

## СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

А. Г. Назаров

### Об учете явлений гистерезиса при упругих колебаниях

В практических задачах динамики применительно к инженерному делу бывает подчас важно учитывать, хотя бы приближенно, рассеяние энергии при упругих колебаниях.

Для этой цели обычно пользуются гипотезой Фохта, согласно которой сопротивление среды при колебаниях пропорционально первой степени скорости деформаций. Гипотеза эта чрезвычайно удобна тем, что она позволяет сохранить линейность дифференциальных уравнений колебаний и даже не повышать их порядок. Но гипотеза эта имеет и весьма существенный недостаток, заключающийся в том, что она не оправдывается на практике даже грубо приближено.

Из практики хорошо известно, что логарифмический декремент затухания почти не зависит от частоты колебаний, в то время как по гипотезе Фохта получается, что этот декремент зависит от частоты.

Предлагались различного рода поправки к гипотезе Фохта для устранения получающегося противоречия с опытом, но они носили паллиативный характер и не могли быть принятыми всерьез [3].

Вместе с тем постепенно уточнялись воззрения на природу внутреннего трения. Было установлено, что основным фактором, вызывающим рассеивание энергии, является петля гистерезиса, наблюдаемая при циклических нагрузках, почти не зависящая от частоты циклов [1, 2, 4, 6, 7, 8].

Точный учет формы петли гистерезиса приводил к необходимости решения нелинейных дифференциальных уравнений отдельно для восходящей и отдельно для нисходящей ветвей, что представляло задачу большой трудности.

Существенное облегчение принесло то обстоятельство, что было доказано, что в первом приближении можно не считаться с формой петли гистерезиса, достаточно лишь правильно учесть площадь ограниченную ею, т. е. учесть необратимую часть энергии за полный цикл колебания. В силу этого можно принять для теоретических выкладок ту форму петли гистерезиса, которая привела бы к возможно простому результату. С этой точки зрения следует

считать интересной предложение Е. С. Сорокина—принять петлю гистерезиса эллиптической формы, остающейся подобной себе при изменениях амплитуды деформаций [9].

При реализации этого предложения опять таки получаются линейные дифференциальные уравнения колебаний, решаемые также просто, как и уравнения, полученные на основе гипотезы Фохта и, вместе с тем, приводящие к результатам значительно более приближающимся к действительности.

Прежде чем перейти к оценке преимуществ и недостатков этой гипотезы, мы приведем, для ясности изложения дальнейшего, ее содержание полностью.

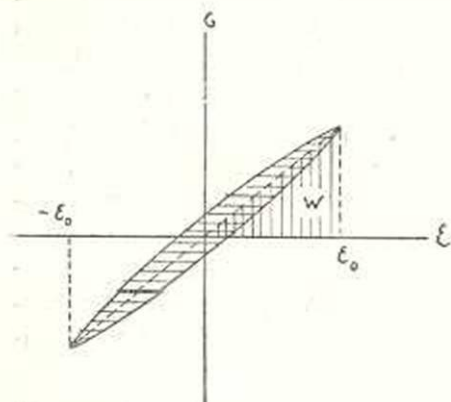
При установившейся циклической нагрузке и разгрузке петля гистерезиса становится устойчивой и принимает вид замкнутой кривой.

Е. С. Сорокиным принято следующее уравнение для этой кривой:

$$\sigma = E\varepsilon \pm \frac{\psi}{2\pi} E\varepsilon_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^2}. \quad (1)$$

где  $\sigma$ —переменное напряжение в данной точке,  
 $\varepsilon$ —относительная деформация в этой же точке,  
 $\varepsilon_0$ —ее амплитуда,  
 $E$ —модуль упругости материала,  
 $\psi$ —коэффициент поглощения материала.

Знак плюс отвечает восходящей ветви петли гистерезиса, знак минус—нисходящей ветви (см. фиг. 1)



Фиг. 1

Рассеяние энергии за один цикл колебаний  $\Delta W$  измеряется площадью эллипса и равно

$$\Delta W = \frac{\psi}{2} E\varepsilon_0^2 = \psi W, \quad (2)$$

где  $W$ —потенциальная энергия, отвечающая максимальной амплитуде (в предположении, что материал следует закону Гука).

Таким образом, при  $\psi = \text{const}$  петли гистерезиса подобны между собою в различных точках упругой системы.

Если деформация изменяется по закону

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \varphi(t), \quad (3)$$

где  $\varphi(t)$ —непрерывная монотонная функция времени, то



$$\sigma = E\varepsilon_0 \left[ \sin \varphi(t) + \frac{\varphi}{2\pi} \cos \varphi(t) \right] \quad (4)$$

Таким образом, при изменении деформации по закону (3) имеет место линейная зависимость между деформацией и напряжением.

Если принять, что

$$\varepsilon = \varepsilon_0 e^{i\varphi(t)} = \varepsilon_0 [\cos \varphi(t) + i \sin \varphi(t)], \quad (5)$$

то выражение (4) может быть записано в форме

$$\sigma = \left( 1 + i \frac{\varphi}{2\pi} \right) E\varepsilon. \quad (6)$$

Отсюда следует, что дифференциальное уравнение колебаний, составленное без учета рассеяния энергии, может быть легко преобразовано в уравнение с учетом рассеяния энергии в соответствии с этой гипотезой.

Достаточно для этой цели члены уравнения, содержащие упругие силы, помножить на  $1 + i \frac{\varphi}{2\pi}$ , а возмущающую силу представить

в виде  $P = P_0 e^{i\omega t}$ .

Например, для поперечных колебаний балки постоянного сечения имеет место уравнение

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = - \frac{q}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (7)$$

Поэтому учет рассеяния энергии приводит к уравнению

$$EI \left( 1 + i \frac{\varphi}{2\pi} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = - \frac{q}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \quad (7')$$

Решение ищется в комплексных функциях, действительные и мнимые части которых удовлетворяют поставленным условиям задачи.

Далее Е. С. Сорокин останавливается на вопросе о применимости полученных результатов для сложного периодического колебания. Он считает, что поскольку силы неупругого сопротивления малы по сравнению с упругими силами, то можно по крайней мере приближенно принять, что имеет место принцип независимости действия сил.

Пусть деформация  $\varepsilon$  меняется во времени по сложному гармоническому закону. Ее можно представить в виде суммы гармонических составляющих

$$\varepsilon = \sum \varepsilon_k, \quad (8)$$

где

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{0k} e^{i\varphi_k(t)} \quad (8')$$

Далее, поскольку имеет место

$$\sigma_k = E\varepsilon_k \left( 1 + i \frac{\psi}{2\pi} \right),$$

то обозначая

$$\sigma = \Sigma \sigma_k, \quad (9)$$

получим вновь

$$\sigma = E\varepsilon \left( 1 + i \frac{\psi}{2\pi} \right). \quad (9')$$

Исходя из этих преобразований Е. С. Сорокин приходит к выводу, что его гипотеза приложима к любому периодическому процессу.

Далее он приводит результаты своих теоретических и экспериментальных исследований, из коих можно сделать следующие основные выводы:

- 1) уравнения, составленные по гипотезе Е. С. Сорокина в такой же мере удобны для практического применения, как и уравнения, составленные на основании гипотезы Фохта;
- 2) анализ экспериментального материала показывает значительно лучшее согласование результатов с гипотезой Е. С. Сорокина, нежели с гипотезой Фохта.

В частности, логарифмический декремент затухания оказался почти независимым от периода колебаний упругой системы.

Вернемся к исходным позициям гипотезы Е. С. Сорокина. Петля гистерезиса, описываемая уравнением (1), предполагает стационарные колебания упругой системы с *фиксированной* амплитудой  $\varepsilon_0$ .

Стало быть, мы имеем право требовать от теории Сорокина правильных результатов лишь для стационарных, т. е. установившихся вынужденных колебаний.

Опыты же показывают, что удовлетворительные результаты получаются и при затухающих свободных колебаниях упругой системы.

Ясно, что при такой схеме колебаний вместо замкнутой эллипсовидной петли гистерезиса получим в системе координат  $(\sigma, \varepsilon)$  спираль, т. е. получается противоречие с исходной предпосылкой гипотезы.

Таким образом, эта гипотеза справедлива лишь для стационарных колебаний дала правильные результаты и для затухающих свободных колебаний.

Второе наше замечание касается изложенного выше вывода Е. С. Сорокина о приложимости его гипотезы к любому сложному периодическому колебанию. Этот вывод, формально «обоснованный» соотношениями (8)–(9'), неверен.

Остановимся на этом вопросе подробнее.



Пусть упругая система совершает установившиеся вынужденные колебания по какому-либо гармоническому закону заданной частоты  $\omega$ .

Деформация в какой-либо точке рассматриваемой упругой системе меняется, скажем, по закону

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t.$$

Качественно колебание по этому закону не противоречит принятой форме петли гистерезиса (фиг. 1).

По мере увеличения  $\varepsilon$  от нуля до максимального значения  $\varepsilon_0$ , изображающая точка в координатах  $(\sigma, \varepsilon)$  подымается по восходящей ветви петли гистерезиса и достигает до ее крайнего положения. Далее  $\varepsilon$  вновь уменьшается и изображающая точка перемещается по нисходящей ветви петли гистерезиса. При совершении цикла колебаний, изображающая точка обегает весь контур петли гистерезиса по часовой стрелке. Причем двум экстремальным точкам синусоиды за один период колебаний отвечают, с некоторым сдвигом, зависящим от ширины раскрытия петли гистерезиса, две экстремальные точки петли.

Положим теперь, что система совершает такое сложное гармоническое колебание

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{oi} \sin i \omega t,$$

при котором возникают дополнительные экстремумы и при движении изображающей точки, скажем, вдоль восходящей петли гистерезиса, смещение  $\varepsilon$  достигает максимального значения  $\varepsilon = \varepsilon_1$ , несовпадающего с вершиной петли гистерезиса  $\varepsilon = \varepsilon_0$ .

Далее  $\varepsilon$  убывает. Физически невозможно, чтобы изображающая точка возвращалась по той же восходящей петле гистерезиса обратно.

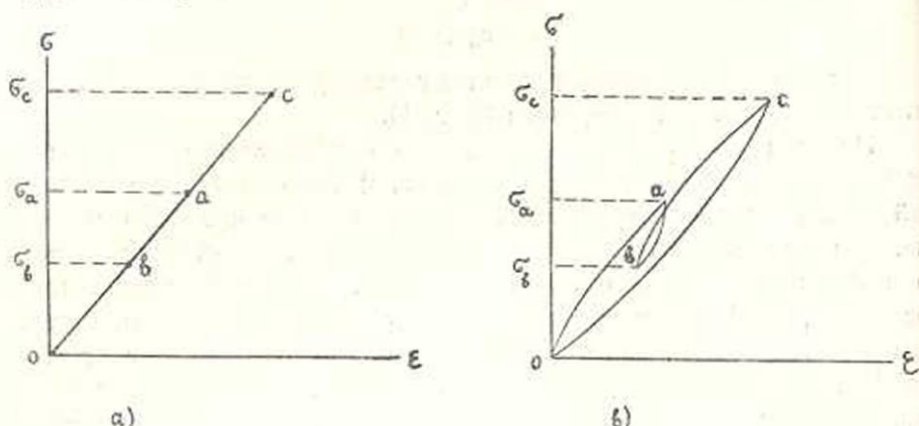
В действительности реальные свойства материала принуждают изображающую точку сойти с установившейся петли гистерезиса и пройти по новой траектории, поскольку индикаторные кривые загрузки и разгрузки, как известно, обращены выпуклостями в разные стороны.

Нетрудно дать качественную оценку формам гистерезисных кривых, отвечающих различным формам колебаний.

Для этого рассмотрим две системы отличающиеся между собою лишь тем, что первая совершенно строго следует закону Гука, в то время как вторая система совершает перемещения по гистерезисной кривой. Допустим, что обе системы подвержены воздействию одинаково изменяющихся напряжений.

Положим, что напряжение возрастает от нуля до  $\sigma_a$ , затем убывает от  $\sigma_a$  до  $\sigma_b$ . Далее вновь возрастает, проходит значение  $\sigma_a$  и достигает значения  $\sigma_c$  и вновь убывает до нуля.

На фиг. 2а показана зависимость между  $\sigma$  и  $\varepsilon$  для идеально упругого тела. В соответствии с принятым законом изменения силы, изображающая точка поднимается вдоль прямой от 0 до точки а, затем спускается в точку б и от точки б поднимается в точку с и оттуда в точку 0.



Фиг. 2

В силу того, что материал следует закону Гука, вся траектория изображающей точки будет представлять прямую линию.

Совершенно другая картина будет наблюдаться в системе, материал которой обладает гистерезисными свойствами.

Так как в этом случае кривая нагрузки должна быть обращена выпуклостью кверху, а кривая разгрузки — книзу, траектория движения изображающей точки примет вид, показанный на фиг. 2б. Таким образом, при колебании по сложному гармоническому закону, петля гистерезиса принимает значительно более сложную форму, ничего общего не имеющую с тем эллипсом, который Е. С. Сорокин положил в основу своей гипотезы. Эта гипотеза действительна лишь для однотонового (монокроматического) стационарного процесса.

Приведенные выше соотношения (8)–(9'), данные Е. С. Сорокиным, не укладываются в рамки его исходной предпосылки. Если попытаться исключить время  $t$  из кривой заданной параметрически ( $\varepsilon(t)$ ,  $\sigma(t)$ ), то, вообще говоря, мы получим уравнение кривой ( $\varepsilon$ ,  $\sigma$ ), ничего общего не имеющего с уравнением эллипса.

Ниже мы остановимся на нашем предложении, которое должно устранить отмеченные выше противоречия.

В одной из работ автора был рассмотрен вопрос о рассеянии энергии с общей точки зрения [5].

В частности, там были даны две гипотезы, причем первая привела к гипотезе Фохта, а вторая с точностью до малых высшего порядка — к результату гипотезы Е. С. Сорокина.

Было установлено также тесное, можно сказать, органическое родство этих обеих гипотез, несмотря на кажущееся глубоко прин-



ципальное различие между ними, которое с большой остротой подчеркивается Е. С. Сорокиным [9].

Здесь мы прямо остановимся на нашем предложении, которое может быть оформлено в виде гипотезы.

В дальнейшем будем считать, что силы и деформации заданы в виде комплексных функций, вещественная и мнимая части которых могут служить решениями рассматриваемых задач о колебаниях. Нашу гипотезу формулируем следующим образом: *комплексный вектор напряжений опережает комплексный вектор деформаций на постоянный угол  $\alpha$* .

Здесь подчеркивается, что деформации отстают от напряжений, что является основной чертой гистерезиса.

Аналитически эта гипотеза будет выглядеть так

$$\sigma = E \varepsilon e^{i\alpha}. \quad (10)$$

Качественный анализ этого выражения, который здесь не приводим в силу его простоты, показывает, что оно удовлетворяет качественным же требованиям, предъявляемым к форме кривой гистерезиса при сложном нагружении, на чем мы выше останавливались достаточно подробно.

Существенным здесь считаем то, что мы отошли от ставшей традиционной, при изучении явления рассеяния энергии, замкнутой петли гистерезиса, которая может представлять интерес, как уже указывалось выше, лишь для стационарных однотонных колебаний.

Легко установить связь между значением  $\alpha$  и  $\phi$  — общеизвестным коэффициентом поглощения материала.

Вычислим для этой цели рассеяние энергии при циклическом изменении напряжения  $\sigma$ , совершающемся по гармоническому закону  $\sigma = \sigma_0 e^{i\omega t}$ . На основании нашей гипотезы имеем:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} e^{i(\omega t - \alpha)}.$$

Стало быть поглощение энергии на единицу объема материала за полный цикл колебаний, например, для вещественной части, есть

$$\Delta W = \int_0^{2\pi} \sigma d\varepsilon = -\frac{\sigma_0^2 \omega}{E} \int_0^{2\pi} \cos \omega t \sin(\omega t - \alpha) dt = \frac{\sigma_0^2 \pi \sin \alpha}{E}.$$

Учитывая, что потенциальная энергия системы при крайнем отклоненном положении равна (при законе Гука):

$$W = \frac{\sigma_0^2}{2E}$$

и, что коэффициент поглощения энергии есть  $\psi = \frac{\Delta W}{W}$ , найдем

$$\sin \alpha = \frac{\psi}{2\pi}.$$

Известно, что для всех материалов  $\frac{\psi}{2\pi}$  — величина достаточно малая, поэтому с точностью до малых высшего порядка можно записать:

$$\sin \alpha \approx \alpha = \frac{\psi}{2\pi}, \quad (11)$$

$$\cos \alpha \approx 1,$$

и, стало быть,

$$e^{i\alpha} \approx 1 + i \frac{\psi}{2\pi}. \quad (12)$$

Таким образом, с точностью до малых высшего порядка мы пришли к результату Е. С. Сорокина, принявшего в основу своих исследований замкнутую петлю гистерезиса эллиптической формы, что допустимо, как уже указывалось, лишь для стационарных одно-<sup>ia</sup>тонных колебаний. Принятый здесь множитель  $e^{i\alpha}$  более удобен, нежели множитель  $1 + i \frac{\psi}{2\pi}$ .

Естественно ожидать, что деформациям сдвига должно отвечать другое значение  $\alpha$ .

Если принять, что имеет место закон наложения и для гистерезисных явлений, то в общем случае напряженного состояния можем записать:

$$\begin{aligned} X_x &= 2\mu e_{xx} e^{i\alpha_2} + \lambda \Delta e^{i\alpha_2}, \\ Y_y &= 2\mu e_{yy} e^{i\alpha_2} + \lambda \Delta e^{i\alpha_2}, \\ Z_z &= 2\mu e_{zz} e^{i\alpha_2} + \lambda \Delta e^{i\alpha_2}, \\ X_y &= \mu e_{xy} e^{i\alpha_1}, \\ Y_z &= \mu e_{yz} e^{i\alpha_1}, \\ Z_x &= \mu e_{zx} e^{i\alpha_1}. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь напряжения и деформации подразумеваются комплексными.

Коэффициенты  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  характеризуют рассеяние энергии.

Нетрудно убедиться в инвариантности полученных выражений в отношении преобразования координат.



Связь между упругими постоянными и постоянными, характеризующими рассеяние энергии, также легко установить.

Например, известным соотношениям

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}, \quad \sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)},$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \sigma)} = \mu,$$

как нетрудно вычислить, отвечают:

$$Ee^{i\alpha} = \frac{\mu e^{i\alpha_1} + (3\lambda e^{i\alpha_2} + 2\mu e^{i\alpha_1})}{\lambda e^{i\alpha_2} + \mu e^{i\alpha_1}},$$

$$\sigma_1 = \frac{\lambda e^{i\alpha_2}}{2(\lambda e^{i\alpha_2} + \mu e^{i\alpha_1})}, \quad (14)$$

$$Ge^{i\alpha_1} = \frac{Ee^{i\alpha}}{2(1 + \sigma_1)}.$$

Если  $\alpha_2 = \alpha_1$ , то  $\alpha_2 = \alpha_1 = \alpha$  и  $\sigma_1 = \sigma$ .

При этом условии выкладки сильно упрощаются.

На основе полученных соотношений нетрудно составлять дифференциальные уравнения колебаний для какой-либо упругой системы с учетом рассеяния энергии, если известны такие же уравнения без учета рассеяния энергии.

Для этой цели достаточно упругие постоянные  $E$ ,  $G$  и др. заменить выражениями  $Ee^{i\alpha}$ ,  $Ge^{i\alpha_1}$  и др.

К сожалению мы в настоящее время не располагаем достаточными опытными данными для суждения о том, насколько могут быть удовлетворены полученные результаты при сложном напряженном состоянии. Более того, пока мы не располагаем даже данными о соотношениях между постоянными  $\alpha$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и  $\sigma$ . В этом направлении требуется большая исследовательская работа.

Для иллюстрации изложенного приведем примеры на составление и решение дифференциальных уравнений.

1. Система с одной степенью свободы. Уравнение колебаний без учета рассеяния энергии имеет вид:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + ky = P(t), \quad (15)$$

где  $m$  — масса,

$y$  — смещение системы в точке приложения массы,





$k'$  — числовой коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения,

$G$  — модуль упругости при сдвиге.

То же уравнение с учетом рассеяния энергии и того, что здесь должны фигурировать две постоянные  $\alpha$  и  $\alpha_1$ , отвечающие продольным и тангенциальным деформациям, примет вид:

$$E l^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\gamma A}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \left( \frac{\gamma l}{g} + \frac{E l^2 \gamma}{g k' G e^{i \alpha_1}} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\gamma l}{g} \frac{\gamma}{g k' G e^{i \alpha_1}} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0. \quad (17')$$

Здесь считаем нужным обратить внимание на следующее.

Дифференциальные уравнения технической теории колебаний, вообще говоря, составляются при тех или иных упрощающих предположениях.

Например, уравнение (16') составлено только при учете изгибных деформаций. Погрешность в определении величин прогибов из-за неучета деформаций изгиба, при достаточно длинных балках не существенна и ею можно пренебречь.

Однако в принципе можно допустить, что для некоторых материалов постоянная  $\alpha_1$  может оказаться значительно большей величины, нежели постоянная  $\alpha$ , т. е. рассеяние энергии, связанное с деформациями сдвига, окажется большей, нежели рассеяние энергии в связи с деформациями изгиба. Поэтому, принципиально говоря, возможен даже случай, когда потеря энергии от деформации сдвига может оказаться большей, чем от деформации изгиба. Поэтому при строгой постановке задачи следует выбирать более полные дифференциальные уравнения колебаний, учитывающие деформации изгиба и сдвига и затем лишь исследовать какими факторами можно пренебречь для упрощения решения задач данного типа.

На приведенных примерах можно было наглядно уяснить, что составление уравнений с учетом рассеяния энергии производится механически, если известны аналогичные уравнения, но не учитывающие рассеяние энергии. Это — результат того, что соотношения между деформациями и напряжениями при законе Гука, а также при наличии гистерезиса по принятой нами форме, совершенно симметричны.

Ход мыслей при прямом составлении дифференциальных уравнений с учетом рассеяния энергии точно такой же, как и при составлении уравнений на основе закона Гука и поэтому его не будем повторять.

Решение получающихся дифференциальных уравнений с учетом рассеяния энергии также не представляет затруднений. Следу-

ет лишь иметь в виду, что деформации и напряжения представляют собою комплексные функции.

Рассмотрим, например, свободные и вынужденные колебания системы с одной степенью свободы.

Дифференциальное уравнение для свободных колебаний на основании (15) имеет вид:

$$y'' + p^2 e^{i\alpha} y = 0, \quad (18)$$

где

$$p^2 = \frac{k}{m}.$$

Положим

$$y = Y e^{irt}$$

Подстановка этого выражения в (18) дает:

$$-r^2 + p^2 e^{i\alpha} = 0.$$

Отсюда

$$r_1 = p e^{\frac{i\alpha}{2}}, \quad r_2 = -p e^{\frac{i\alpha}{2}}.$$

Поскольку

$$e^{i\alpha} \approx 1 + i \frac{\phi}{2\pi},$$

то

$$e^{\frac{i\alpha}{2}} \approx 1 + i \frac{\phi}{4\pi}.$$

Итак, решение имеет вид

$$y = Y_1 e^{ip \left(1 + i \frac{\phi}{4\pi}\right) t} + Y_2 e^{-ip \left(1 + i \frac{\phi}{4\pi}\right) t}$$

По смыслу задачи колебательный процесс должен быть затухающим, поэтому второй член следует отбросить.

Итак, имеем:

$$y = Y_1 e^{ip \left(1 + i \frac{\phi}{4\pi}\right) t} = Y_1 e^{-\frac{\phi}{4\pi} t} (\cos pt + i \sin pt).$$

Далее, поскольку  $Y_1$  есть комплексное число, то можно положить

$$Y_1 = A - Bi.$$

Подставляя это в предыдущее выражение и выделяя вещественную часть, окончательно получим:

$$y = e^{-\frac{\phi}{4\pi} t} (A \cos pt + B \sin pt). \quad (19)$$



## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Бать М. И. ПММ, т. IV, вып. 3, 1940.
2. Давиденков Н. Н. ЖТФ, т. VIII, вып. 6, 1938.
3. Корчинский И. Л. Расчет строительных конструкций на вибрационную нагрузку, Стройиздат, 1948.
4. Лунц Е. Б. ПММ, т. I, вып. 3, 1938.
5. Назаров А. Г. ДАН Армянской ССР, т. XVI, № 3, 1953.
6. Паков Д. Ю. ПММ, т. IV, вып. 1.
7. Писаренко Г. С. ЖТФ, т. XIX, вып. 12, 1949.
8. Работнов Ю. Н. ПММ, т. XVI, вып. 1, 1952.
9. Сорокин Е. С. Метод учета неупругого сопротивления материала при расчете конструкций на колебания. Сб. Исследования по динамике сооружений, Стройиздат, 1951.
10. Тимошенко С. П. Теория колебания в инженерном деле. Л.—М., ГТТИ, 1934.

## Ս. Գ. Նազարով

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԺԱՄԱՆԱԿ ՀԻՍՏԵՐԵԶԻՍԻ ԵՐԵՎՈՒՅՔՆԵՐԻ  
ՀԱՇՎԱՌՄԱՆ ՄԱՍԻՆ  
Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատության մեջ արված է առաջական տատանումների ժամանակ էներգիայի ցրման վերաբերյալ Ե. Ս. Սորոկինի հիպոթեզի համառոտ շարադրանքը, հիպոթեզ, որը բերում է (6) հարաբերակցությանը, որտեղ լարումները և դեֆորմացիաները կոմպլեքս մեծություններ են:

Յույց է արված, որ այդ հիպոթեզը ճիշտ է միմյալից հաստատված միալար (մոնոխորմատիկ) տատանումների համար: Իսկ այլ դեպքերում ստացվում են այն ելակետային նախադրյալին հակասող արդյունքներ, թե հիստերեզիսային կորը էլիպտիկ ձևի վրա օղակ է:

Հեղինակը առաջարկում է հետևյալ հիպոթեզը. լարումների կոմպլեքսային վեկտորը առաջանցում է դեֆորմացիաների կոմպլեքսային վեկտորից  $\alpha$  հաստատուն անկյամբ, որ անալիտիկորեն արտահայտվում է (10) հարաբերակցությամբ:

Ստացիոնար միալար պրոցեսի մասնավոր դեպքը քննարկելիս ստացվում է Ե. Ս. Սորոկինի արդյունքը՝ կրկնորդ կարգի փոքրերի ճշտություն:

Այնուհետև, ստացված արդյունքները տարածվել են բարդ լարման վիճակի վրա, որպիսի նպատակով մուծված են պարամետրեր ձգման և սեղմման համար առանձին, ինչպես նաև սահմանի դեֆորմացիաների համար:

Յույց է արված, թե ինչպես պետք է հավասարումներ կազմել մեր կողմից առաջարկվող հիպոթեզին համապատասխան, ինչպես նաև օրինակի վրա ցույց է արված աղատություն մեկ աստիճան ունեցող սիստեմի հավասարման լուծումը: