ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Ֆիզ.-մաթ., բն. և տեխն. գիտ. V, № 6, 1952 Физ.-мат., естеств. и техн. науки

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Е. А. Александрян

Кручение двутавровой балки

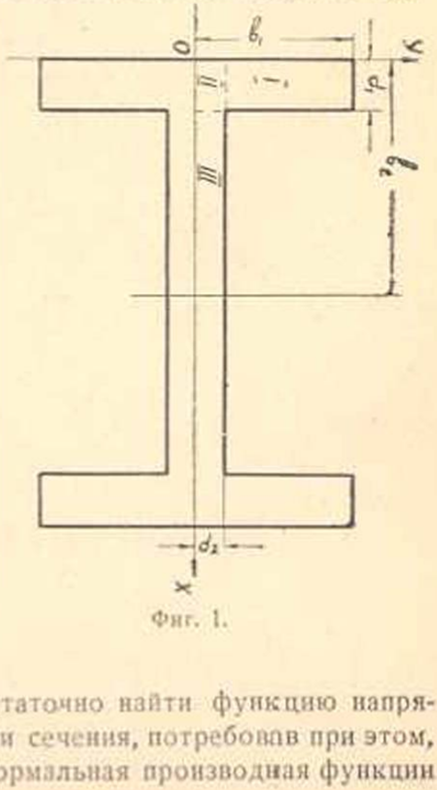
Задача о чистом кручении двутавровой балки служила предметом исследований многих авторов.

Приближенные теоретические решения этой задачи приведены в работах С. П. Тимошенко [1], Л. В. Канторовича [2] и А. С. Боженко [3].

Экспериментальные исследования задачи о кручении двутавровой прокатной балки проводились Феппелем [4], Инге-Лязом [5] и в ЦНИИПС [6]. Были даны приближенные эмпирические формулы для определения жесткости при кручении.

В настоящей работе приводится точное решение задачи о кручении призматического стержня с полигональным поперечным сечением в форме двутавра с произвольной толщиной его стенок. Решение получено на основании того же метода, которым мы пользовались в предыдущей нашей работе [7].

§ 1. *Постановка задачи.* Известно, что задача о кручении призматического стержня с двутавровым поперечным сечением приводится к нахождению функции напряжений $U(x,y)$, удовлетворяющей внутри области уравнению Пуассона $\nabla^2 U = -2$ и принимающей на границе области значения равные нулю.



Фиг. 1.

Пусть поперечное сечение стержня является двутавр с двумя осями симметрии (фиг. 1). Тогда достаточно найти функцию напряжений $U(x,y)$ только в одной четверти сечения, потребовав при этом, чтобы на осях симметрии профиля нормальная производная функции $U(x,y)$ равнялась нулю.

Функцию напряжений $U(x,y)$ будем искать в виде:

$$U(x,y)=\begin{cases}U_1(x,y) & \text{в области } I+II,\\ U_2(x,y) & \text{в олбасти } II+III,\end{cases} \tag{1.1}$$

$$\text{где } U_1(x,y)=H_1(x,y)+\begin{cases}0, & y>d_2,\\ \Phi_1(x,y), & y\leqslant d_2\end{cases},$$

$$U_2(x,y)=H_2(x,y)+\begin{cases}0, & x>d_1,\\ \Phi_2(x,y), & x\leqslant d_1\end{cases}. \tag{1.2}$$

Тогда для функций $H_i(x,y)$ и $\Phi_i(x,y)$ $(i=1,2)$ получим следующие условия:

$$\nabla^2 H_1=\nabla^2 H_2=-2,\ \nabla^2\Phi_1=\nabla^2\Phi_2=0, \tag{1.3}$$

$$H_1(x,y)\Big|_{x=0}=H_1(x,y)\Big|_{x=d_1}=H_1(x,y)\Big|_{y=b_1}=0, \tag{1.4}$$

$$H_2(x,y)\Big|_{y=d_2}=\frac{\partial H_2}{\partial y}\Big|_{y=0}=\frac{\partial H_2}{\partial x}\Big|_{x=b_2}=0, \tag{1.5}$$

$$\left[\frac{\partial H_1}{\partial y}+\frac{\partial \Phi_1}{\partial y}\right]_{y=0}=0,\ \left[H_2(x,y)+\Phi_2(x,y)\right]_{x=0}=0, \tag{1.6}$$

$$\Phi_1(x,y)\Big|_{y=d_2}=\Phi_1(x,y)\Big|_{x=0}=\frac{\partial\Phi_1}{\partial y}\Big|_{y=d_2}=0, \tag{1.7}$$

$$\Phi_2(x,y)\Big|_{x=d_1}=\frac{\partial\Phi_2}{\partial x}\Big|_{x=d_1}=\frac{\partial\Phi_2}{\partial y}\Big|_{y=0}=0, \tag{1.8}$$

$$\Phi_1(x,y)\big|_{x=d_1}=H_2(x,y)\big|_{x=d_1},\ \Phi_2(x,y)\big|_{y=d_2}=H_1(x,y)\big|_{y=d_2}. \tag{1.9}$$

§ 2. *Дифференциальные уравнения и их решения.* **Функции** $H_i(x,y)$ и $\Phi_i(x,y)$ $(i=1,2)$ ищем в виде:

$$H_1(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty} f_k(y)\cdot\sin\frac{k\pi x}{d_1},$$

$$H_2(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty}\varphi_{2k-1}(x)\cdot\cos\frac{(2k-1)\pi y}{2d_2}, \tag{2.1}$$

$$\Phi_1(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty}v_k(y)\sin\frac{k\pi x}{d_1},\ \Phi_2(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty}w_{2k-1}(x)\cdot\cos\frac{(2k-1)\pi y}{2d_2}, \tag{2.2}$$

$$\text{где } v_k(y)=\frac{2}{d_1}\int_0^{d_1}\Phi_1(x,y)\sin\frac{k\pi x}{d_1}dx,$$

$$w_{2k-1}(x)=\frac{2}{d_2}\int_0^{d_2}\Phi_2(x,y)\cdot\cos\frac{(2k-1)\pi y}{2d_2}dy.$$

В силу (1.5) и (1.6) из условий (1.3) для $f_k(y)$, $\varphi_{2k-1}(x)$, $v_k(y)$ и $w_{2k-1}(x)$ получим следующие дифференциальные уравнения:

$$f_k''(y)-\left(\frac{k\pi}{d_1}\right)^2 f_k(y)=-\frac{4}{k\pi}\left[1+(-1)^{k+1}\right],$$

$$\varphi''_{2к-1}(x) - \left[\frac{(2к-1)\pi}{2d_2}\right]^2 \varphi_{2к-1}(x) = -\frac{8(-1)^{к-1}}{\pi(2к-1)},$$

$$v''_к(y) - \left(\frac{к\pi}{d_1}\right)^2 v_к(y) = \frac{2}{d_1}(-1)^к \left(\frac{к\pi}{d_1}\right) \sum_{p=1}^{\infty} \varphi_{2p-1}(d_1) \cos\frac{(2p-1)\pi y}{2d_2},$$

$$w''_{2к-1}(x) - \left[\frac{(2к-1)\pi}{2d_2}\right]^2 w_{2к-1}(x) = -\frac{2(-1)^{к-1}}{d_2}\left[\frac{(2к-1)\pi}{2d_2}\right] \sum_{p=1}^{\infty} f_p(d_2)\sin\frac{p\pi x}{d_1}.$$

