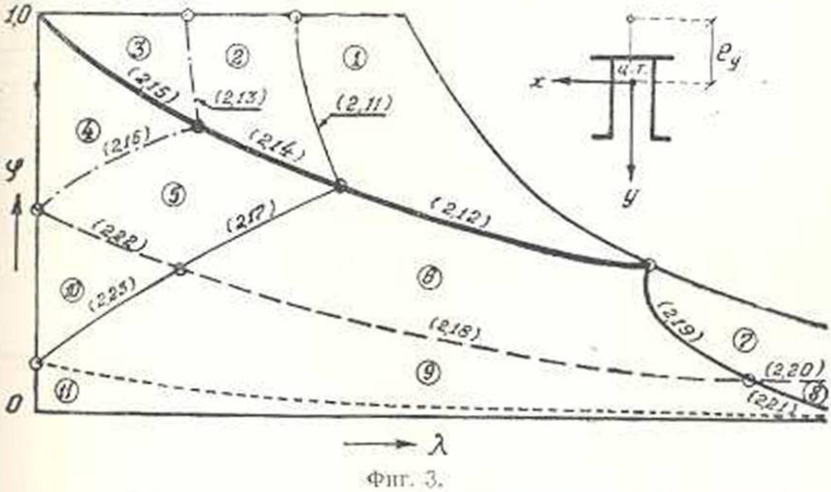
На основании уравнений § 1 в таблице 1 даны частные значения $\varkappa$ для 10 напряженных состояний внецентренносжатого элемента коробчатого сечения. Здесь и в дальнейшем напряженное состояние 11 (фиг. 2_{11}) не рассматривается, так как оно не представляет практического интереса. Кстати говоря, это напряженное состояние может возникнуть в нерациональном сечении с резкой асимметрией при очень



Фиг. 2.

большом эксцентриситете приложения продольной силы. Формулы для определения границ областей напряженных состояний, показанных на фиг. 2, приведены в таблице 2.

На фиг. 3 в координатном поле $\varphi - \lambda$ показаны области различных напряженных состояний внецентренносжатого стержня коробчатого сечения.



Фиг. 3.

того сечения. Цифры в кружочках соответствуют областям напряженных состояний сечения, показанных на фиг. 2; цифры в скобках ука-

Таблица 1

Значения $\varkappa$ для внецентренносжатого элемента коробчатого сечения

Деформационное состояние / Напряженное состояние	К о э ф ф и ц и е н т $\varkappa$	Номера формул
1	2	3
I/1 (фиг. 2_1)	На основании (1.2) $\varkappa=1-\frac{c_1}{a_1}+\frac{1-\psi}{2}\cdot\left[\frac{b_1c_1^2}{a_1\cdot F}+\frac{1-\varphi}{m\cdot\varphi}\cdot\frac{b_1c_1^2(3a_1-c_1)}{3I_x}\right].$ На основании (1.3) $\frac{c_1}{h}=\alpha-\left[\alpha^2-\frac{2}{1-\psi}\cdot\frac{m\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{b_1h^2}\right]^{1/2}$, где $\alpha=\frac{a_1}{h}+\frac{m\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{h\cdot F}.$	(2.1)
I/2 (фиг. 2_2)	На основании (1.2) $\varkappa=1-\frac{c_1}{a_1}+\frac{1-\psi}{2}\cdot\left[\frac{b_1\cdot c_1^2-(b_1-d)\cdot(c_1-t_1)^2}{a_1\cdot F}+\frac{1-\varphi}{m\cdot\varphi}\cdot\frac{b_1c_1^2\cdot(3a_1-c_1)-(b_1-d)\cdot(c_1-t_1)^2\cdot(3a_1-c_1-2t_1)}{3\cdot I_x}\right].$ На основании (1.3) $\frac{c_1}{h}=\alpha-\left[\alpha^2+\left(\frac{b_1}{d}-1\right)\cdot\left(2\alpha-\frac{t_1}{h}\right)\frac{t_1}{h}-\frac{2}{1-\psi}\cdot\frac{m\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{d\cdot h^2}\right]^{1/2}$, где $\alpha=\frac{a_1}{h}+\frac{m\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{h\cdot F}.$	(2,2)
I/3	На основании (1.2) и (1.9) $\varkappa=(1-\psi)\cdot\left[\frac{b_2(h-c_1)^2}{2a_1F}+\frac{1-\varphi}{m\cdot\varphi}\times\left(1-\frac{b_2(h-c_1)^2\cdot(2h-3a_1+c_1)}{6\,I_x}\right)\right]+\psi\left(1-\frac{c_1}{a_1}\right).$	(2.3)

(фиг. 2_3)

На основании (1.3) и (1.9)

$$\frac{c_1}{h}=1-\alpha-\left[\alpha^2-\frac{2\psi}{1-\psi}\cdot\frac{m\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{b_1h^2}\right]^{1/2},\quad \text{где}\quad \alpha=\frac{a_2}{h}-\frac{m\cdot\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{h\cdot F}.$$

