

АСТРОФИЗИКА

Г. А. Гурзадян

Об устойчивости формы выброшенных газовых
оболочек звезд

§. 1 Постановка проблемы

Имеется целый класс звезд, с поверхности которых происходит истечение газовой материи. В некоторых случаях истечение имеет импульсивный характер: под влиянием сил, действующих практически мгновенно, некоторое количество массы выбрасывается из звезды. В этом случае получается расширяющаяся газовая оболочка. Иногда первоначальный выброс сопровождается дальнейшим истечением газовой материи.

Звезды, у которых выброс газовой материи имеет импульсивный характер, представляют огромный космогонический интерес. Сюда входят, в первую очередь, все новые, сверхновые и новоподобные звезды, а также планетарные туманности. Что выброс газовой материи у новых имеет импульсивный характер это очевидно. То же самое, однако, нельзя без доказательства утверждать о планетарных туманностях. До сих пор не наблюдалось образование планетарной туманности в результате мгновенного выброса газовой материи из центральной звезды. Однако структура и динамическое состояние планетарных туманностей требуют именно выброса, а не непрерывного истечения. С этой точки зрения планетарные туманности и оболочки новых звезд похожи друг на друга—и те и другие являются результатом выброса некоторого количества газовой материи. Разница только в величинах физических параметров; масса планетарных туманностей в несколько сот раз превосходит массу оболочек новых, скорость же расширения—в сто раз меньше.

Однако имеется еще одно обстоятельство, отличающее оболочки новых от планетарных туманностей: последние имеют более или менее хорошо выраженную геометрическую форму—сферическую или почти сферическую, в центре которой находится освещающая звезда. Между тем, оболочка, выброшенная новой, лишена правильной формы; она очень быстро превращается (когда ее удастся наблюдать) в бесформенную туманность. Это имеет чрезвычайно важное значение: в одном случае оболочка сохраняет свою форму, а в другом—она деформируется и распадается на части.

Условимся в дальнейшем называть оболочку устойчивой, когда она во время расширения сохраняет или мало меняет свою первоначальную форму, и, наоборот, неустойчивой, когда она сравнительно

но быстро разрушается. Это означает, что в случае планетарных туманностей мы будем иметь устойчивые оболочки, в случае новых звезд — неустойчивые. Поскольку эти оболочки характеризуются различными значениями физических и динамических параметров, отсюда следует, что, например, устойчивая оболочка может образоваться только тогда, когда эти параметры удовлетворяют определенному комплексу условий. В противном случае оболочка будет неустойчивой. Если нам удастся связать эти параметры с некоторой числовой величиной, характеризующей степень устойчивости («коэффициент неустойчивости»), то тем самым мы получим возможность предугадать дальнейшую судьбу выброшенных газовых оболочек всевозможного типа. В частности, мы можем констатировать тот тип выброса, при котором образование планетарной туманности становится возможным. Таким образом, представляется возможность выяснить роль новых звезд в процессе образования планетарных туманностей — вопрос, который так часто дискутируется.

Оболочка, удаляясь от звезды, попадает в межзвездную среду, которая имеет определенную, далеко непренебрежимую плотность. Эта среда должна оказывать сопротивление движущейся оболочке, вследствие чего скорость последней уменьшается. Иначе говоря, движение оболочки в окружающей среде сопровождается отрицательным ускорением. Поскольку плотность оболочки значительно больше, чем плотность сопротивляющейся среды, то теоретически ее движение может длиться бесконечно долго, а скорость становится равной нулю лишь на бесконечности. Это утверждение будет доказано ниже. В течение этого длительного периода непрерывного движения и при наличии сопротивления со стороны среды, поверхность раздела между наружной границей оболочки и средой не может долго оставаться устойчивой. Самая незначительная неравномерность на наружной границе оболочки — неравномерность, которая всегда может иметь место первоначально под влиянием различных причин (например, хотя бы из-за флуктуации величины импульсивной силы), развивается во время движения оболочки и в определенный момент она приводит к полному разрушению оболочки.

Таким образом, проблема сводится к решению следующей физической задачи: через газовую среду определенной плотности движется газовая оболочка со значительно большей плотностью. Размеры оболочки и первоначальная скорость движения известны. Требуется определить, при каких условиях и на каких этапах расширения оболочка устойчива и при каких она перестает быть устойчивой. Решение этой задачи связано с большими трудностями. Во-первых, мы имеем дело со сжимаемой жидкостью — газом. Во-вторых, скорость движения через сопротивляющуюся среду обычно превышает скорость звука в этой среде. Это приводит, в частности, к необходимости учитывать сжимаемость газа. Оба эти фактора чрезвычайно сильно усложняют математическую трактовку задачи. Од-

нако, для целей получения хотя бы качественных результатов мы можем сжимаемостью жидкости пренебречь.

Заметим, что аналогичная задача возникает во многих отраслях астрофизики. В частности, ряд особенностей формы и структуры диффузных светлых и темных туманностей и межзвездной диффузной материи можно было бы объяснить именно с точки зрения взаимодействия двух облаков (газовых или пылевых), обладающих определенными кинематическими и физическими характеристиками. Подобный пример при особых случаях мы можем иметь при движении протуберанцев и волокон в солнечной атмосфере. Вследствие сопротивления атмосферы Солнца некоторые протуберанцы и волокна могут деформироваться. Имея из ряда последовательных снимков величину деформации по времени и теоретическую связь этой деформации с физическими параметрами, можно определить значение любого из последних. Однако это должно быть предметом специального исследования, которое нетрудно провести на основе нижеприведенных рассуждений.

В связи с этим отметим интересные работы Льюиса [1] и Тэйлора [2], проведенные для жидкостей. Первый экспериментально, а второй теоретически показали, что когда две жидкости разной плотности, лежащие друг на друге, ускоряются в направлении, перпендикулярном к поверхности их раздела, эта последняя будет устойчивой или неустойчивой в зависимости от того, как направлен вектор ускорения—от легкой жидкости к тяжелой, или наоборот.

В настоящей работе дается решение задачи для выброшенных газовых оболочек звезд. Постановка задачи следующая.

Выброшена со скоростью v_0 однородная и сферически-симметричная оболочка, масса которой равна M_0 . Для простоты сперва можно рассмотреть двухмерную задачу, а потом уже реальную—трехмерную. Криволинейностью оболочки будем пренебрегать. Примем далее, что оболочка имеет достаточную толщину. Процесс дальнейшего истечения газовой материи после выброса оболочки существенно не меняет получаемые результаты. Поэтому его учитывать не будем. Впрочем, нетрудно рассмотреть и задачу с учетом непрерывного истечения.

Но основной, имеющей принципиальное значение, трудностью является законность применения результатов классической гидродинамики в условиях космических объектов. Известно, что даже в самых плотных газовых туманностях и облаках плотность материи ничтожно мала в сравнении с той, для которой были выведены основные уравнения классической гидромеханики. Об экспериментальных проверках нечего и говорить, так как осуществление подобных экспериментов в современном уровне техники невозможно. Кроме того, в большинстве случаев приходится иметь дело с объектами, газовая материя которых находится во взаимодействии с полем изучения соседних звезд.