Решая эти уравнения и пользуясь граничными условиями (1.4), (1.5), (1.7), (1.8) и (1.9) получим следующие выражения:

$$f_к(y) = A_к\left[\operatorname{ch}\frac{к\pi y}{d_1} - \operatorname{cth}\frac{к\pi b_1}{d_1}\operatorname{sh}\frac{к\pi y}{d_1}\right] +$$

$$+ \frac{4d_1^2}{к^3\pi^3}[1+(-1)^{к+1}]\left[1 - \frac{\operatorname{sh}\frac{к\pi y}{d_1}}{\operatorname{sh}\frac{к\pi b_1}{d_1}}\right], \tag{2.3}$$

$$\varphi_{2к-1}(x) = C_{2к-1}\left[\operatorname{ch}\frac{(2к-1)\pi x}{2d_2} - \operatorname{th}\frac{(2к-1)\pi b_2}{2d_2}\cdot\operatorname{sh}\frac{(2к-1)\pi x}{2d_2}\right] +$$

$$+ \frac{32(-1)^{к-1}d_2^2}{\pi^3(2к-1)^3}, \tag{2.4}$$

$$v_к(y) = \frac{2(-1)^к}{\pi}\left(\frac{2d_2}{d_1}\right)\left[\operatorname{ch}\frac{к\pi y}{d_1}\cdot\operatorname{sh}\frac{к\pi d_2}{d_1} - \operatorname{sh}\frac{к\pi y}{d_1}\operatorname{ch}\frac{к\pi d_2}{d_1}\right] \times$$

$$\times \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p-1}(2p-1)\varphi_{2p-1}(d_1)}{(2p-1)^2 + \left(\frac{2d_2 к}{d_1}\right)^2} -$$

$$- \frac{2к(-1)^к}{\pi}\left(\frac{2d_2}{d_1}\right)^2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\varphi_{2p-1}(d_1)\cos\frac{(2p-1)\pi y}{2d_2}}{(2p-1)^2 + к^2\left(\frac{2d_2}{d_1}\right)^2}, \tag{2.5}$$

$$w_{2к-1}(x) = \frac{4(-1)^к}{\pi}\left(\frac{d_1}{2d_2}\right)\left[\operatorname{ch}\frac{(2к-1)\pi x}{2d_2}\cdot\operatorname{sh}\frac{(2к-1)\pi d_1}{2d_2} -\right.$$

$$\left. - \operatorname{sh}\frac{(2к-1)\pi x}{2d_2}\cdot\operatorname{ch}\frac{(2к-1)\pi d_1}{2d_2}\right] \sum_{p=1}^{\infty} \frac{p(-1)^p f_p(d_2)}{p^2 + (2к-1)^2\left(\frac{d_1}{2d_2}\right)^2} +$$

$$+ \frac{4(-1)^{к-1}(2к-1)}{\pi}\cdot\left(\frac{d_1}{2d_2}\right)^2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{f_p(d_2)\sin\frac{p\pi x}{d_1}}{p^2 + (2к-1)^2\left(\frac{d_1}{2d_2}\right)^2}. \tag{2.6}$$

§ 3. *Исследование и решение бесконечной системы.* Из условий (1.6) для определения A_κ и $C_{2\kappa-1}$ получим совокупность двух бесконечных систем. Предварительно введем обозначения:

$$\alpha p(-1)^{p-1}\frac{A_p}{\operatorname{ch}\frac{p\pi d_2}{d_1}}=A_p^*,$$

$$(2p-1)(-1)^{p-1}\frac{C_{2p-1}}{\operatorname{sh}\frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2}}=C_{2p-1}^*, \tag{3.1}$$

где α—пока неизвестный коэффициент. Тогда будем иметь:

$$A_\kappa^*=-\frac{4\alpha d_1^2}{\kappa^2\pi^3}\frac{[1+(-1)^{\kappa+1}]}{\operatorname{ch}\frac{\kappa\pi b_1}{d_1}\cdot\operatorname{ch}\frac{\kappa\pi d_2}{d_1}}+\frac{4\alpha d_1 d_2}{\kappa\pi^3}\cdot\operatorname{th}\frac{\kappa\pi b_1}{d_1}\left[1-\frac{d_1}{\kappa\pi d_2}\operatorname{th}\frac{\kappa\pi d_2}{d_1}\right]+$$

$$+\frac{4\alpha\kappa d_2}{\pi d_1}\operatorname{th}\frac{\kappa\pi b_1}{d_1}\sum_{p=1}^{\infty}\frac{C_{2p-1}^*\operatorname{sh}\frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2}}{(2p-1)^2+\kappa^2\left(\frac{2d_2}{d_1}\right)^2}\cdot\left[\operatorname{ch}\frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2}-\right.$$

$$\left.-\operatorname{th}\frac{(2p-1)\pi b_2}{2d_2}\cdot\operatorname{sh}\frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2}\right], \tag{3.2}$$

$$C_{2\kappa-1}^*=-\frac{32d_2^2}{\pi^3(2\kappa-1)^2}\cdot\frac{1}{\operatorname{sh}\frac{(2\kappa-1)\pi d_1}{2d_2}}+\frac{16d_1^3}{\pi^4\cdot d_2}\left[\frac{\pi^2}{8(2\kappa-1)}\left(\frac{2d_2}{d_1}\right)^2-\right.$$

$$-\frac{\pi}{4(2\kappa-1)^2}\cdot\left(\frac{2d_2}{d_1}\right)^3\cdot\operatorname{th}\frac{(2\kappa-1)\pi d_1}{4d_2}-$$

$$\left.-\sum_{p=1}^{\infty}\frac{(2\kappa-1)}{(2p-1)^2\left[(2p-1)^2+(2\kappa-1)^2\left(\frac{d_1}{2d_2}\right)^2\right]}\frac{\operatorname{sh}\frac{(2p-1)\pi d_2}{d_1}}{\operatorname{sh}\frac{(2p-1)\pi b_1}{d_1}}\right]+$$

$$+\frac{4(2\kappa-1)}{\alpha\pi}\left(\frac{d_1}{2d_2}\right)\sum_{p=1}^{\infty}\frac{A_p^*\cdot\operatorname{ch}\frac{p\pi d_2}{d_1}}{p^2+(2\kappa-1)^2\left(\frac{d_1}{2d_2}\right)^2}\left[\operatorname{ch}\frac{p\pi d_2}{d_1}-\right.$$

$$\left.-\operatorname{cth}\frac{p\pi b_1}{d_1}\operatorname{sh}\frac{p\pi d_2}{d_1}\right]. \tag{3.3}$$

Эти две бесконечные системы можно написать в виде одной

$$Z_\kappa^*=\gamma_\kappa^*+\sum_{p=1}^{\infty}c_{\kappa,p}^*Z_p^*, \tag{3.4}$$

где
$$Z^*_{2к-1} = C^*_{2к-1}\,, \quad Z^*_{2к} = A^*_к\,,$$

$$\gamma^*_{2к-1} = -\frac{32d_2^2}{\pi^3(2к-1)^2}\cdot\frac{1}{\operatorname{sh}\frac{(2к-1)\pi d_1}{2d_2}} + \frac{16d_1^3}{\pi^4 d_2}\left\{\frac{\pi^2}{8(2к-1)}\left(\frac{2d_2}{d_1}\right)^2 - \right.$$

$$-\frac{\pi}{4(2к-1)^2}\cdot\left(\frac{2d_2}{d_1}\right)^3\cdot\operatorname{th}\frac{(2к-1)\pi d_1}{4d_2} -$$

$$\left.-\sum_{p=1}^{\infty}\frac{(2к-1)}{(2p-1)^2\left[(2p-1)^2+(2к-1)^2\left(\frac{d_1}{2d_2}\right)^2\right]}\cdot\frac{\operatorname{sh}\frac{(2p-1)\pi d_2}{d_1}}{\operatorname{sh}\frac{(2p-1)\pi b_1}{d_1}}\right\}, \tag{3.5}$$

$$\gamma^{2*}_к = -\frac{4\alpha d_1^2}{к^2\pi^3}\frac{[1+(-1)^{к+1}]}{\operatorname{ch}\frac{к\pi b_1}{d_1}\cdot\operatorname{ch}\frac{к\pi d_2}{d_1}} + \frac{4\alpha d_1 d_2}{к\pi^2}\operatorname{th}\frac{к\pi b_1}{d_1}\left[1-\frac{d_1}{к\pi d_2}\operatorname{th}\frac{к\pi d_2}{d_1}\right],$$

$$c^*_{2к-1,2p-1} = 0, \qquad c^*_{2к,2p} = 0,$$

$$c^*_{2к-1,2p} = \frac{4(2к-1)}{\alpha\pi}\left(\frac{d_1}{2d_2}\right)\frac{\operatorname{ch}\frac{p\pi d_2}{d_1}}{p^2+(2к-1)^2\left(\frac{d_1}{2d_2}\right)^2}\left[\operatorname{ch}\frac{p\pi d_2}{d_1} - \right.$$

$$\left.-\operatorname{cth}\frac{p\pi b_1}{d_1}\operatorname{sh}\frac{p\pi d_2}{d_1}\right], \tag{3.6}$$

$$c^*_{2к,2p-1} = \frac{2\alpha к}{\pi}\left(\frac{2d_2}{d_1}\right)\operatorname{th}\frac{к\pi b_1}{d_1}\;\frac{\operatorname{sh}\frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2}}{(2p-1)^2+к^2\left(\frac{2d_2}{d_1}\right)^2}\left[\operatorname{ch}\frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2} - \right.$$

$$\left.-\operatorname{th}\frac{(2p-1)\pi b_2}{2d_2}\cdot\operatorname{sh}\frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2}\right].$$

Докажем, что система (3.4) вполне регулярна. Для этого, как известно, достаточно доказать, что

$$\sum_{p=1}^{\infty}|c^*_{к,p}| \leqslant 1-\Theta, \text{ где } \Theta > 0 \text{ для всех значений } к \geqslant 1.$$

Сначала оценим сумму $\sum\limits_{p=1}^{\infty}|c^*_{к,p}|$ при нечетных значениях **к**.

В силу соотношений (3.6) имеем:

$$\sum_{p=1}^{\infty}|c^*_{2к-1,p}| = \frac{4(2к-1)}{\alpha\pi}\cdot\left(\frac{d_1}{2d_2}\right)\sum_{p=1}^{\infty}\frac{\operatorname{ch}\frac{p\pi d_2}{d_1}}{p^2+(2к-1)^2\left(\frac{d_1}{2d_2}\right)^2}\times$$

$$\times\left[\operatorname{ch}\frac{p\pi d_2}{d_1}-\operatorname{cth}\frac{p\pi b_1}{d_1}\operatorname{sh}\frac{p\pi d_2}{d_1}\right]\leqslant\frac{1}{\alpha}\left(1+e^{-\frac{2\pi d_2}{d_1}}\right). \tag{3.7}$$

Для четных к будем иметь:

$$\sum_{p=1}^{\infty}|c^*_{2\kappa,p}|=\frac{2\kappa\alpha}{\pi}\left(\frac{2d_2}{d_1}\right)\operatorname{th}\frac{\kappa\pi b_1}{d_1}\sum_{p=1}^{\infty}\frac{\operatorname{sh}\frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2}}{(2p-1)^2+\kappa^2\left(\frac{2d_2}{d_1}\right)^2}\left[\operatorname{ch}\frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2}-\right.$$

$$\left.-\operatorname{th}\frac{(2p-1)\pi b_2}{2d_2}\operatorname{sh}\frac{(2p-1)\pi d_1}{2d_2}\right]\leqslant\frac{\alpha}{4}\left[1+e^{-\frac{\pi}{d_2}(b_2-d_1)}\right]. \tag{3.8}$$

Принимая

$$\alpha=2\sqrt{\frac{1+e^{-\frac{2\pi d_2}{d_1}}}{1+e^{-\frac{\pi}{d_2}(b_2-d_1)}}}, \tag{3.9}$$

для всех $\kappa\geqslant1$ получим:

$$\sum_{p=1}^{\infty}|c^*_{\kappa,p}|\leqslant\frac{1}{2}\sqrt{\left(1+e^{-\frac{2\pi d_2}{d_1}}\right)\left(1+e^{-\frac{\pi}{d_2}(b_2-d_1)}\right)}\ . \tag{3.10}$$

§ 4. *Определение жесткости при кручении.* Как известно, жесткость профиля C через функцию напряжений U(x,y) выражается следующим образом:

$$C=2G\iint_{\Omega}U(x,y)\,dx\,dy. \tag{4.1}$$

В силу условий (1.1), (1.2), (2.3), (2.4), (2.5) и (2.6) будем иметь:

$$\begin{gathered}C=8G\left\{\iint_{I+II}U_1(x,y)\,dx\,dy+\iint_{III}U_2(x,y)\,dx\,dy\right\}=\\=8G\left\{\int_0^{d_1}dx\int_{d_2}^{b_1}H_1(x,y)\,dy+\int_0^{d_1}dx\int_0^{d_2}[H_1(x,y)+\right.\\\left.+\Phi_1(x,y)]\,dy+\int_{d_1}^{b_2}dx\int_0^{d_2}H_2(x,y)\,dy\right\},\end{gathered} \tag{4.2}$$

или, подставляя значения $H_1(x,y)$, $\Phi_1(x,y)$ и $H_2(x,y)$ из соотношений (2.1) и (2.2) в (4.2), в силу (2.3), (2.4) и (2.5) для C окончательно получим следующее выражение:

$$C=8G\left\{\frac{2d_1^2}{\alpha\pi^2}\sum_{\kappa}^{1,3,5}\frac{Z^*_{2\kappa}}{\kappa^3}\left[\operatorname{cth}\frac{\kappa\pi b_1}{d_1}-\frac{\operatorname{ch}\frac{\kappa\pi d_2}{d_1}}{\operatorname{sh}\frac{\kappa\pi b_1}{d_1}}\right]+\right.$$

$$+\frac{2d_2^2}{\pi^2}\sum_{\kappa}^{1,3,5}\frac{Z_\kappa^*}{\kappa^3}\left[1-\operatorname{ch}\frac{\kappa\pi d_1}{d_2}+\operatorname{th}\frac{\kappa\pi b_2}{2d_2}\cdot\operatorname{sh}\frac{\kappa\pi d_1}{d_2}+\operatorname{th}\frac{\kappa\pi d_1}{4d_2}\left(\operatorname{th}\frac{\kappa\pi b_2}{2d_2}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\operatorname{sh}\frac{\kappa\pi d_1}{d_2}-\operatorname{th}\frac{\kappa\pi b_2}{2d_2}\cdot\operatorname{ch}\frac{\kappa\pi d_1}{d_2}\right)\right]+\frac{b_1 d_1^3}{6}+\frac{2}{3}d_2^3(b_2-d_1)+$$

$$\left.+\frac{128}{\pi^5}d_2^4\sum_{\kappa}^{1,3,5}\frac{1}{\kappa^5}\operatorname{th}\frac{\kappa\pi d_1}{4d_2}-\frac{16d_1^4}{\pi^5}\sum_{\kappa}^{1,3,5}\frac{1}{\kappa^5}\left[\operatorname{cth}\frac{\kappa\pi b_1}{d_1}-\frac{1}{\operatorname{sh}\frac{\kappa\pi b_1}{d_1}\cdot\operatorname{ch}\frac{\kappa\pi d_2}{d_1}}\right]\right\},$$

где Z_κ^* — решения бесконечной вполне регулярной системы (3.4).

Ниже приводится расчет для случая $b_1=b_2=b$, $d_2=\frac{d_1}{2}=d$. Тогда формула жесткости C при кручении примет вид:

$$C=16Gbd^3\left\{1-\frac{2}{3}\left(\frac{d}{b}\right)+\frac{64}{\pi^5}\left(\frac{d}{b}\right)\sum_{\kappa}^{1,3,5}\frac{1}{\kappa^5}\operatorname{th}\frac{\kappa\pi}{2}-\right.$$

$$-\frac{128}{\pi^5}\left(\frac{d}{b}\right)\sum_{\kappa}^{1,3,5}\frac{1}{\kappa^5}\left[\operatorname{cth}\frac{\kappa\pi b}{2d}-\frac{1}{\operatorname{sh}\frac{\kappa\pi b}{2d}\operatorname{ch}\frac{\kappa\pi}{2}}\right]+\frac{4}{\alpha\pi^2}\left(\frac{d}{b}\right)\times$$

$$\times\sum_{\kappa}^{1,3,5}\frac{Z_\kappa^{**}}{\kappa^3}\left[\operatorname{cth}\frac{\kappa\pi b}{2d}-\frac{\operatorname{ch}\frac{\kappa\pi}{2}}{\operatorname{sh}\frac{\kappa\pi b}{2d}}\right]+\frac{2}{\pi^2}\left(\frac{d}{b}\right)\sum_{\kappa}^{1,3,5}\frac{Z_\kappa^{**}}{\kappa^3}\operatorname{sh}\kappa\pi\times$$

$$\left.\times\left[\operatorname{th}\frac{\kappa\pi b}{2d}-\operatorname{th}\frac{\kappa\pi}{2}\right]\right\},$$

где
$$Z_\kappa^{**}=\frac{Z_\kappa^*}{d^2}.$$

Величины жесткостей при различных значениях отношения $\frac{b}{2d}$ сведены в таблицу 1.

Таблица 1

b/2d	2	3	4	5	10
$\overline{C}$	14,095 Gbd^3	14,740 Gbd^3	15,055 Gbd^3	15,244 Gbd^3	15,622 Gbd^3
$\tilde{C}$	13,832 Gbd^3	14,560 Gbd^3	14,921 Gbd^3	15,136 Gbd^3	15,568 Gbd^3
C	13,963 Gbd^3	14,650 Gbd^3	14,988 Gbd^3	15,190 Gbd^3	15,595 Gbd^3

Данные таблицы 1 показывают, что в случае тонкостенного двутаврового профиля ($b/2d \geqslant 8$) значения C, вычисленные по общеизвестной полуэмпирической формуле $C = \alpha \sum_{i=1}^{n} \frac{b_i d_i^3}{3}$, хорошо совпадают с найденными нами, в результате точных расчетов, значениями жесткости.

Сектор математики и механики
АН Армянской ССР

Поступило 21 XI 1952

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тимошенко С. П.* Теория упругости. Л-М, ОНТИ, 1934.
2. *Канторович Л. В.* и *Крылов Н. И.* Приближенные методы высшего анализа. Москва, ОНТИ, 1941.
3. *Боженко А. С.* Изгиб (по Сен-Венану) стержней с поперечным сечением из прямоугольных областей при действии поперечной силы в плоскости симметрии. Инженерный сборник, т. V, вып. I, 1948.
4. *Föppl A.* Vorlesungen 5, 1922.
5. *Inge Lyse Bruce G.* Proceedings of the American Society of Civil Engineers. Vol. 61, 469—508, 1935.
6. *Бычков Д. В.* и *Мрощинский А. К.* Кручение металлических балок. Москва, Стройиздат, 1944.
7. *Александрян Е. А.* О кручении некоторых призматических стержней. Известия АН Армянской ССР (серия ФМЕТ наук), т. V, № 2, 1952.

Ե. Ա. Ալեքսանդրյան

ԵՐԿՏԱՎՐ ՀԵԾԱՆԻ ՈԼՈՐՈՒՄԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոդվածում բերվում է պատերի կամավոր հաստությամբ երկտավր լայնական հատվածք ունեցող հեծանի ոլորման խնդրի ճիշտ լուծումը։

Խնդիրը բերվում է հաստատուն գործակիցներով երկրորդ կարգի սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների լուծմանը, իսկ ինտեգրման գործակիցները որոշվում են լրիվ ռեգուլյար հավասարումների անվերջ սիստեմից։ Կոշտությունը հաշված է՝ կախված երկտավրի երկրաչափական պարամետրերից։