III/4 (2.4)

На основании (1.6 и (1.9)

$$x=\frac{h-c_1-c_2}{2a_1}\cdot(1-\varphi)+\frac{(1-\psi)\cdot(1-\varphi)}{m\cdot\varphi}\times\left[1-\frac{b_2\cdot(h-c_1)^2\cdot(2h-3a_1+c_1)-b_2\cdot c_2^2\cdot(3a_2-c_2)}{6\cdot I_x}\right].$$

(фиг. 2_4))

На основании (1.7)–(1.9)

$$(1-\psi)\cdot c_2^2-\frac{F\cdot c_2}{b_2}\cdot(1-\varphi)-(1-\psi)(h-c_1)^2+\frac{(1-\varphi)\cdot(h-c_1)\cdot F}{b_2}-\frac{2\psi F}{b_2}(a_1-c_1)=0,$$

$$(h-c_1)^2-2\alpha(h-c_1)+\frac{2\psi}{1-\psi}\cdot\frac{m\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{b_2}+(c_2^2-2\alpha c_2)\cdot\frac{\partial c_2}{\partial c_1}=0.$$

$$\alpha=a_2-\frac{m\cdot\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{F}.$$

III/5 (2.5)

На основании (1.6) и (1.9)

$$x=\frac{(h-c_1-c_2)\cdot(1-\varphi)}{2a_1}+\frac{(1-\psi)\cdot(1-\varphi)}{m\cdot\varphi}\times\left\{1+\frac{3(a_1-c_1)\left[(h-c_1)^2\cdot b_2-(h-c_1-t_2)^2\cdot(b_2-d)\right]+b_2\cdot c_2^2\cdot(3a_2-c_2)}{6\,I_x}-\right.$$

$$\left.-\frac{b_2(h-c_1)^3-(h-c_1-t_2)^3\cdot(b_2-d)}{3\cdot I_x}\right\}.$$

(фиг. 2_5)

На основании (1.7) и (1.9)

$$(1-\psi)\cdot c_2^2-\frac{F\cdot c_2}{b_2}\cdot(1-\varphi)+\frac{F(h-c_1)}{b_2}\cdot(1-\varphi)-(1-\psi)\times\left[(h-c_1)^2-(h-c_1-t_2)^2\cdot\left(1-\frac{d}{b_2}\right)\right]-\frac{2\psi F}{b_2}\cdot(a_1-c_1)=0,$$

$$(h-c_1)^2\cdot\left(\frac{b_2}{d}-1\right)\cdot t_2^2+\frac{2\psi}{1-\psi}\cdot\frac{m\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{d}-2\alpha\left[h-c_1+t_2\left(\frac{b_2}{d}-1\right)\right]+\frac{b_2}{d}(c_2^2-2\alpha c_2)\cdot\frac{\partial c_2}{\partial c_1}=0.$$

1	2	3
III/6 (фиг. 2_6)	На основании (1.6) $\varkappa = \frac{(h-c_1-c_2)\cdot(1-\varphi)}{2a_1} + \frac{(1-\psi)\cdot(1-\varphi)}{6\cdot I_x\cdot m\cdot\varphi} \times [b_1c_1^2(3a_1-c_1) + b_2\cdot c_2^2\cdot(3a_2-c_2)]\cdot$ На основании (1.7) и (1.8) $(1-\psi)\cdot c_2^2 - \frac{F\cdot c_2(1-\varphi)}{b_2} + \frac{1}{b_2} \times [F\cdot(1-\varphi)\cdot(h-c_1) - 2F(a_1-c_1) - (1-\psi)\, b_1c_1^2] = 0,$ $c_1^2 - 2\left(a_1 + \frac{m\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{F}\right)\cdot c_1 + \frac{2}{1-\psi}\cdot\frac{m\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{b_1} + \left[\frac{b_2}{b_1}\cdot c_2^2 - 2\left(a_2 - \frac{m\cdot\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{F}\right)\times\frac{b_2c_2}{b_1}\right]\times\frac{\partial c_2}{\partial c_1} = 0\cdot$	(2.6)
II/7 (фиг. 2_7)	На основании (1.4) $\varkappa = 1 - \frac{c_2}{a_2} + \frac{1-\psi}{2}\left[\frac{b_2c_2^2}{a_2F} + \frac{1+\varphi}{m\cdot\varphi}\cdot\frac{b_2\cdot c_2^2\cdot(3a_2-c_2)}{3\cdot I_x}\right]\cdot$ На основании (1.5) $\frac{c_2}{h} = \alpha - \left[\alpha^2 - \frac{2}{1-\psi}\cdot\frac{m\varphi}{1+\varphi}\cdot\frac{W_1}{b_2\cdot h^2}\right]^{1/2}$, где $\alpha = \frac{a_2}{h} + \frac{m\varphi}{1+\varphi}\cdot\frac{W_1}{h\cdot F}\cdot$	(2.7)
II/8 (фиг. 2_8)	На основании (1.4) $\varkappa = 1 - \frac{c_2}{h} + \frac{1-\psi}{2}\cdot\left[\frac{b_2c_2^2-(b_2-d)\cdot(c_2-t_2)^2}{a_2F} + \frac{1+\varphi}{m\cdot\varphi}\cdot\frac{b_2c_2^2(3a_2-c_2)-(b_2-d)\cdot(c_2-t_2)^2\cdot(3a_2-c_2-2t_2)}{3\cdot I_x}\right]\cdot$ На основании (1.5) $c_2^2 - 2\cdot\left(a_2 + \frac{m\varphi}{1+\varphi}\cdot\frac{W_1}{F}\right)\cdot c_2 + \frac{1}{d}\times\left[t_2^2\cdot(b_2-d) - 2\left(a_2 + \frac{m\varphi}{1+\varphi}\cdot\frac{W_1}{F}\right)\cdot(b_2-d)t_2 + \frac{2}{1-\psi}\cdot\frac{m\cdot\varphi\cdot W_1}{1+\varphi}\right] = 0\cdot$	(2.8)

III/9 (2.9)

На основании (1.6)

$$\varkappa=\frac{(1-\varphi)\cdot(h-c_1-c_2)}{2a_1}+\frac{(1-\psi)\cdot(1-\varphi)}{12\cdot m\cdot\varphi\cdot I_x}\times[6(a_1b_1c_1^2+a_2dc_2^2)+b_2t_2^3+3(b_2-d)\cdot(2c_2-t_2)\cdot(2a_2-t_2)\cdot t_2-2(b_1c_1^3-dc_2^3)]\cdot$$

(фиг. 2_9)

На основании (1.7) и (1.8)

$$c_2^2-\frac{1}{d}\left[\frac{(1-\varphi)\cdot F}{1-\psi}-2(b_2-d)\,t_2\right]c_2+\frac{F}{(1-\psi)\cdot d}\cdot[2a_2-(1+\varphi)\cdot(h-c_1)]-\frac{1}{d}[b_1c_1^2+(b_2-d)\,t_2^2]=0,$$

$$b_1c_1\left(2a_2+c_1-\frac{2m\cdot\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{F}\right)-2b_1c_1h+\frac{2m\varphi}{(1-\psi)(1-\varphi)}\cdot W_1=\Bigg\{2[dc_2+(b_2-d)t_2]\times$$

$$\times\left[a_2-\frac{m\varphi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{F}\right]-d^2\cdot c_2-(b_2-d)t_2^2\Bigg\}\frac{\partial c_2}{\partial c_1}.$$

III/10 (2.10)

На основании (1.6) и (1.9)

$$\varkappa=\frac{(h-c_1-c_2)\cdot(1-\varphi)}{2a_1}+\frac{(1-\psi)\cdot(1-\varphi)}{m\varphi}\times\Bigg\{1+\frac{d(h-c_1)^3}{6\cdot I_x}+\frac{(b_2-d)\cdot(h-c_1-c_2)\cdot t_2^2}{2I_x}-\frac{dc_2^3}{6I_x}-\frac{a_2}{2a_1\cdot W_1}\times$$

$$\times[d\,(h-c_1)^2+(b_2-d)\times(2h-2c_1-t_2)\cdot t_2-dc_2^2-(b_2-d)\cdot(2c_2-t_2)\,t_2]\Bigg\}.$$

(фиг. 2_{10})

На основании (1.7) и (1.9)

$$c_2^2-\alpha c_2+\alpha(h-c_1)-(h-c_1)^2-\frac{2\psi\cdot(a_1-c_1)\,F}{(1-\psi)\cdot d}=0,\quad \text{где}\ \alpha=\frac{1}{d}\left[\frac{1-\varphi}{1-\psi}\cdot F-2(b_2-d)t_2\right],$$

$$d(h-c_1)^2+(b_2-d)\cdot t_2^2-2\beta\cdot[d(h-c_1)+t_2(b_2-d)]=\Big\{2\beta\cdot[dc_2+(b_2-d)t_2]-dc_2^2-(b_2-d)\,t_2^2\Big\}\times$$

$$\times\frac{\partial c_2}{\partial c_1}-\frac{2\psi}{1-\psi}\cdot\frac{m\varphi W_1}{1-\varphi},\quad \text{где}\ \beta=a_2-\frac{m\psi}{1-\varphi}\cdot\frac{W_1}{F}.$$

Таблица 2

Формулы граничных линий областей напряженных состояний внецентренносжатого элемента коробчатого сечения

Уравнения, с помощью которых получена формула граничной линии	Формулы граничных линий	Номера формул
1	2	3
(1.1)—(1.3) при $c_1 = t_1$	Между областями 1 и 2 $\lambda^2 = \frac{\pi^2 \cdot E}{\varphi \cdot \sigma_n} \cdot \left\{1 - \frac{(1-\psi) \cdot b_1 \cdot t_1^3}{12\, I_x} \cdot \left[1 + \frac{3F(2a_1 - t_1)^2}{[F-(1-\psi)b_1 t_1]\, t_2^2}\right]\right\}.$	(2.11)
(1.10)	Между областями 1 и 6 $\lambda^2 = \frac{\pi^2 \cdot E}{\varphi \cdot \sigma_n} \cdot \left\{1 - \frac{(1-\psi) \cdot b_1 c_1^3}{12 \cdot I_x} \left[1 + \frac{3 \cdot F \cdot (2a_1 - c_1)^2}{[F-(1-\psi)\, b_1 c_1]\, c_1^2}\right]\right\},$ где c_1 определяется из (1.11) при $S_{1b} = \frac{1}{2} \cdot b_1 c_1^2.$	(2.12)
(1.1)—(1.3) и (1.9) при $c_1 = h - t_2$	Между областями 2 и 3 $\lambda^2 = \frac{\pi^2 \cdot E}{\varphi \cdot \sigma_n} \cdot \left\{(1-\psi) \cdot \left[\frac{b_2 t_2^3}{12 \cdot I_x} + \frac{\psi \cdot F \cdot (2a_2 - t_2)^2}{4I_x \left(1 - \psi + \frac{\psi \cdot F}{b_2 \cdot t_2}\right)}\right] + \psi\right\}.$	(2.13)
(1.10)	Между областями 2 и 5 $\lambda^2 = \frac{\pi^2 \cdot E}{\varphi \cdot \sigma_n} \cdot \left\{1 - \frac{1-\psi}{6I_x} \times \left[b_1 c_1^2 \cdot (3a_1 - c_1) - (b_1 - d) \cdot (c_1 - t_1)^2 \times (3a^2 - 2t_1 - c_1) + \right.\right.$	(2.14)

	$+\frac{3}{2}F(1-\varphi)(h-c_1)\cdot\frac{(2a_1-c_1)\left[dc_1+(b_1-d)t_1\right]+(c_1-t_1)\cdot(b_1-d)\cdot t_1}{F-(1-\psi)\left[dc_1+(b_1-d)t_1\right]}\Bigg]\Bigg\}$, где c_1 определяется из (1.11) при $S_{1b}=\frac{1}{2}\cdot\left[d^2c_1+2c_1\cdot t_1\cdot(b_1-d)-t_1^2\cdot(b_1-d)\right]$.	(2.14)
(1.9)—(1.11)	Между областями 3 и 4 $\lambda^2=\frac{\pi^2\cdot E}{\varphi\cdot\sigma_n}\cdot\left\{\frac{(1-\psi)^3\cdot F^3}{12\,b_2^2\cdot I_x}\cdot(1-\varphi)^3+\psi\right\}$.	(2.15)
(1.1), (1.7)—(1.9) при $c_1=h-t_2$	Между областями 4 и 5 $\lambda^2=\frac{\pi^2\cdot E}{\varphi\cdot\sigma_n}\cdot\left[\frac{(1-\psi)\cdot F^3}{12\cdot b_2^2\cdot I_x}\times\left(\frac{2\cdot b_2\cdot t_2}{F}-1+\varphi\right)^2+\psi\right]$.	(2.16)
(1.1), (1.6) и (1.9) при $c_1=t_1$	Между областями 5 и 6 $\lambda^2=\frac{\pi^2\cdot E}{\varphi\cdot\sigma_n}\cdot\left\{1-\frac{m\cdot\varphi\cdot(h-t_1-c_2)}{2a_1}-\frac{(1-\psi)}{6I_x}\cdot\left[b_1t_1^2(3a_1-t_1)+b_2c_2^2(3a_2-c_2)\right]\right\}$. Здесь m и c_2 определяются на основании двух последних уравнений (2.5) при $c_1=t_1$.	(2.17)
(1.1) и (1.6) при $c_2=t_2$	Между областями 6 и 9 $\lambda^2=\frac{\pi^2\cdot E}{\varphi\cdot\sigma_n}\times\left\{1-\frac{1-\psi}{6\cdot I_x}\cdot\left[b_1c_1^2\cdot(3a_1-c_1)+b_2t_2^2\cdot(3a_2-t_2)\right]-\frac{m\cdot\varphi\cdot(h-c_1-t_2)}{2a_1}\right\}$. Здесь m и c_1 определяются на основании двух последних уравнений (2.6) при $c_2=t_2$.	(2.18)

Продолжение таблицы 2

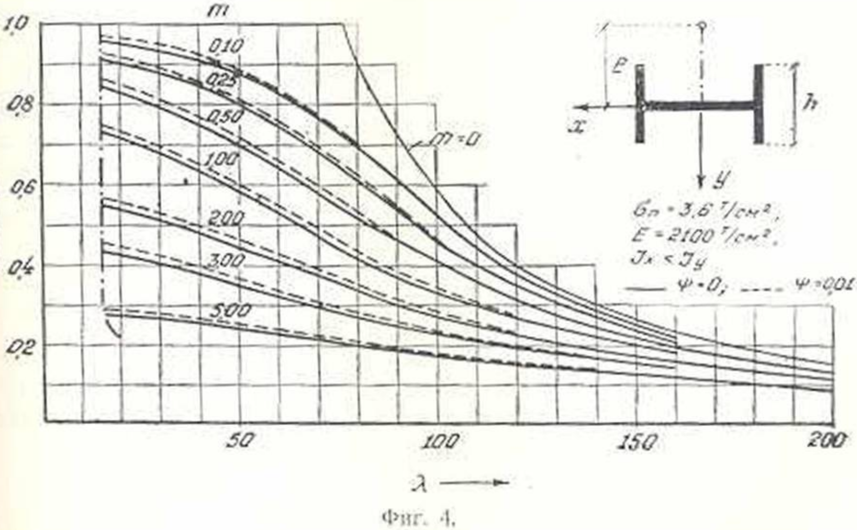
1	2	3
(1.12)	Между областями 6 и 7 $$\lambda^2=\frac{\pi^2\cdot E}{\varphi\cdot\sigma_n}\times\left\{1-\frac{(1-\psi)\cdot b_2\cdot c_2^3}{12\,I_x}\cdot\left[1+\frac{3\cdot F\cdot(2a_2-c_2)^2}{c_2^2\cdot[F-(1-\psi)b_2c_2]}\right]\right\},$$ где c_2 определяется из (1.13) при $S_{2n}=\frac{1}{2}\cdot b_2\cdot c_2^2$.	(2.19)
(1.1), (1.4) и (1.5) при $c_2=t_2$	Между областями 7 и 8 $$\lambda^2=\frac{\pi^2\cdot E}{\varphi\cdot\sigma_n}\cdot\left\{1-\frac{(1-\psi)\cdot b_2\cdot t_2^3}{12\cdot I_x}\times\left[1+\frac{3\cdot F\cdot(2a_2-t_2)^2}{t_2^2\cdot[F-(1-\psi)\cdot b_2\cdot t_2]}\right]\right\}.$$	(2.20)
(1.12)	Между областями 8 и 9 $$\lambda^2=\frac{\pi^2\cdot E}{\varphi\cdot\sigma_n}\cdot\left\{1-\frac{1-\psi}{6I_x}\times\left[b_2c_2^2\cdot(3a_2-c_2)-(b_2-d)\cdot(c_2-t_2)^2\cdot(3a_2-2t_2-c_2)+\right.\right.$$ $$\left.\left.+\frac{3}{2}(1+\varphi)(h-c_2)F\times\frac{(2a_2-c_2)\cdot[dc_2+(b_2-d)t_2]+(c_2-t_2)\cdot(b_2-d)\cdot t_2}{F-(1-\psi)\cdot[dc_2+(b_2-d)t_2]}\right]\right\},$$ где c_2 определяется из (1.13) при $S_{2n}=\frac{1}{2}\times[dc_2^2+2c_2t_2\times(b_2-d)-t_2^2\cdot(b_2-d)]$.	(2.21)
(1.1), (1.6)—(1.9) при $c_2=t_2$	Между областями 5 и 10 $$\lambda^2=\frac{\pi^2\cdot E}{\varphi\cdot\sigma_n}\times\left\{\frac{(1-\psi)\cdot F^3}{12\,d^2\cdot I_x}\cdot\left(1-\varphi-\frac{2b_2\,t_2}{F}\right)^3+\psi\right\}.$$	(2.22)
(1.1), (1.6)—(1.8) при $c_1=t_1$	Между областями 9 и 10 $$\lambda^2=\frac{\pi^2\cdot E}{\varphi\cdot\sigma_n}\times\left\{\frac{(1-\psi)\cdot F^3}{12\cdot d^2\cdot I_x}\times\left(1+\varphi-\frac{2b_1\,t_1}{F}\right)^3+\psi\right\}.$$	(2.23)

зывают номера формул с помощью которых вычисляются граничные линии.

Формулы § 2 остаются справедливыми и для внецентренносжатого стержня асимметричного двутаврового сечения, при условии действия изгибающего момента в плоскости симметрии сечения. На основании этих формул могут быть получены значения коэффициента $\varkappa$ и выражения граничных линий областей напряженных состояний для основных типов сечений, применяемых в металлоконструкциях. Например, для получения выражений и граничных линий Н-образного и крестообразного сечений в формулах, приведенных в таблицах 1 и 2, следует положить $a_1 = a_2 = \frac{h}{2}$, $t_1 = t_2 = \frac{h-d_2}{2}$, $b_1 = 2d_1$ (d_2 — толщина горизонтала, $2d_1$ — сумма толщин вертикалов). С помощью формулы (1.1) и уравнений, приведенных в § 2, вычислены графики зависимости $\varphi = \varphi(\psi, m, \lambda)$ для Н-образного, крестообразного, коробчатого, швеллерного, таврового и прямоугольного сечений.

Анализ этих графиков показывает, что с увеличением коэффициента линейного упрочнения ψ величина коэффициента φ возрастает, при этом влияние ψ увеличивается с увеличением относительного эксцентрицитета m и уменьшением гибкости элемента λ.

На фиг. 4 представлен график $\varphi = \varphi(\psi, m, \lambda)$ для внецентренносжатого стального стержня Н-образного сечения при пределе пропорцио-



Фиг. 4.

нальности (пределе текучести) стали $\sigma_n = 3{,}6$ $m/cм^2$ и модуле упругости $E = 2100$ $m/cм^2$; сплошными линиями на графике показаны кривые $\varphi = \varphi(m, \lambda)$ для идеального упруго-пластического материала ($\psi = 0$), а пунктирной линией—аналогичные кривые для марганцовистой стали повышенного качества, не имеющей площадки текучести и с коэффициентом линейного упрочнения $\psi = 0{,}01$ [3].

По кривым на фиг. 2 видим, что при одинаковой величине m и λ разница между φ для значений $\psi=0$ и $\psi=0{,}01$ невелика.

Анализ кривых $\varphi=\varphi(\psi, m, \lambda)$ для различных типов профилей, примененных в металлоконструкциях, показывает, что при изменении ψ от 0 до 0,01

$$1 \leqslant \max \frac{\varphi_{\psi=0{,}01}}{\varphi_{\psi=0}} \leqslant 1{,}06.$$

Следует отметить, что для подавляющего большинства строительных сталей, по многочисленным опытным данным, ψ обычно меньше 0,01.

В свете изложенного строительные стали с площадкой текучести и без таковой при рассмотрении несущей способности элемента могут быть причислены к категории идеального упруго-пластического материала. Это обстоятельство имеет немаловажное значение, так как учет упрочнения стали не дает существенного эффекта в смысле повышения несущей способности сжато-изогнутых элементов стальных конструкций и вместе с тем очень усложняет решение и без того сложной задачи.

§ 3. В сжатых элементах современных стальных сооружений в подавляющем большинстве случаев применяются сечения симметричной формы. В сечениях с одной осью симметрии стараются избегать резкой асимметрии. Например, в коробчатых асимметричных двутавровых сечениях отношение $\frac{a_2}{a_1}$ обычно меньше 1,7. Наряду с этим следует отметить, что нормативные положения лимитируют предельную гибкость сжатых элементов. Как правило, гибкость основных сжатых элементов стальных конструкций $\lambda \leqslant 120$. Исследования показывают, что в сечениях с одной осью симметрии при $\frac{a_2}{a_1} \leqslant 1{,}7$ и $\lambda \leqslant 120$, в зависимости от относительного эксцентрицитета m, возникают деформационные состояния I или III; деформационное состояние II может иметь место только в очень гибких элементах с сечением, имеющим резко выраженную асимметрию. Таким образом, имеющиеся ограничения в отношении конструктивной асимметрии сечения и гибкости элемента позволяют формулой (1.1) пользоваться в следущем виде:

$$\lambda^2 = \frac{\pi^2 \cdot E}{\varphi \cdot \sigma_n} \cdot \left(1 - \frac{m \cdot \varphi}{1-\varphi} \cdot \varkappa\right). \tag{3.1}$$

На практике пользование громоздким выражением $\varkappa$, входящим в основную формулу (1.1), встречает затруднения. С помощью вычисленных графиков $\varphi=\varphi(\psi, m, \lambda)$ и данных таблиц 1 и 2 для основных типов сечений при заданных параметрах σ_n и E графо-аналитическим путем определялась функциональная зависимость вида:

$$\varkappa=\varkappa(\psi, m, \lambda). \tag{3.2}$$

Результаты исследования показали, что при изменении σ_n в пределах $2{,}2 \div 3{,}6$ *т/см²*, $\psi = 0 \div 0{,}01$, $m = 0{,}05 \div 5$, $\lambda = 20 \div 200$, влияние гибкости элемента λ на коэффициент $\varkappa$ существенно, а влияние остальных факторов на $\varkappa$ мало.

Анализ показал, что для внецентренносжатых стальных стержней любой симметричной формы сечения с достаточной для практики точностью зависимость (3.2) можно аппроксимировать в следующем виде:

при $$20 \leqslant \lambda \leqslant 150 \quad \varkappa = A + B \cdot \left(\frac{\lambda}{100}\right), \tag{3.3}$$

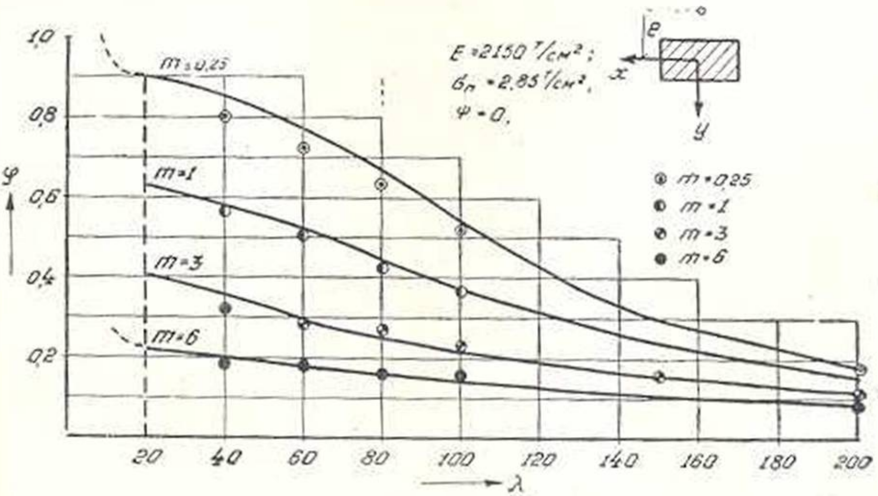
при $$\lambda > 150 \qquad \varkappa = 1.$$

В выражении (3.3) A и B—некоторые постоянные, зависящие от формы поперечного сечения элемента. Значения A и B для основных типов сечений, применимых во внецентренносжатых элементах строительных металлоконструкций, даны в таблице 3.

Таблица 3

Сечение	A	B
Н-образное, крестообразное	0,4	0,4
Швеллерное, коробчатое, тавровое, прямоугольное	0,55	0,3
Двутавровое	0,85	0,1
Сечения, близкие к „идеальному профилю" (рассеянные профиля составных стержней)	1,00	0,0

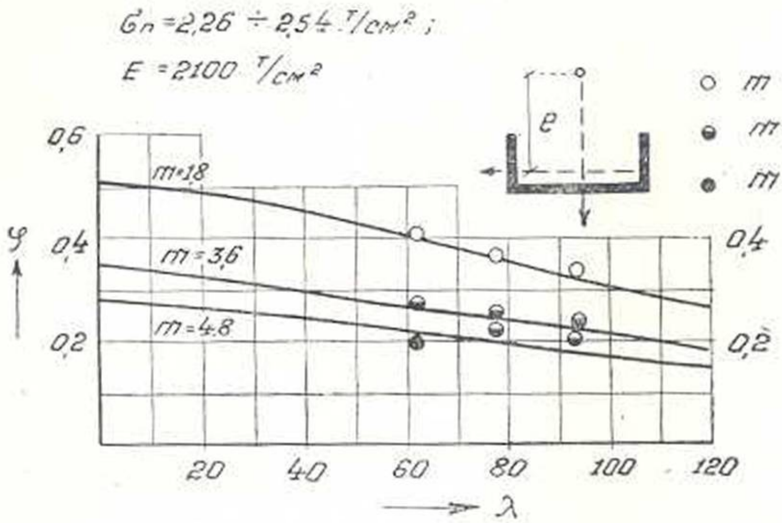
§ 4. Ниже результаты теории сопоставлены с экспериментальными данными. На фиг. 5 сплошными линиями показаны теоретиче-



Фиг. 5.

ские кривые, вычисленные на основании формул (3.1) и (3.3) для прямоугольного сечения при $\sigma_n = 2{,}85\ m/см^2$, $E = 2150\ m/см^2$; значения A и B для (3.3) взяты из таблицы 3; кружочками показаны экспериментальные величины критического значения φ, полученные Коллбрюннером при испытании внецентренносжатых стержней прямоугольного сечения с целью проверки теории Хвалла, Роша и Гартмана [13].

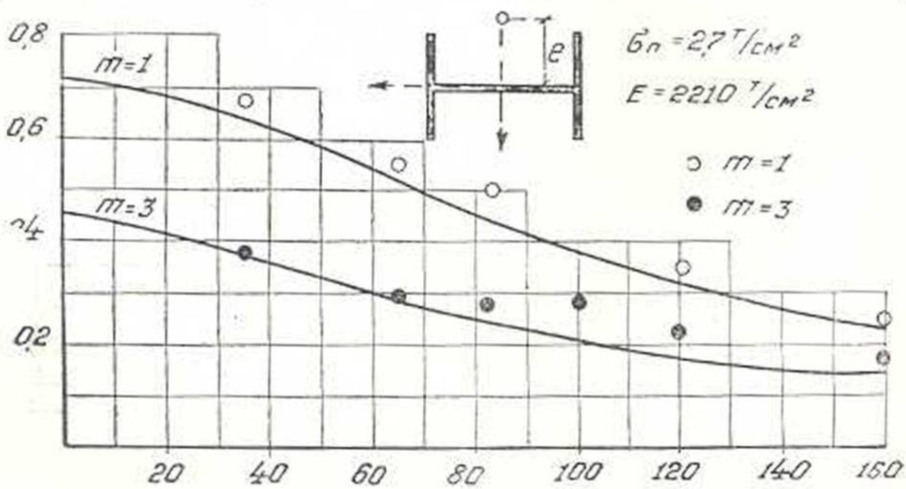
На фиг. 6 сплошными линиями показаны кривые, вычисленные по формулам (3.1) и (3.3), для швеллерного сечения при $\sigma_n = 2{,}4\ m/см^2$ и $E = 2100\ m/см^2$; кружочками показаны опытные данные, получен-



Фиг. 6.

ные автором и А. К. Шанщевым при испытании внецентренносжатых стержней швеллерного сечения, выполненных из стали марки ст. 3 [6].

На фиг. 7 жирными сплошными линиями показаны теоретические кривые для внецентренносжатого стержня H-образного сечения при



Фиг 7

$\sigma_п = 2.7\ т/см^2$ и $E = 2210\ т/см^2$, вычисленные по формулам (3.1) и (3.3) и данным табл. 3. Кружочками показаны экспериментальные величины критического значения коэффициента φ, полученные М. Рошем при испытании внецентренносжатых стальных стержней Н-образного сечения [14].

Совпадение приближенных теоретических формул с опытными данными, как следует из фигур 5, 6, 7, удовлетворительное.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Балдин В. А.* и др. Расчет строительных конструкций по предельным состояниям. Под редакцией В. М. Келдыша. Тр. ЦНИПС, М., 1951.
2. *Гвоздев А. А.* Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия, М., 1949.
3. *Жудин Н. Д.* Пластичні деформації в стальних конструкціях, ч. II. Изд. АН Укр. ССР, Киев, 1936.
4. *Завриев К. С.* Сопротивление упругих стержней сложному продольному изгибу. СПБ., 1913. Расчетные формулы прочности в особых случаях, М., 1936.
5. *Корноухов Н. В.* Перевірка стійкости стиснено-зігнутых конструкцій за границею пружності, ч. I. Изд. АН Укр. ССР, Киев, 1936.
6. *Пинаджян В. В., Шаншиев А. К.* Экспериментальное исследование устойчивости внецентренносжатых стальных стержней. Журн. „Строительная промышленность", № 11, 1938.
7. *Пинаджян В. В.* К вопросу о предельном состоянии сжато-изогнутых стальных стержней любой симметричной формы сечения. ДАН Армянской ССР, том XIV, № 4, 1951.
8. *Рабинович И. М.* Курс строительной механики стержневых систем. Часть II, М., 1940.
9. *Ржаницын А. Р.* Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов. Стройвоенмориздат, М., 1949.
10. *Стрелецкий Н. С.* и др., Стальные конструкции, М., 1948.
11. *Туркин Н. С.* Экспериментально-теоретическое исследование упруго-пластической работы стальных балок. Сборник тр. ЦНИПС под ред. С. А. Берштейна, М., 1938.
12. *Ježek K.* Die Festigkeit von Druckstäben aus Stahl, 1937.
13. *Kollbrunner C.* Zentrischer u. exzentrischer Druck, Stahlbau, H. 6, 1938.
14. *Roš M.* Die Bemessung zentrisch u. exzentrisch gedrückten stäbe auf Knickung, 1929.

Վ. Վ. Փինաջյան

ՊՈՂՊԱՏԵ ԿՈՆՍՏՐՈՒԿՑԻԱՆԵՐԻ ԱՐՏԱԿԵՆՏՐՈՆ ՍԵՂՄՎԱԾ ՁՈՂԵՐԻ ԿՐՈՂՈՒՆԱԿՈՒԹՅԱՆ ՀԱՐՑԻ ՇՈՒՐՋԸ

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ներկա հոդվածը հանդիսանում է [7] աշխատության հետագա զարգացումը։ Հոդվածում քննարկվում է պողպատե կոնստրուկցիաներում կիրառվող պրակտիկ պրոֆիլներ ունեցող արտակենտրոն սեղմված ձողերի սահմանային վիճակը։

Հեղինակի հետազոտություններով պարզված է, որ նյութի գծային ամրապնդումը էական էֆեկտ չի տալիս շինարարական պողպատե կոնստրուկցիաների նկատմամբ. մեծածավալ ֆորմուլաների վերլուծման հետևանքով առաջարկված է կամայական հատվածք ունեցող սիմետրիկ ձողերի հաշվարկման մոտավոր կոմպակտ և պարզ մեթոդ։

Մոտավոր մեթոդը լավ համաձայնում է Մ. Ռոշի, Կ. Կոլբրունների և ուրիշների էքսպերիմենտալ տվյալների հետ։