Тем не менее есть основание полагать, что законы обычной

гидромеханики применимы и для космических объектов. Существенным при этом являются масштабы явления и размеры объектов в сравнении с длиной свободного пробега частиц в них. Мы можем утверждать, что до тех пор, пока расстояние d между двумя такими точками, в которых значения параметров движения (например, скоростей) заметно отличаются друг от друга, будет значительно больше длины среднего свободного пробега частицы l , т. е. когда имеет место условие

$$\frac{d}{l} \gg 1,$$

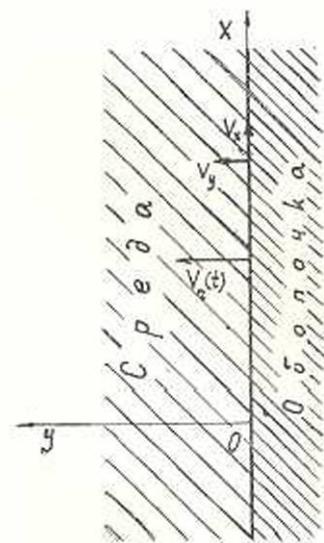
для таких объектов справедливы основные уравнения гидродинамики.

По вычислениям Спитцера [3] даже в межзвездных водородных облаках, обладающих гораздо меньшей плотностью, чем планетарные туманности и оболочки новых, длина свободного пробега частицы составляет всего несколько сотых $a. e.$ Между тем, в интересующих нас случаях мы имеем дело с объектами колоссальных размеров, а расстояния, на которых обнаруживаются заметные различия в состоянии движения, составляют несколько сот и тысяч $a. e.$

Исходя из этих рассуждений, мы можем считать применение основных уравнений классической гидромеханики для космических объектов (в частности для планетарных туманностей) законным.

§ 2. Устойчивость формы газовых оболочек

Движение оболочки в межзвездной среде, имеющей плотность ρ_c , описывается зависимостью между расстоянием внешней границы



Фиг. 1.

оболочки от звезды и временем. Вводим движущуюся с оболочкой координатную систему так, чтобы ось x была направлена по поверхности раздела (по наружной границе оболочки), а ось y — нормально поверхности и наружу. Пока считаем, что движение по z -координате не имеет места. Иначе говоря, мы рассматриваем сперва двухмерную задачу. Реальную, трехмерную задачу рассмотрим ниже, в § 3. Обозначим, наконец, через $v(r)$ скорость движения оболочки на расстоянии r от звезды (фиг. 1), которое является функцией только времени*.

Оболочка во время движения испытывает сопротивление. Иначе говоря, создается некоторое давление на поверхности раздела. Фактически оно складывается из трех величин: динамического давления, газового давления и лучистого давления. Пренебрегая двумя последними, будем учитывать только первое.

* $v(r)$ не следует смешивать с радиальной компонентой скорости, выраженной в полярных координатах.

Среда испытывает динамическое давление со стороны оболочки, величина которого определяется через $P(t) = \frac{\rho}{2} v^2(r)$ (удельное давление). Вектор этого давления направлен от оболочки к среде (фиг. 2а). Однако поскольку нас интересует движение оболочки, то мы можем изучать его, отстраняя среду, но вместо этого прилагая вектор давления от среды к оболочке (фиг. 2б).

Пусть оболочка в какой-нибудь момент (в начальный момент) находилась в покое (т. е. не оказалась в состоянии возмущения). Движение из такого состояния, как известно, потенциально. Тогда, в силу теоремы Томсона (циркуляция скорости вдоль замкнутого контура, передвигающегося вместе с жидкостью, остается неизменной со временем) можем сказать, что движение оболочки будет потенциальным и в дальнейшем, когда она окажется в возмущенном состоянии. Иначе говоря, принимаем, что возмущающее движение в рассматриваемом нами случае безвихровое и, следовательно, ротор от вектора скорости равен нулю.

Вводим эйлеровы координаты v_x, v_y , представляющие компоненты скорости движения частицы в отношении координатной системы xy . Они связаны с потенциалом скоростей φ следующими соотношениями:

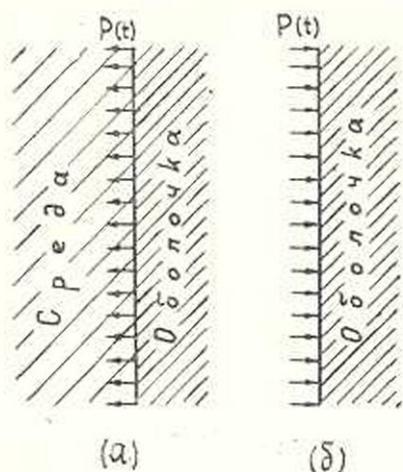
$$v_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}. \quad (a)$$

Потенциал скоростей удовлетворяет так называемому уравнению неразрывности, которое для потенциального движения несжимаемой жидкости имеет следующий вид (уравнение Лапласа):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0. \quad (б)$$

В рассматриваемом случае мы имеем дело с неустановившимся движением, так как режим движения, т. е. поле скоростей, поле гидродинамических давлений, поле массовых сил меняются по времени. Иначе говоря, потенциал скорости φ нужно рассматривать как функцию от аргументов x, y и t .

Интеграл уравнения движения в этих условиях дается интегралом Коши-Лагранжа:



Фиг. 2.

$$V + P + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{\partial \varphi}{\partial t} = F(t). \quad (в)$$

Левая часть этого выражения зависит только от времени и не зависит от координат x и y .

Постоянную интегрирования $F(t)$ можно ввести в φ , как это обычно делается в гидромеханике; тогда получим:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = V + P + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right], \quad (1)$$

где V — потенциал внешних сил. В нашем случае на частицы газа, находящиеся на расстоянии r от центральной звезды, действует притяжение этой звезды, а также замедление, которое возникает от сопротивления среды. Ускорение, вызванное влиянием притяжения центральной звезды g_0 и ускорение, вызванное сопротивлением среды движению оболочки $g_c(t)$, имеют одинаковый знак и направлены обратно направлению движения. Поэтому, приняв в пределах оболочки g_0 и $g_c(t)$ постоянными, можем написать:

$$V = [g_0 + g_c(t)] y.$$

Здесь g_0 уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния внешней границы оболочки от звезды r ; $g_c(t)$ также зависит от r или от t . Но оба независимы от местных, движущихся с оболочкой координат x и y .

На далеких от звезды расстояниях g_0 будет очень малой величиной в сравнении с $g_c(t)$. Поэтому будем им в дальнейшем пренебрегать и примем V в виде:

$$V = g_c(t) \cdot y. \quad (2)$$

Что же касается P , входящего в уравнение (1) и представляющего собой удельное давление, то в случае несжимаемой жидкости оно пишется просто $P = \frac{p}{\rho} = P(t)$.

Окончательно, с учетом всех этих выкладок, интеграл Коши-Лагранжа, в применении к нашему случаю, примет следующий вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = g_c(t) y + P(t) + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right], \quad (3)$$

причем

$$g_c(t) = \frac{dv(r)}{dt}. \quad (4)$$

Член в квадратной скобке правой части уравнения (3) представляет собой скорость возмущенного движения. Мы будем предполагать это движение настолько медленным, чтобы в (3) им можно было бы пренебречь. Тогда (3) примет следующий вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = g_c(t) \cdot y + P(t). \quad (5)$$

Вводим вместо φ новое переменное Φ следующим образом:

$$\Phi = \varphi - \int P(t) \cdot dt. \quad (6)$$

Тогда уравнение (5) напишется в следующей форме:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} - g_c(t) \cdot y = 0. \quad (7)$$

Нетрудно убедиться, что функция $\Phi = \Phi(x, y, t)$ также удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0. \quad (8)$$

Если вызванное возмущение формы границы оболочки не особенно велико (в сравнении с размером самой оболочки), то, обозначая значение y для точек поверхности через η , можно написать для наружной границы оболочки ($y = 0$):

$$\frac{\partial \Phi(x, 0, t)}{\partial t} - g_c(t) \cdot \eta = 0, \quad (9)$$

где принято приблизительно $\Phi(x, \eta, t) = \Phi(x, 0, t)$.

Отсюда

$$\eta = \frac{1}{g_c(t)} \left| \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{y=0}. \quad (10)$$

По этой формуле можно, зная потенциал скоростей (в дальнейшем, ради краткости, потенциалом скоростей будем называть функцию $\Phi(x, y, t)$), определить вид наружной поверхности оболочки.

Между функцией η и потенциалом Φ существует следующее приближенное соотношение:

$$v_y = - \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad (11)$$

имеющее место на поверхности, т. е. при $y = 0$. Это выражение дает проекцию скорости частицы на оси y . Подставляя η из (10) в (11), получим следующее граничное условие задачи:

$$\frac{1}{g_c(t)} \left| \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \right|_{y=0} + \left| \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{y=0} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{g_c(t)} = - \left| \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_{y=0}. \quad (12)$$

Кроме этого имеются еще следующие граничные условия. В очень глубоких от поверхности оболочки слоях вертикальное колебательное движение отсутствует*, т. е.

* При этом принимаем, что оболочка обладает достаточно большой толщиной в сравнении с амплитудой колебания.

$$v_y = - \left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_{y=-\infty} = 0,$$

или, имея в виду (6), получим:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_{y=-\infty} = 0. \quad (13)$$

Наконец, допускаем, что имеет место симметрия задачи, и что частицы, лежащие на линии $x=0$, т. е. проходящие через один из гребней образующейся волны, по всей глубине, не могут сделать перемещение по x , т. е.

$$v_x = - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x=0} = 0,$$

или

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x=0} = 0. \quad (14)$$

Уравнения (12), (13) и (14) являются граничными условиями нашей задачи. О начальных условиях речь будет идти ниже.

Теперь переходим к отысканию функции $\Phi(x, y, t)$. Она должна удовлетворять уравнению Лапласа (8) и граничным условиям (12), (13) и (14).

Решение, удовлетворяющее уравнению (8), имеет следующий вид:

$$\Phi(x, y, t) = [a(t) \cos kx + b(t) \sin kx] [A(t) \cdot e^{ky} + B(t) \cdot e^{-ky}], \quad (15)$$

где a , b , A , B — произвольные функции от времени, k — постоянная. Поскольку для определения этих четырех функций и одной постоянной располагаем соответственным количеством условий, то в рассмотренном нами случае уравнение Лапласа должно иметь только одно решение. Нашей ближайшей задачей является — найти это единственное решение.

Условия (13) и (14) дают:

$$A(t) = 0; \quad b(t) = 0.$$

Тогда (15) запишется так:

$$\Phi(x, y, t) = a_0(t) \cdot e^{-ky} \cdot \cos kx. \quad (16)$$

Здесь y считается положительным внутрь от поверхности; $g_0(t)$ есть новая функция, заменяющая произведение $a(t) \cdot B(t)$.

Коэффициент $a_0(t)$ будем определять из граничного условия (12). Подставляя (16) в (12), получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{1}{g_c(t)} \cdot \frac{d^2 a_0(t)}{dt^2} + \frac{da_0(t)}{dt} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{g_c(t)} - a_0(t) k = 0. \quad (17)$$

Для решения этого уравнения надо иметь вид функции $g_c(t)$. Этот вид мы найдем из следующих рассуждений. Во время расши-

рения оболочки попадающие в нее (радиально и равномерно со всех сторон) частицы межзвездной среды должны увлекаться самой оболочкой, так как толщина ее значительно превосходит длину свободного пробега частицы. При этом часть количества движения оболочки передается этим новым частицам. Вследствие этого масса оболочки все время растет, а скорость расширения уменьшается. Этим и обусловлено торможение оболочки.

Напишем условие сохранения количества движения системы оболочки—среды. Имеем:

$$v_0 M_0 = v(r) \cdot M_0 + v(r) \cdot \frac{4}{3} \pi r^2 \cdot \rho_c, \quad (18)$$

где первый член правой части уравнения относится к оболочке, второй член—к дополнительной массе, полученной от среды. Поскольку эта последняя увлекается оболочкой, она должна иметь в каждый момент ту же самую скорость движения, что и оболочка, т. е. $v(r)$.

Из (18), для скорости движения оболочки на расстоянии r от центральной звезды, получим:

$$v(r) = v_0 \frac{1}{1 + \sigma r^3}, \quad (19)$$

где обозначено:

$$\sigma = \frac{4\pi}{3} \frac{\rho_c}{M_0}. \quad (20)$$

Учитывая, что левая часть уравнения (19) представляет собой производную от r и интегрируя (с начальным условием $r=0$ при $t=0$), найдем уравнение движения оболочки:

$$r + \frac{\sigma}{4} r^4 = v_0 t. \quad (21)$$

На близких к звезде расстояниях, где $\sigma r^3 \ll 1$, среда практически не оказывает никакого торможения и движение происходит почти равномерно, без ускорения. Следовательно, в течение этого периода поверхность раздела практически не подвергается никаким деформациям. В самом деле, из (7) видно, что при $g_c = 0$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$$

в пределах $0 < r < R$, где R определяется из условия (22') (см. ниже). Отсюда имеем:

$$\Phi(x, y, t) = \text{const.} \quad (0 < r < R).$$

В частности, если в начальный момент скорость возмущения настолько мала, что можно было бы принять $v_y = 0$, то она будет равна нулю по всему пространству $0 < r < R$. Иначе говоря, в интервале $0 < r < R$ имеет место условие

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = v_y = 0.$$

Отсюда

$$\eta = \text{const.} \quad (0 < r < R),$$

т. е. поверхность оболочки сохраняет свою форму неизменной в течение всего периода времени, пока она находится внутри сферы радиуса R . Существенное изменение начинается лишь тогда, когда

$$\sigma r^3 \geq 1. \quad (22)$$

Поэтому, мы будем заниматься изучением устойчивости оболочки, начиная с момента, когда она переходит границу R , определяемую условием

$$\sigma R^3 = 1. \quad (22')$$

В силу этого мы можем (19) и (21) написать приближенно в следующем виде:

$$v(r) = \frac{v_0}{\sigma r^3}, \quad (23)$$

$$r = \left(\frac{4v_0}{\sigma} t \right)^{1/4}. \quad (24)$$

Комбинируя эти формулы, найдем:

$$v(r) = \frac{n}{4} \frac{1}{t^{3/4}}, \quad (25)$$

где через n обозначено

$$n = \left(\frac{4v_0}{\sigma} \right)^{1/4}. \quad (25')$$

Подставляя (25) в (4), получим для $g_c(t)$:

$$g_c(t) = - \frac{3}{16} \frac{n}{t^{7/4}}. \quad (26)$$

Формулы (24)–(26) справедливы при условии $t \geq t_0$, где t_0 — время, в течение которого оболочка расширяется до радиуса R .

Внося найденное значение $g_c(t)$ в (17), получим окончательно следующее дифференциальное уравнение для $a_0(t)$:

$$t^{7/4} \frac{d^2 a_0(t)}{dt^2} + \frac{7}{4} t^{3/2} \frac{da_0(t)}{dt} - \frac{3kn}{16} a_0(t) = 0. \quad (27)$$

Переходя от t к r с помощью соотношения $r = n \cdot t^{1/4}$, это уравнение можно привести к более простому виду

$$r \frac{d^2 a_0(r)}{dr^2} + 4 \frac{da_0(r)}{dr} - 3k a_0(r) = 0. \quad (28)$$

Целесообразно вместо k подставить (об этом см. ниже):

$$k = \frac{6\pi}{m\alpha_0}, \quad (29)$$

где m — некоторая безразмерная величина, α_0 — величина, имеющая размерность длины. Тогда получим окончательно

$$r \frac{d^2 a_0(r)}{dr^2} + 4 \frac{da_0(r)}{dr} - \frac{6\pi}{m\alpha_0} a_0(r) = 0. \quad (30)$$

Решение этого уравнения представляется с помощью бесселевых функций мнимого аргумента и получается в следующем виде:

$$a_0(r) = C_1 r^{-3/2} I_3 \left[2 \sqrt{\frac{6\pi}{m}} \left(\frac{r}{\alpha_0} \right)^{1/2} \right] + C_2 r^{-3/2} K_3 \left[2 \sqrt{\frac{6\pi}{m}} \left(\frac{r}{\alpha_0} \right)^{1/2} \right]. \quad (31)$$

Для простоты обозначим через ν аргумент функций (безразмерная величина), т. е.

$$\nu = 2 \sqrt{\frac{6\pi}{m}} \left(\frac{r}{\alpha_0} \right)^{1/2}, \quad (32)$$

или, имея в виду (51), можем написать:

$$\nu = 2 \sqrt{6\pi \frac{r}{\lambda}}. \quad (32')$$

Тогда (31) напишется в виде

$$a_0(r) = C_1 r^{-3/2} I_3(\nu) + C_2 r^{-3/2} K_3(\nu). \quad (33)$$

Подставляя (33) в (16) получим для потенциала скоростей

$$\Phi(x, y, r) = r^{-3/2} \left[C_1 I_3(\nu) + C_2 K_3(\nu) \right] e^{-ky} \cos kx. \quad (34)$$

Нас интересует форма наружной поверхности оболочки, где $y=0$, а также закон изменения этой формы во времени. Для этой цели надо воспользоваться формулой (10), подставляя в нее значение функции $\Phi(x, y, t)$ из (34) и $g_c(t)$ из (25). В результате получим:

$$\eta(x, r) = -\frac{4}{3} \frac{r^{3/2}}{\pi^2} \left[\left(\frac{r}{\alpha_0} \right)^{1/2} \left[C_1 I_3(\nu) + C_2 K_3(\nu) \right] \sqrt{\frac{6\pi}{m}} - \frac{3}{2} \left[C_1 I_3(\nu) + C_2 K_3(\nu) \right] \right] \cos kx, \quad (35)$$

где подставлено $y=0$.

Отсюда видно, что поверхность раздела представляет собой синусоидальную непериодическую волну, длиной

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad (36)$$

и непрерывно меняющейся в зависимости от времени (или расстояния r) амплитудой, равной:

$$A_0(r) = \frac{4}{3} \frac{r}{n^2} \left\{ \left(\frac{r}{z_0} \right)^{1/2} \left[C_1 I_3(\nu) + C_2 K_3(\nu) \right] \sqrt{\frac{6\pi}{m}} - \frac{3}{2} \left[C_1 I_3(\nu) + C_2 K_3(\nu) \right] \right\}. \quad (37)$$

Допустим, что в начальный момент, когда $r=R$, поверхность раздела между наружной границей оболочки и окружающей ее средой приобрела под влиянием мгновенно действующего импульса крайне незначительную неравномерность, которую можно аппроксимировать функцией вида:

$$\eta(x, R) = \alpha_0 \cdot \cos kx, \quad (38)$$

где α_0 — первоначальная амплитуда в момент $t=0$ ($r=R$) и предполагается величиной очень малой в сравнении с длиной волны. С другой стороны, примем начальную скорость возмущения равной нулю, т. е.

$$v_r(R) = - \left| \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right|_{r=R} = 0. \quad (39)$$

Условия (38) и (39) позволяют определить постоянные интегрирования C_1 и C_2 . Система уравнений, определяющая C_1 и C_2 , получается, таким образом, в виде

$$\begin{aligned} C_1 I_3(\nu_0) + C_2 K_3(\nu_0) &= 0, \\ - \frac{4}{3} \frac{R^{3/2}}{n^2} \left\{ \nu_0 [C_1 I_3(\nu_0) + C_2 K_3(\nu_0)] - \frac{3}{2} [C_1 I_3(\nu_0) + C_2 K_3(\nu_0)] \right\} &= \alpha_0, \end{aligned} \quad (40)$$

где через ν_0 обозначено

$$\nu_0 = 2 \sqrt{\frac{6\pi}{m}} \cdot \left(\frac{R}{z_0} \right)^{1/2} = 2 \sqrt{6\pi \cdot \frac{R}{\lambda}}. \quad (41)$$

Отсюда находим:

$$C_1 = -A(\nu_0) \frac{3}{4} \frac{n^2}{R^{3/2}} \frac{\alpha_0}{\nu_0}, \quad (42)$$

$$C_2 = B(\nu_0) \frac{3}{4} \frac{n^2}{R^{3/2}} \frac{\alpha_0}{\nu_0}, \quad (43)$$

где через $A(\nu_0)$ и $B(\nu_0)$ обозначены:

$$A(\nu_0) = \frac{K_3(\nu_0)}{I_3(\nu_0)K_3(\nu_0) - I_3(\nu_0)K_3(\nu_0)}, \quad (44)$$

$$B(\nu_0) = \frac{I_3(\nu_0)}{I_3(\nu_0)K_3(\nu_0) - I_3(\nu_0)K_3(\nu_0)}. \quad (45)$$

Подставляя (42) и (43) в (35), получим для уравнения поверхности наружной границы оболочки следующее выражение

$$\eta(x, r) = \alpha_0 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \left[q_1(r) - q_2(r) \right] \cos kx, \quad (46)$$

где для краткости обозначены:

$$q_1(r) = A(\nu_0)I_3(\nu) - B(\nu_0)K_3(\nu); \quad (47)$$

$$q_2(r) = \frac{3}{2} \left[A(\nu_0)I_3(\nu) - B(\nu_0)K_3(\nu) \right] \frac{1}{\nu_0} \left(\frac{R}{r} \right)^{1/2}. \quad (48)$$

Уравнение (46) есть уравнение гармоничной, но не периодической волны. Нас интересует, конечно, не абсолютное, а относительное значение приращения амплитуды волны с течением времени, т. е. при расширении оболочки. Поэтому, для относительной амплитуды $\delta(r)$, которую будем называть „коэффициентом неустойчивости“, имеем по (46) (приняв в нем $x = 0$):

$$\delta(r) = \frac{\eta(0, r)}{\alpha_0} = \left(\frac{r}{R} \right)^2 \left[q_1(r) - q_2(r) \right], \quad (49)$$

причем R определяется из (22'):

$$R = \left(\frac{4\pi}{3} \cdot \frac{\rho_c}{M_0} \right)^{-1/3}. \quad (50)$$

В уравнение (46) входит через m неизвестное k . В обычных задачах гидромеханики, связанных с изучением волновых движений жидкостей, это неизвестное определяют из того условия, что известна величина первоначального импульса. В нашем случае величина этого импульса не поддается определению. Это является, между прочим, одной из трудностей задачи. Выход из этого положения можно найти, подойдя к этому вопросу с другой точки зрения.

Хотя нам не известна величина первоначального импульса, все же известно *следствие* этого импульса, а именно, образование волны с очень малой амплитудой. Иначе говоря, нам известен порядок отношения длины волны к ее амплитуде. Это и является исходным пунктом для определения постоянной k .

Итак, первоначальную амплитуду α_0 , мы предполагаем величиной очень малой по отношению к длине волны. Другими словами, мы наперед зададим такое отношение между λ и α_0 , при котором поверхность можно было бы принять невозмущенной, т. е. практически лишенной волнообразности. Обозначая это отношение через m , можем написать:

$$m = \frac{\lambda}{\alpha_0}, \quad (51)$$

или

$$k = \frac{2\pi}{m\alpha_0}, \quad (52)$$

где m можно взять, например, равным 10—20.

Выражения (38), (39) и (51) фактически являются начальными условиями нашей задачи.

В формулах (44)—(49) входит, через ν_0 , безразмерная величина $\frac{R}{\lambda}$, т. е. отношение радиуса туманности к длине волны. Мы можем

задавать разные значения $\frac{R}{\lambda}$ („начальное отношение“), например, 1, 5, 10 и т. д. и определить соответственные значения коэффициента неустойчивости. Чем больше отношение $\frac{R}{\lambda}$, тем больше будет количество волн, помещающихся по длине окружности, т. е. тем меньше будет длина волны.

Теперь переходим к численному вычислению коэффициента неустойчивости $\delta(r)$, даваемого формулой (49). Для этого сперва нужно вычислить величины функций $q_1(r)$ и $q_2(r)$ с помощью формул (47) и (48) для различных значений аргумента. Значения производных от бесселевых функций $I_3(\nu)$ и $K_3(r)$, входящих в эти формулы, вычисляются по известным соотношениям:

$$I_3'(\nu) = I_4(\nu) + \frac{3}{\nu} I_3(\nu), \quad (53)$$

$$K_3'(r) = -K_4(r) + \frac{3}{r} K_3(r). \quad (54)$$

Значения же самых бесселевых функций можно брать из таблиц. Однако при больших значениях аргумента (порядка 10 и больше) можно использовать асимптотические выражения бесселевых функций, обладающих, помимо простоты формы, тем свойством, что значения функций слабо зависят от ее индекса. Асимптотические формулы бесселевых функций мнимого аргумента с точностью до третьего члена ряда имеют следующий вид;

$$I_n(\nu) = e^\nu \sqrt{\frac{1}{2\pi\nu}} \left[1 - \frac{4n^2 - 1^2}{1!8\nu} + \frac{(4n^2 - 1^2)(4n^2 - 3^2)}{2!(8\nu)^2} \right], \quad (55)$$

$$K_n(\nu) = e^{-\nu} \sqrt{\frac{\pi}{2\nu}} \left[1 + \frac{4n^2 - 1^2}{1!8\nu} + \frac{(4n^2 - 1^2)(4n^2 - 3^2)}{2!(8\nu)^2} \right]. \quad (56)$$

Для примера были произведены конкретные вычисления для трех значений постоянного $\frac{R}{\lambda}$, а именно, 1, 5, и 10 (чему соответствует количество волн, помещающихся на длине окружности туманности, равное приблизительно 6, 30 и 60 соответственно). Определяя сперва ν_0 по формуле (41), были вычислены значения постоянных $A(\nu_0)$ и $B(\nu_0)$ по формулам (44) и (45) для каждого случая отдельно. Расстояние r взято в единицах R ($\frac{r}{R} = 1$ в момент $t=t_0$).

После этого по формуле (49) были вычислены значения коэффициента неустойчивости $\delta(r)$ при различных размерах оболочки (т. е. в различных моментах расширения). Результаты вычислений приведены в таблице 1.

Таблица 1

$\frac{r}{R}$	$\delta(r)$		
	$\frac{R}{\lambda}=1$	$\frac{R}{\lambda}=5$	$\frac{R}{\lambda}=10$
1	1	1	1
1,25	2	6	19
1,5	6	68	376
1,75	18	576	8660
2	60	4196	129200

Как видно из таблицы 1, коэффициент неустойчивости сильно растет с увеличением размеров оболочки после ее выхода из сферы, радиус которой равен R . Уже при двукратном увеличении размеров первоначальная амплитуда поверхностной „волны“ увеличивается в несколько тысяч раз. Иначе говоря, при принятых значениях постоянных, амплитуда, или глубина волны, получается даже больше ее длины. Такое сильное увеличение амплитуды, понятно, должно привести к раздроблению наружной границы оболочки, и в дальнейшем к полному разрушению последней.

Заметим, что устойчивость оболочки сильно зависит от того, каким было взято отношение $\frac{R}{\lambda}$. Чем больше это отношение, т. е. чем меньше длина волны, тем быстрее теряет оболочка свою устойчивость.

Формула (49) применима для всякой оболочки. В тех случаях, когда δ не превосходит единицу значительно, оболочка будет устойчивой. Когда же δ становится достаточно больше единицы, оболочка будет неустойчивой; ее поверхность принимает очень сильно выраженную волнообразную форму, дальнейшее усиление которой приводит, для реальных оболочек, к разрыву и распаданию на части. Тем самым теряется первоначальная форма оболочки.

Коэффициент при $\left(\frac{r}{R}\right)^2$ в формуле (49) всегда больше единицы; минимальное его значение равно 1 (первый член в квадратных скобках представляет собой возрастающую функцию от аргумента γ , второй член также возрастает, но медленнее). Иначе говоря, мы можем выражение

$$\delta(r) = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \quad (57)$$

принять в качестве нижней границы значения коэффициента неустойчивости. В некоторых случаях вопрос о неустойчивости оболочки может быть разрешен путем вычисления только этой нижней границы.

Комбинируя формулы (50), (24) и (20), получим для приближенной формулы коэффициента неустойчивости как функции массы оболочки, плотности межзвездной среды, скорости расширения и времени, следующее выражение:

$$\delta(t) = 2 \sqrt{v_0 \left(\frac{4\pi \rho_c}{3 M_0} \right)^{1/3} t}, \quad (58)$$

причем $t > t_0$. Напомним, что t_0 есть промежуток времени, в течение которого оболочка расширяется до радиуса R , после чего начинается нарушение ее устойчивости. В течение всего этого времени она остается в пределах сферы устойчивости. Поэтому целесообразно (58) написать в виде:

$$\delta(t) = 2 \sqrt{v_0 \left(\frac{4\pi \rho_c}{3 M_0} \right)^{1/3} (t_0 + t)}, \quad (59)$$

где t уже считается с момента выхода оболочки из границы сферы устойчивости. В частности, когда $t = 0$, имеем $\delta(0) = 1$, т. е. на самой границе она еще устойчива. Поэтому перепишем (59) в следующем виде:

$$\delta^2(t) = 1 + 4 v_0 \left(\frac{4\pi \rho_c}{3 M_0} \right)^{1/3} t. \quad (59')$$

Из (59') видно, что, во-первых, оболочка тем устойчивее, чем меньше скорость ее расширения; во-вторых, массивные оболочки более устойчивы в сравнении с оболочками небольшой массы. В-третьих, устойчивость уменьшается с увеличением плотности межзвездной среды. Однако влияние этих последних двух факторов не особенно сильно, так как эти величины входят под кубический корень. Наконец, для данной комбинации параметров v_0 , ρ_c и M_0 устойчивость падает пропорционально корню от времени.

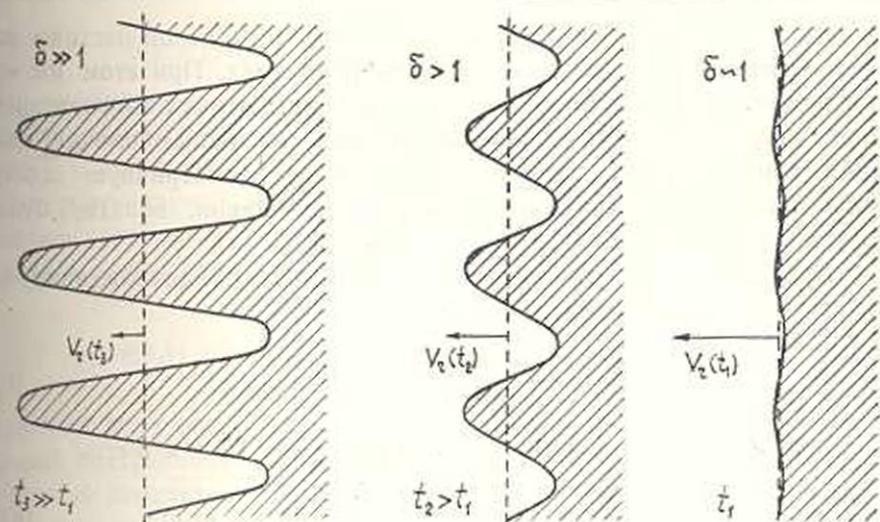
Подставляя значение k из (52) в (46) получим окончательно следующее уравнение для поверхности наружной границы оболочки:

$$\eta(x, r) = \alpha_0 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \left[q_1(r) - q_2(r) \right] \cos \frac{2\pi x}{m \alpha_0}. \quad (60)$$

На фиг. 3 схематично показано развитие волны по времени или по r , вычисленное по формуле (60) (в произвольных единицах параметров и радиуса или времени). Одновременно указан порядок величины коэффициента неустойчивости δ для каждого случая отдельно.

Итак, всякая оболочка, если она после выброса была устойчива, остается приблизительно устойчивой до расстояния R , даваемого формулой (50), или же до момента времени t_0 , равного приблизительно $\frac{v_0}{R}$. Начиная с этого расстояния устойчивость нарушается, т. е. увеличивается δ , вследствие чего появляется волнообразность, которая

при достаточно больших t усиливается экспоненциальным образом от радиуса. Таким образом, для каждой оболочки имеется некоторая область, которую будем называть „сферой устойчивости“, радиус которой равен R . В пределах этой сферы оболочка устойчива, а вне — неустойчива.



Фиг. 3.

В устойчивости формы оболочки очень большую роль играет, кроме сопротивления среды, еще один фактор. Дело в том, что в рассмотренном вопросе значительную роль могут играть процессы расширения газовых масс, скорость которых пропорциональна термической скорости частиц газа. Роль этих процессов заключается в следующем. Вследствие сопротивления среды, как мы видели, образуются волны или прожилки на наружной границе оболочки. Однако, поскольку мы рассматриваем газовую оболочку, то вследствие термических движений частиц газа может иметь место расширение прожилков. При значительном расширении соседние прожилки могут, соприкасаясь в своих нижних и средних частях друг с другом, слиться и в результате этого до некоторой степени восстановится правильная форма оболочки, т. е. уменьшится коэффициент неустойчивости. Степень восстановления зависит от продолжительности процесса расширения.

Учет упомянутого фактора в устойчивости формы газовых оболочек представляет собой совершенно отдельную задачу, на которой здесь останавливаться не будем.

§ 3. Трехмерная задача

Выше была рассмотрена двумерная задача, т. е. когда делается допущение возможности движения частицы только по двум направлениям—по x и по y . Полученная таким образом волнообразная поверхность имела в третьем направлении бесконечную протяженность. Это равносильно допущению, что первоначальный импульс, приводящий к возмущению поверхности, распределен в прямоугольном отрезке, имеющем в одном направлении бесконечную длину.

В действительности, однако, импульсы действуют в пределах некоторой замкнутой области, контур которой приблизительно можно

принять за окружность. Под влиянием этих импульсов частицы могут получать перемещение во всех направлениях. При этом мы можем принять, что характер движения частицы в двух направлениях, перпендикулярных к направлению общего движения оболочки, одинаков. Иначе говоря, мы рассматриваем осесимметричную задачу. Полученная же поверхность области возмущения, понятно, будет представлять собой поверхность вращения.

Уравнение непрерывности при сделанных предположениях запишется в следующей форме:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0. \quad (61)$$

Если перейти к функции Φ , то вместо (61) будем иметь:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0. \quad (61')$$

Остальные же уравнения (граничные условия), т. е. выражения (12), (13) и (14) сохраняют свою силу.

Решение, удовлетворяющее уравнению (61'), имеет следующую форму:

$$\Phi(x, y, t) = [a(t)I_0(kx) + b(t) \cdot K_0(kx)] [A(t)e^{-ky} + B(t) \cdot e^{ky}], \quad (62)$$

где $I_0(kx)$ — бесселева функция нулевого порядка, $K_0(kx)$ — бесселева функция нулевого порядка и второго рода. Остальные величины имеют свои прежние значения.

Условие (13) дает

$$A(t) = 0.$$

Условие же (14) дает

$$a(t) | I_0'(kx) |_{x=0} + b(t) | K_0'(kx) |_{x=0} = 0,$$

или, поскольку

$$I_0'(kx) \sim \frac{\partial I_0(kx)}{\partial x} = -I_1(kx) \cdot k,$$

$$K_0'(kx) \sim \frac{\partial K_0(kx)}{\partial x} = -K_1(kx) \cdot k,$$

получим:

$$a(t) | I_1(kx) |_{x=0} + b(t) | K_1(kx) |_{x=0} = 0.$$

Но $I_1(0) = 0$, $K_1(0) = \infty$. Поэтому в результате применения условия (14) находим, как и раньше

$$b(t) = 0.$$

Решение (62) тогда примет следующую форму:

$$\Phi(x, y, t) = a_0(t) e^{-ky} I_0(kx). \quad (63)$$

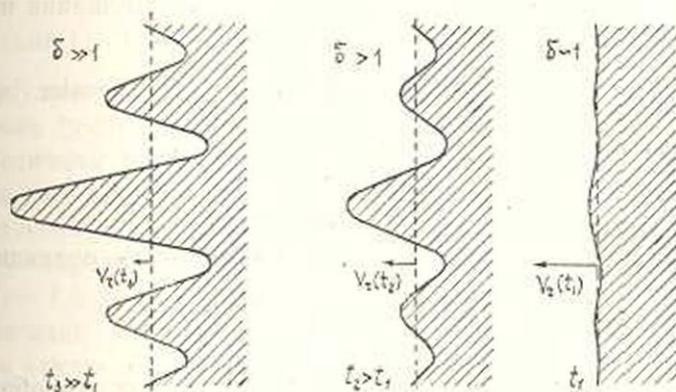
Наконец, воспользовавшись условием (12), получим для функции $a_0(t)$ то же самое дифференциальное уравнение (17) или (28). Поэтому окончательно для определения потенциала скоростей $\Phi(x, y, t)$ будем иметь:

$$\Phi(x, y, t) = r^{-3/2} [C_1 I_3(\nu) + C_2 K_3(\nu)] e^{-ky} I_0(kx). \quad (64)$$

Это выражение отличается от (34) только тем, что там поверхность определялась функцией $\cos kx$, а теперь — функцией $I_0(kx)$. Благодаря этому коэффициент неустойчивости, даваемый формулой (60) для двумерного случая, сохраняет свою силу и в этом случае. Разница заключается только в форме поверхности центрального сечения, которая в этом случае имеет вид:

$$\eta(x, r) = \alpha_0 \left(\frac{r}{R} \right)^2 [q_1(r) - q_2(r)] I_0 \left(\frac{2\pi}{m} \frac{x}{\alpha_0} \right), \quad (65)$$

где все величины имеют свои прежние значения. Схематическая форма центрального сечения этой поверхности для произвольных значений параметров приведена на фиг. 4. Сама же поверхность представляет собой поверхность вращения и получается вращением этого сечения вокруг центральной оси.



Фиг. 4.

§ 4. Об учете сжимаемости жидкости

Движения газовых масс в космических объектах — межзвездной среде, диффузных и планетарных туманностях, атмосферах звезд и т. д. — происходят с колоссальной скоростью, порядка нескольких десятков и даже нескольких сот км/сек. В большинстве случаев эти скорости превосходят скорость звука в данной среде. В связи с этим необходимо учитывать также эффект сжимаемости. В некоторых случаях, когда среда обладает плотностью, по порядку величины сравнимой с плотностью движущейся через эту среду газовой массы, приходится учитывать также возможное влияние ударных волн.

В рассмотренном нами случае газовые оболочки движутся со скоростью порядка нескольких десятков км/сек в случае планетарных туманностей и порядка тысячи км/сек в случае оболочек новых звезд. Скорость звука в планетарных туманностях порядка 20 км/сек,

в оболочке новых звезд—несколько больше*. Таким образом, движение оболочек происходит в действительности со скоростью порядка или больше скорости звука. В силу этого приходится учитывать сжимаемость газа.

Однако нетрудно убедиться, что в рассматриваемой нами задаче устойчивости газовых оболочек скорость движения самой оболочки не имеет значения. Нас интересует не движение самой оболочки в целом, а развитие первоначального возмущения. Поэтому можем утверждать, что до тех пор, пока скорость развития возмущения остается меньше скорости звука, влиянием эффекта сжимаемости можно пренебречь.

Скорость возмущения по y -координате определяется следующим образом:

$$v_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}. \quad (66)$$

Подставляя сюда значение Φ из (34), а также имея в виду выражения (42)—(45) и (48), получим для скорости возмущения на поверхности оболочки ($y=0$):

$$v_y = r^{-3/2} \frac{3}{4} \left[A(v_0) I_3(\nu) - B(v_0) K_3(\nu) \right] \frac{n^4}{R^{3/2}} \frac{\alpha_0}{v_0} k \cdot \cos kx.$$

или, сравнивая с (48), получим:

$$v_y = q_2(r) \frac{n^4}{R^2 r} \frac{\pi}{m} \cos kx. \quad (67)$$

Усредненная по одной полуволне величина скорости, очевидно, будет:

$$\bar{v}_y = q_2(r) \frac{n^4}{R^2 r} \frac{\pi}{m} \overline{\cos kx}. \quad (68)$$

Отсюда, подставляя $\overline{\cos kx} = \frac{1}{2}$, после некоторых преобразований, учитывая (25) и (29), получим:

$$\bar{v}_y = q_2(r) \frac{2v_0}{\sigma R^3} \frac{R}{r} \frac{\pi}{m}. \quad (69)$$

Но, по условию, $\sigma R^3 = 1$ (формула (22')). Поэтому

$$\bar{v}_y = v_0 \frac{2\pi}{m} \frac{R}{r} q_2(r), \quad (70)$$

или

$$\frac{\bar{v}_y}{v_0} = \frac{2\pi}{m} \frac{R}{r} q_2(r), \quad (71)$$

где v_0 —скорость движения оболочки.

В первоначальный момент, т. е. когда $r=R$, имеем: $q_2(R) = 0$ и следовательно, $\bar{v}_y = 0$. С возрастанием r возрастает отношение $\frac{\bar{v}_y}{v_0}$.

* Скорость звука определяется формулой $c = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$, где T —температура среды, m —масса частицы, k —постоянная Больцмана.

В таблице 2 приведены вычисленные по формуле (71) значения $\frac{\bar{v}_y}{v_0}$ для случая $m=20$ и для различных значений $\frac{R}{\lambda}$ и расстояний $\frac{r}{R}$.

Выше и левее от жирной линии $\frac{\bar{v}_y}{v_0}$ меньше единицы. В среднем, уже

Таблица 2

$\frac{r}{R}$	$\frac{\bar{v}_y}{v_0}$		
	$\frac{R}{\lambda}=1$	$\frac{R}{\lambda}=5$	$\frac{R}{\lambda}=10$
1	0	0	0
1,25	0,09	0,17	0,27
1,5	0,19	0,95	3,5
1,75	0,46	4,8	
2	0,60		

на расстоянии $r=1,5R$ отношение $\frac{\bar{v}_y}{v_0}$ получается порядка единицы.

Это значит, что скорость развития возмущения, например, в случае планетарных туманностей ($v_0 \sim 20-30$ км/сек) уже при $r=1,5R$ достигает величины порядка скорости звука, а в случае оболочек новых звезд ($v_0 \sim 1000$ км/сек) она превосходит скорость звука. В силу этого, полученные в предыдущих параграфах количественные результаты будут справедливы для планетарных туманностей до расстояний порядка $r=1,5R$, а в случае оболочек новых звезд — для еще меньших расстояний. Качественно же картина существенно не меняется, так как в случае сверхзвукового движения также будет иметь место развитие неустойчивости, но уже с другой скоростью. Мы не будем рассматривать случай сверхзвукового движения, так как хотя он и может представлять значительный интерес, но качественно это ничего нового не может прибавить ко всему уже полученному. Для нас достаточно было доказать, что во время движения оболочек их устойчивость должна теряться. Соответственно этому были получены количественные характеристики подобного рода нарушения устойчивости до того момента, когда скорость возмущения остается меньшей скорости звука. Очевидно, потерянная устойчивость не может быть восстановлена ввиду того, что скорость возмущения превзойдет скорость звука.

Более важное значение имеет следующее обстоятельство. Как видно из формулы (71), скорость возмущения непрерывно растет с увеличением r . На бесконечности v_y также становится бесконечной. Это, конечно, невозможно: на бесконечности, вообще, скорость движения оболочки равна нулю (в нашей схеме задачи, т. е. без учета притяжения центральной звезды). В действительности сначала скорость возмущения должна увеличиваться с расстоянием. Однако, на-

чина с определенного момента она должна уменьшаться, стремясь к нулю. Между тем формула (71) не удовлетворяет второму из этих условий. Причина этого заключается в следующем. При выводе наших формул (§ 2), вернее, при выводе функции потенциала скоростей $\Phi(x, y, t)$, мы сделали допущение о малости возмущений, вследствие чего полученное выражение функции $\Phi(x, y, t)$ будет правильным только при небольших значениях η . Соответственно этому допущению при выводе формулы (10) принято

$$\Phi(x, y, t) = \Phi(x, 0, t). \quad (72)$$

Это условие ограничивает применение полученных результатов на больших расстояниях, т. е. для больших y -ов (или же при больших η —на поверхности).

Точное решение задачи при больших возмущениях (большие η) связано с непреодолимыми пока трудностями. Для примера рассмотрим второе приближение. Разлагая функцию $\Phi(x, \eta, t)$ в ряд Тейлора, получим:

$$\Phi(x, \eta, t) = \Phi(x, 0, t) + \eta \frac{\partial \Phi(x, 0, t)}{\partial y}. \quad (73)$$

Подставляя это в (7) или в (9), получим:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \eta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial y} - g_c(t) \cdot \eta = 0. \quad (74)$$

Но на поверхности имеет место условие (11), т. е.

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial \eta}{\partial t}.$$

Поэтому будем иметь из (76):

$$\eta = \frac{\left| \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right|}{\left| g_c(t) - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial t} \right|_{y=0}}. \quad (75)$$

Один только вид этой функции исключает всякие надежды на решение задачи хотя бы даже во втором приближении для больших η . Решение задачи уже в первом приближении дает достаточно ясное представление о поведении расширяющейся оболочки, а качественные результаты находятся в хорошем согласии с наблюдениями.

В заключение отметим, что скорости расширения различных частей разрушающейся оболочки, в силу всего сказанного, должны быть различными. В самом деле, выступы (прожилки) должны иметь несколько большую скорость, чем скорость расширения самой оболочки. Если v_0 есть скорость оболочки, то скорость выступов (прожилков) v_1 должна быть

$$v_1 = v_0 + \left| \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right| > v_0. \quad (76)$$

В случае Крабовидной туманности, например, это и наблюдается. Согласно измерениям Дункана, Мейелла и других [4, 5], скорость расширения оболочки порядка $v_0 = 1050$ км/сек, между тем скорость эрозилок несколько больше и равна $v_0 = 1300$ км/сек.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
АН Армянской ССР

Поступило 3 XII 1952

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Lewis D. Proc. Roy. Soc. A, 202, 81, 1950.
2. Taylor G. Proc. Roy. Soc. A, 201, 192, 1950.
3. Problems of Cosmical Aerodynamics, p. 31, Dayton (1951).
4. Duncan J. Ap. J. 89, 482, 1939.
5. Mayall N. P. A. S. P. 49, 103, 1937.

Գ. Ս. Գուրգադյան

ԱՍՏՂԵՐԻ ԴՈՒՐՍ ՆԵՏՎԱԾ ԳԱԶԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻ ԶԵՎԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա. Մ. Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աստղերի դուրս նետված դազային թաղանթների շարժումը (լայնացումը) ընդհանուր դեպքում տեղի է ունենում աստղը շրջապատող միջաստղային դազի կամ փոշու դիմադրող միջավայրում: Միջավայրի դիմադրութայն փաստը բերում է այն բանին, որ տվյալ հատկանիշներն ունեցող թաղանթը որոշ մոմենտից սկսում է կորցնել իր սկզբնական կանոնավոր ձևը: Այս դեպքում թաղանթի արտաքին շերտում առաջանում է ալիքավորություն, որի ամպլիտուդան, ժամանակի ընթացքում արագորեն աճելով, բերում է թաղանթի լրիվ քայքայմանը: Խնդիրը հետևյալն է. գտնել թաղանթի ձևի կայունություն աստիճանի կապը թաղանթի և միջավայրի ֆիզիկական հատկանիշների հետ: Ներկա հոդվածում բերված է այդ խնդրի լուծումը՝ ընդհանուր դեպքի համար:

Թաղանթի ձևի կայունությունը բնորոշելու համար մտցված է «անկայունության գործակցի» (δ) հասկացողությունը, որը հանդիսանում է ալիքավորման տվյալ մոմենտի ամպլիտուդայի և սկզբնական ամպլիտուդայի հարաբերությունը: Եթե $\delta \sim 1$, ապա թաղանթը կայուն է, եթե $\delta > 1$, թաղանթն սկսում է կորցնել իր կայունությունը, իսկ եթե $\delta \gg 1$, ապա թաղանթն ամբողջությամբ կորցնելով իր կանոնավոր ձևը, վեր է անվում անկանոն զանգվածի: Բացի դրանից, ցույց է տրված, որ յուրաքանչյուր տիպի թաղանթի և միջավայրի համար գոյություն ունի հատուկ միջավայր, որին տրված է «կայունության ընդուն» անվանումը: Դրա ֆիզիկական իմաստը հետևյալն է. քանի դեռ թաղանթը գտնվում է այդ ոլորտի սահմաններում, նա կայուն է. Հենց որ նա դուրս է գալիս այդ ոլորտից, նրա ձևն սկսում է աղճատվել ու քայքայվել: Կայունության ոլորտի շահավիդը կախված է թաղանթի զանգվածի մեծությունից և դիմադրող միջավայրի խտությունից:

Ստացված տեսական արդյունքները հնարավորութուն են տալիս լուծելու գաղափարն թաղանթների և միջատաղային նյութի ուսումնասիրության հետ կապված մի ամբողջ շարք խնդիրներ: Բացի գրանից, բոլորովին նոր հնարավորութուն է ընձեռվում մոլորակաձև միզամածութունների առաջացման, ինչպես և գրանում նոր աստղերի ունեցած գերի հարցը պարզելու համար: Նախատեսվում է այդ խնդիրների վրա կանգ առնել առանձին: