

Г. С. Саакян

Генерация π -мезонов в плотных веществах

1. Решение вопроса о числе и спектре π -мезонов, генерированных нуклонами при их прохождении через определенные толщины плотного вещества, требует знания:

1) энергетического спектра нуклонов, падающих на поверхность вещества, 2) вероятности появления π -мезонов заданной энергии в звездах, вызванных нуклонами и мезонами определенной энергии, 3) пробегах взаимодействия нуклонов и π -мезонов с веществом и, наконец, 4) пробега поглощения нуклонов при их прохождении через рассматриваемое вещество.

В настоящее время не все перечисленные выше данные нам хорошо известны, тем не менее можно с достаточной точностью установить некоторые важные стороны процесса генерации π -мезонов нуклонами в веществах.

В статье исследуется вопрос о переходном эффекте, т. е. вопрос о том, при какой толщине генерирующего вещества должен наблюдаться максимальный выход π -мезонов.

2. Пусть $N(E, x)$ есть общее число нуклонов с кинетической энергией большей E , на глубине $x \frac{2}{cM^2}$ от поверхности вещества.

Для упрощения расчетов предполагается, что все частицы движутся в вертикальном направлении, которое и принимается за ось x -ов. Нижняя граница энергии нуклонов E должна быть настолько большой, чтобы наряду с медленными мезонами родились бы и быстрые, способные выйти из слоя вещества. Относительно числа $N(E, x)$ предполагается, что с возрастанием глубины x оно убывает экспоненциально:

$$N(E, x) = N(E, 0) e^{-\frac{x}{l}} = N_0 e^{-\frac{x}{l}}, \quad (1)$$

где N_0 — число нуклонов на верхней поверхности вещества; l — пробег поглощения пучка нуклонов для рассматриваемой области энергий.

Значение l зависит не только от рода вещества, но и от энергии нуклонов. Опыты показывают, что для разных областей энергий оно разное. В наших расчетах принимается $E = Mc^2$ (где M — масса

нуклона) и во всей области энергии, большей E , пробег ослабления предполагается имеющим некоторое постоянное усредненное значение.

Пусть $i_0(R, x)dRdx$ — число π -мезонов с пробегами в интервале $(R, R+dR)$, генерированных нуклонами на глубине между x и $x+dx$. Очевидно, что

$$i_0(R, x)dxdR = N(E, x) \frac{dx}{\lambda} \gamma(R) dR = \frac{N_0}{\lambda} \gamma(R) dR e^{-\frac{x}{\lambda}} dx \quad (2)$$

где λ — пробег взаимодействия, который согласно эксперименту как для нуклонов, так и для π -мезонов равен пробегу, соответствующему геометрическому сечению ядер вещества. $\gamma(R)dR$ — среднее число мезонов с пробегами в интервале $(R, R+dR)$, образованных в одной звезде с энергией большей E .

Дальнейшая судьба мезонов определяется процессами их распада и ядерными столкновениями, претерпеваемыми ими. В плотных веществах играет роль исключительно второй процесс, тогда как в газах — первый.

В потоке нуклонов, падающих из воздуха на поверхность плотного вещества, число π -частиц настолько мало, что можно считать их вообще отсутствующими. Правда, они появятся в каскадном процессе, развивающемся в плотном веществе, но нетрудно показать, что на любой глубине число их будет меньше числа нуклонов. Действительно, число π -мезонов с пробегами больше R на глубине s приблизительно равно

$$\pi(R) = \int_0^s N_0 e^{-\frac{x}{l}} \frac{dx}{\lambda} W \cdot n(R+s-x) e^{-\frac{s-x}{\lambda}},$$

где W — вероятность появления ливневой частицы в звездах с энергией больше Mc^2 ; $n(R)$ — число рожденных мезонов с пробегами больше R , в звездах с $n_s \geq 1$, где n_s — число ливневых частиц; $e^{-\frac{s-x}{\lambda}}$ — вероятность того, что частица, рожденная на глубине x , дойдет до s , не претерпевая ядерного столкновения. Учитывая факт существования ионизационных потерь, можно написать

$$\pi(R) < \frac{N_0 W}{1 - \frac{\lambda}{l}} n(R) \left(e^{-\frac{s}{l}} - e^{-\frac{s}{\lambda}} \right).$$

С другой стороны, число быстрых нуклонов на той же глубине равно $N_0 e^{-\frac{s}{l}}$. Поэтому для отношения чисел мезонов и протонов с энергией больше Mc^2 имеем:

$$\alpha < \frac{Wn(R)}{1 - \frac{\lambda}{l}} \left[1 - e^{-s \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{l} \right)} \right], \quad (3)$$

где R — пробег мезона с энергией Mc^2 ; он равен около 680 г/см^2 свинца. Анализ таблиц звезд, приведенных в [1] и [2], относящихся к высотам 20 и 3,3 км, показывает, что $n(680) \approx 0,4^*$ (см. фиг. 1) и частота W появления звезд с $n_s \geq 1$ и с энергией больше Mc^2 равна около 0,8. Подставляя эти значения W и $n(R)$ в (3), получаем:

$$\alpha < \frac{0,32}{1 - \frac{\lambda}{l}} \left[1 - e^{-s \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{l} \right)} \right] < \frac{0,32}{1 - \frac{\lambda}{l}} = \begin{cases} 0,96 & \text{при } l = 1,5\lambda, \\ 0,64 & \text{при } l = 2\lambda. \end{cases}$$

При $l = \lambda$ получаем $\alpha < 0,32 \frac{s}{\lambda}$. Таким образом, при $l > \lambda$ число нуклонов больше числа π -мезонов при всех s , а для $l = \lambda$ — при толщинах $s \leq 3\lambda$.

На основании вышеизложенного в первом приближении можно пренебречь числом π -мезонных звезд по сравнению с числом нуклонных звезд и учесть их во втором приближении.

Мезоны вообще не сохраняют направления первичных частиц, а имеют определенное угловое распределение. Это вызывает некоторое удлинение пройденного пути частиц в веществе. Далее мы приближенно учитываем влияние этого углового распределения, предполагая, что все вторичные частицы вылетают из звезд под некоторым средним углом.

Далее мезоны погибают в ядерных столкновениях, вызывая звезды, поэтому вероятность того, что они дойдут из глубины x до s , равна

$$e^{-\frac{s-x}{\lambda \cos \Phi}},$$

где Φ — средний угол в распределении вторичных частиц, отсчитываемых от направления первичных. Как известно, $\Phi \sim 30^\circ$ [1].

Умножая уравнение (2) на эту вероятность и интегрируя в пределах от нуля до s , получим общее число мезонов заданной энергии на глубине s :

$$F_0(R, s) = \frac{N_0}{\lambda} e^{-\frac{s}{\lambda \cos \Phi}} \int_0^s \gamma \left(R + \frac{s-x}{\cos \Phi} \right) e^{x \left(\frac{1}{\lambda \cos \Phi} - \frac{1}{l} \right)} dx. \quad (4)$$

* Отметим, что $n(680) = 0,4$ представляет среднее число мезонов с энергией больше $Mc^2 \approx 940 \text{ Mev}$ на одну звезду с $n_s \geq 1$. Среднее число ливневых мезонов (т. е. с $E_\pi \geq 80 \text{ Mev}$) в таких звездах составляет около 1,7.

Отсюда мы можем определить общее число частиц с пробегами больше R_0 :

$$\pi_0(R, s) = \frac{N_0}{\lambda} e^{-\frac{s}{\lambda \cos \vartheta}} \int_0^s n \left(R_0 + \frac{s-x}{\cos \vartheta} \right) e^{x \left(\frac{1}{\lambda \cos \vartheta} - \frac{1}{l} \right)} dx, \quad (5)$$

где $n(R)$ — интегральный спектр рождения мезонов:

$$n(R) = \int_R^{\infty} \gamma(R) dR. \quad (6)$$

В (4) и (5) не учтены π -мезоны, рожденные в π -мезонных звездах. Число таких частиц с пробегами в интервале $(R, R+dR)$, генерированных в слое $x, x+dx$, равно

$$\pi_0(R_m, x, \vartheta) \frac{dx}{\lambda \cos \vartheta} \gamma_{\pi}(R) dR, \quad (7)$$

где $\gamma_{\pi}(R) dR$ — вероятность появления в звезде мезона с пробегом в интервале $(R, R+dR)$, $\pi_0(R_m, x, \vartheta)$ — общее число мезонов на глубине x , способных генерировать энергичные звезды. Оно определяется формулой (5):

$$\pi_0(R_m, x, \vartheta) = \frac{N_0}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda \cos \vartheta}} \int_0^x n \left(R_m + \frac{x-t}{\cos \vartheta} \right) e^{t \left(\frac{1}{\lambda \cos \vartheta} - \frac{1}{l} \right)} dt, \quad (8)$$

где R_m — минимальный пробег π -частиц, способных создавать такие же звезды, какие вызывают нуклоны с энергией больше E . Не будет большой ошибки, если допустить, что мезон и нуклон одинаковой энергии в среднем вызывают звезды с одинаковыми числами n_s и N_n (N_n — число сильно ионизирующих частиц). Поэтому естественно в учитываемых π -мезонных звездах за нижнюю границу энергии принять E . Тогда R_m будет пробег мезона, соответствующий этой энергии. Так как мы полагаем E равной энергии покоя протона, то соответствующее значение R_m равно около $680 \text{ г/см}^2 \text{ Рв}$.

Мезоны, определяемые выражением (7), исходят из звезд в среднем под углом β относительно первичных мезонов, идущих под углом ϑ относительно вертикали. Пусть частицы (7) двигаются под углом α относительно вертикали. Тогда имеем:

$$\cos \alpha = \cos \vartheta \cos \beta + \sin \vartheta \cdot \sin \beta \cos \varphi,$$

где φ — угол между плоскостями, образованными вертикальной осью с направлениями движения первичных и вторичных мезонов. Пред-

полагая, что средний угол вылета мезонов из π -мезонных и нуклонных звезд приблизительно одинаков, получим:

$$\cos\alpha = \cos^2\vartheta + \sin^2\vartheta \cos\varphi.$$

Отсюда определим среднее значение α , учитывая, что $\sin\vartheta < \cos\vartheta$ ($\vartheta \sim 30^\circ$).

Имеем:

$$\cos\alpha \approx \cos^2\vartheta. \quad (9)$$

Вероятность того, что мезоны (7), рожденные в точке x , дойдут до глубины s , не претерпев ядерного столкновения, равна

$$e^{-\frac{s-x}{\lambda \cos\alpha}} = e^{-\frac{s-x}{\lambda \cos^2\vartheta}}.$$

Умножая (7) на эту вероятность и интегрируя в пределах от нуля до s , получим число мезонов на выходе

$$F_1(R, s) = \frac{N_0}{\lambda^2 \cos^2\vartheta} e^{-\frac{s}{\lambda \cos^2\vartheta}} \int_0^s \gamma_\pi \left(R + \frac{s-x}{\cos^2\vartheta} \right) e^{-\frac{x(1-\cos\vartheta)}{\lambda \cos^2\vartheta}} dx \times \\ \times \int_0^x n \left(R_m + \frac{x-t}{\cos\vartheta} \right) e^{-t \left(\frac{1}{\lambda \cos\vartheta} - \frac{1}{l} \right)} dt. \quad (10)$$

Интегрируя (10) по R , находим число мезонов с пробегами больше заданного R_0 :

$$\pi_1(R_0, s) = \frac{N_0}{\lambda^2 \cos^2\vartheta} e^{-\frac{s}{\lambda \cos^2\vartheta}} \int_0^s \pi_\pi \left(R_0 + \frac{s-x}{\cos^2\vartheta} \right) e^{-\frac{x(1-\cos\vartheta)}{\lambda \cos^2\vartheta}} dx \times \\ \times \int_0^x n \left(R_m + \frac{x-t}{\cos\vartheta} \right) e^{-t \left(\frac{1}{\lambda \cos\vartheta} - \frac{1}{l} \right)} dt, \quad (11)$$

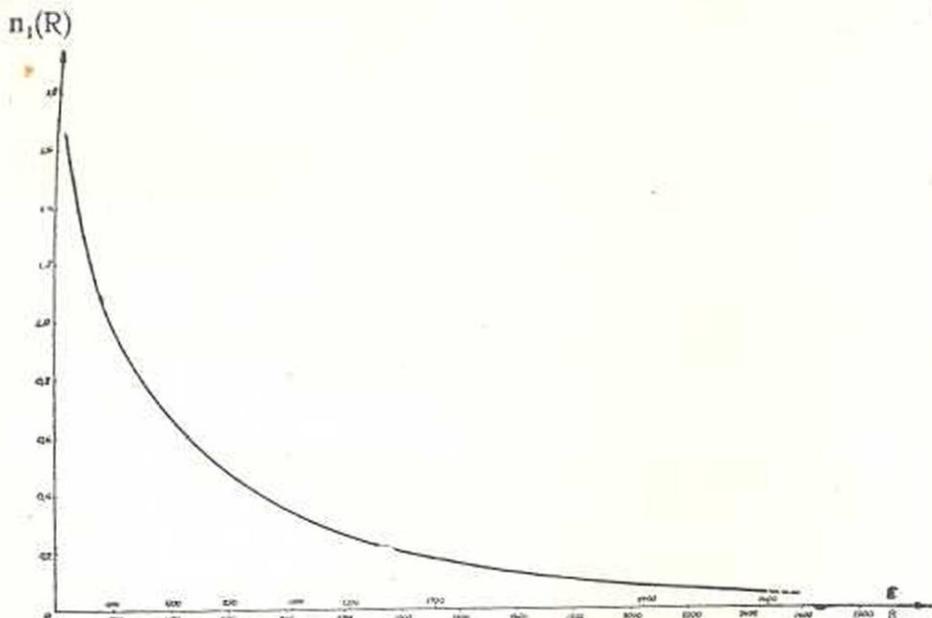
где

$$\pi_\pi(R) = \int_R^\infty \gamma_\pi(R) dR. \quad (12)$$

Таким образом, сумма (5) и (11) даст полное число мезонов с пробегами больше R_0 , генерированных в поглотителе с толщиной s :

$$\pi(R_0, s) = \pi_0(R_0, s) + \pi_1(R_0, s). \quad (13)$$

3. Пользуясь дифференциальным спектром рождения для звезд в $p_s \geq 1$, приведенного в [3], вычислен интегральный спектр $n_1(R)$, который изображен на фиг. 1. Для получения функции $n(R)$, необходимо ординаты кривой $n_1(R)$ умножить на вероятность $W(E) \approx 0,8$ появления ливневой частицы в звездах с энергией Mc^2 .



Фиг. 1. Интегральный спектр рождения π -мезонов в фотоэмульсии. По оси абсцисс сверху отложена энергия частиц E в Мев-ах, а снизу—соответствующий этой энергии пробег R в g/cm^2 свинца. По оси ординат отложено общее число мезонов с пробегами (с энергией) больше заданного R , рожденных в звездах с $p_s > 1$.

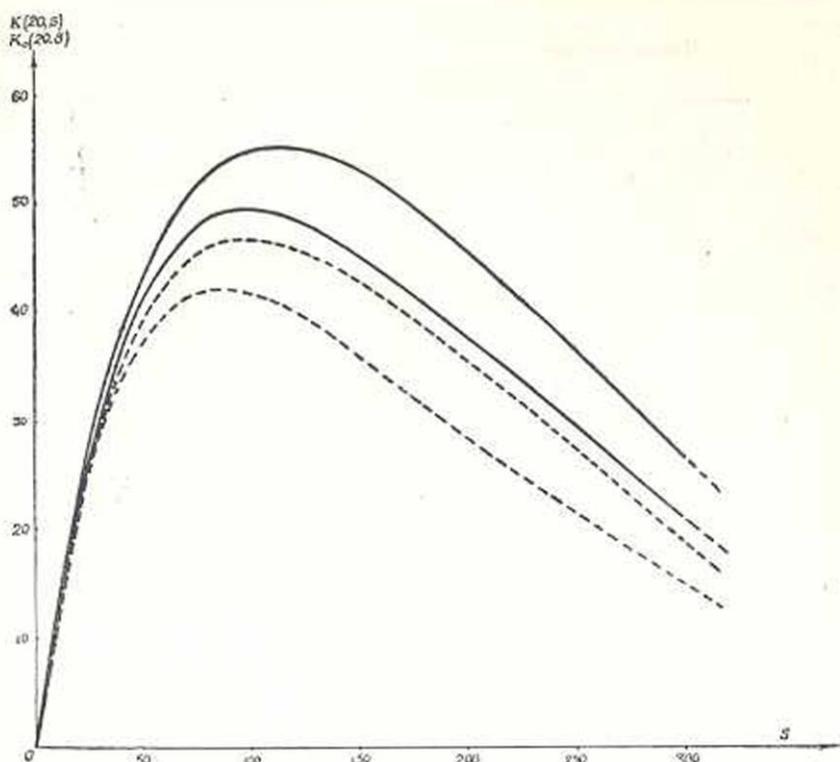
Предполагая также, что спектры рождения π -частиц в нуклонных и π -мезонных звездах почти одинаковы, получим:

$$n(R) \approx n_\pi(R) \approx 0,8 n_1(R).$$

Таким образом, исходя из интегрального спектра рождения вычисляем общее число генерированных мезонов с пробегами больше $20 g/cm^2$ свинца, как функцию толщины вещества, для значений пробега поглощения нуклонов соответственно $1,5\lambda$ и 2λ . В расчетах предполагалось, что в эмульсии и свинце ионизационные пробеги в $\frac{2}{cm^2}$ одинаковы. Результаты приведены в таблице 1 и на фиг. 2, где функции $K_0(s)$, $K_1(s)$ и $K(s)$ обозначают:

$$K_0(s) = \frac{\lambda}{N_0} \pi_0(20, s),$$

$$K_1(s) = \frac{\lambda}{N_0} \pi(20, s),$$



Фиг. 2. Выход мезонов в зависимости от толщины вещества (фотоэмульсия). По оси абсцисс отложена толщина s в $г/см^2$, по оси ординат—функции $K(20,s)$ (сплошные линии) и $K_0(20,s)$ (пунктирные линии) для двух значений пробега ослабления. Если ординаты кривых умножить на $\frac{\lambda}{N_0}$ (λ —пробег взаимодействия, а N_0 —число нуклонов с энергией больше 1000 Мев на поверхности поглотителя), то сплошные кривые дадут общее число мезонов с пробегами больше 20 $г/см^2$ свинца, а пунктирные кривые—то же без учета π -мезонов, генерированных в мезонных звездах.

$$K(s) = K_0(s) + K_1(s) = \frac{\lambda}{N_0} \pi(20,s). \quad (15)$$

Из таблицы и кривой можно сделать следующие выводы:

1. Число мезонов, генерированных мезонами, мало по сравнению с числом мезонов, генерированных нуклонами, и форма переходной кривой в основном определяется числом последних.

2. С ростом толщины вещества число генерированных частиц сперва растет быстро; при толщине $100 \frac{г}{см^2}$ эмульсии достигает максимума и дальше медленно убывает. Медленный спад кривой за максимумом обусловлен возрастанием относительной доли π -мезонных звезд при больших толщинах. Аналогичный расчет для свинца (переходная кривая была рассчитана и для свинца, при этом было пред-

Таблица 1

Число генерированных мезонов, как функция от толщины вещества (эмульсия)

$\frac{2}{s \cdot \text{см}^2}$	$l=1,5\lambda$				$l=2\lambda$			
	$K_0(s)$	$K_1(s)$	$K(s)$	$\frac{K_1(s)}{K(s)}$	$K_0(s)$	$K_1(s)$	$K(s)$	$\frac{K_1(s)}{K(s)}$
0	0	0	0	—	0	0	0	—
20	21,25	0,91	22,2	0,041	21,9	0,94	22,84	0,041
40	33,60	2,72	36,3	0,075	34,9	2,85	37,75	0,075
60	39,7	4,61	44,3	0,104	42,3	4,80	47,10	0,102
80	42,2	6,60	48,8	0,137	46,0	6,78	52,78	0,128
100	41,9	7,80	49,7	0,157	46,5	8,35	54,85	0,152
130	38,9	8,83	47,7	0,184	45,0	9,80	54,80	0,178
180	31,6	8,88	40,5	0,220	38,7	10,35	49,05	0,210
300	15,1	6,00	21,1	0,284	18,8	7,84	26,64	0,282

положено, что вид спектра рождения остается неизменным и изменится только вероятность появления ливневой частицы $W(E)$ дает совершенно такой же ход кривой с максимумом при $s \approx 180 \frac{2}{\text{см}^2}$, при обоих значениях пробега поглощения.

Учитывая, что пробеги взаимодействия для эмульсии и свинца соответственно равны 90 г/см^2 и 160 г/см^2 , мы приходим к заключению, что максимум имеет место при толщинах поглотителей $s \approx \lambda$.

3. Неточности в знании спектра рождения, использованного нами, не сильно сказываются на форме переходной кривой и особенно на положении ее максимума. Последнее, в основном, определяется пробегами взаимодействия и поглощения.

В заключение произведем оценку отношения числа π -мезонов к числу протонов под толщиной 100 г/см^2 эмульсии. Предположим, что поток быстрых протонов с энергией больше Mc^2 составляет, примерно, половину от общего потока нуклонов такой же энергии. Тогда отношение α общего числа π -мезонов с пробегами больше 20 г/см^2 к числу протонов с энергией больше Mc^2 равно

$$\alpha \approx \frac{N_0 K(s)}{\frac{1}{2} N_0 e^{-\frac{s}{l}}} = 2 \frac{K(s)}{\lambda} e^{\frac{s}{l}} \quad (16)$$

Из таблицы 1 для α находим значения 2,32 и 2,12 при пробегах ослабления соответственно $1,5\lambda$ и 2λ .

Для сравнения с экспериментом представляет интерес и отношение чисел мезонов и протонов с пробегами в определенном интервале.

Для определения этого отношения было вычислено также число мезонов с пробегами больше 30 г/см^2 и 10 г/см^2 под толщиной $100 \frac{2}{\text{см}^2}$ эмульсии:

$$K(30,s) = \begin{cases} 48,1 & \text{при } l=1,5\lambda \\ 53,4 & \text{при } l=2\lambda \end{cases}$$

$$K(40,s) = \begin{cases} 46,5 & \text{при } l=1,5\lambda \\ 51,4 & \text{при } l=2\lambda \end{cases} \quad (17)$$

Для отношения числа мезонов с пробегами в интервале $30 \leq R \leq 40 \frac{z}{c \cdot M^2}$ к числу протонов с энергией больше 1000 Mev из (16), находим:

$$\Delta \alpha \approx 2 \frac{K(30,s) - K(40,s)}{\lambda} e^{\frac{s}{l}} = \begin{cases} 0,075 & \text{при } l=1,5\lambda \\ 0,077 & \text{при } l=2\lambda \end{cases} \quad (18)$$

В заключение автор выражает благодарность Е. Л. Фейнбергу и Н. М. Кочаряну за обсуждение работы.

Ереванский государственный университет
им. В. М. Молотова

Поступило 15 I 1953

ЛИТЕРАТУРА

1. Camerini U., Devies I. H., Fowler P. H., Franzenetti C., Muirhead H., Loc W. O., Perkins D. H. and Jekutell G. Phil. Mag. 42, 1241, 1951.
2. Brown I. R. H., Camerini U., Fowler P. H., Heitler H., King D. T. and Powell C. F., Phil. Mag. 40, 862, 1949.
3. Progress in Cosmic Ray Physics, Amsterdam, 1952, стр. 24.

Գ. Ս. Սահակյան

π -ՄԵԶՈՆՆԵՐԻ ԳԵՆԵՐԱՑԻԱՆ ԽԻՏ ՆՅՈՒԹԵՐՈՒՄ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատության մեջ ուսումնասիրված է π -մեզոնների գեներացման հարցը խիտ միջավայրերում: Ելնելով π -մեզոնների ծնման սպեկտրից ֆոտոէմուլսիայում, հետազոտված է անցման էֆեկտը այդ մասնիկների համար: Ուրից է տրված, որ ամենամեծ թվով մեզոններ կդիտվեն այն դեպքում, երբ նյութի հաստությունը մոտավորապես հավասար կլինի նրա միջուկների երկրաչափական հատվածքին համապատասխանող ազատ վազքի երկարությանը: Ծնված մեզոնների քանակը համեմատված է պրոտոնների քանակի հետ: