

ГИДРАВЛИКА

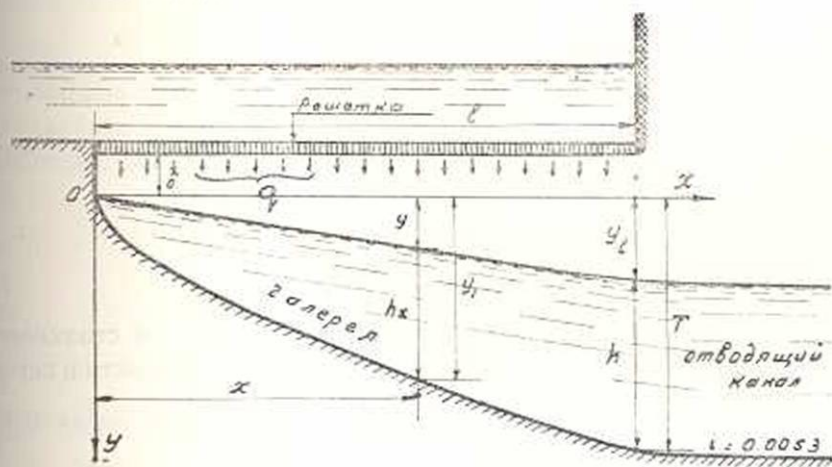
Х. А. Навоян

Расчет галереи горного водозабора с донной
решеткой

В предыдущей статье автора [2] был дан расчет пропускной способности донной решетки горного водозабора.

В настоящей статье дается расчет водоприемной галереи и отводящего канала.

Из схемы горного водозабора (фиг. 1) вытекает, что расход галереи переменный; в начальном сечении (при $x = 0$) он равен нулю, а в конце приобретает максимальное значение, равное расчетному расходу водозабора.



Если принять, что решетка однообразна по всей длине галерей, т. е. прутья решетки одинаковы, а также расстояние между ними постоянно (на практике только такие решетки и применяются), то расход поступающий в галерею через погонный метр решетки будет иметь одну и ту же величину по всей длине галерей.

Расход в любом сечении галереи с абсциссой x определится из выражения

$$Q_x = qX, \quad (1)$$

где q — удельный расход, поступающий через решетку в галерею.

Расход в конце галереи будет:

$$Q = qL$$

где l — длина галереи.

Общее уравнение установившегося движения жидкости с пере-
Известия V, № 5—5

женным расходом вдоль потока в применении к координатной системе, приведенной на фигуре 1, имеет следующий вид [1]:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v_x (v_x - v_1)}{g Q_x} \frac{dQ_x}{dx} + \frac{v_x}{g} \frac{dv_x}{dx} + K v_x^2, \quad (2)$$

где y — полная потеря напора от начального до рассматриваемого сечения с абсциссой x ; в частном случае для открытых (безнапорных) потоков — ордината свободной поверхности,

v_x — скорость основного потока,

v_1 — проекция скорости присоединяющего потока на направление движения основного потока (в рассматриваемом случае $v_1 = 0$),

Q_x — расход в сечении с абсциссой x ,

g — ускорение силы тяжести,

$K v_x^2$ — член, учитывающий обычные потери на трение о стенки и дно водотока, который в общем случае можно представить в таком виде:

$$K v_x^2 = \frac{dh_f}{dx}, \quad (3)$$

где h_f — потери на обычное трение.

Подстановка из (1) и (3) в (2) дает:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v_x^2}{g} \cdot \frac{1}{x} + \frac{v_x}{g} \cdot \frac{dv_x}{dx} + \frac{dh_f}{dx}. \quad (4)$$

С другой стороны можно написать

$$y = h_v + h_f, \quad (5)$$

где через h_v условно обозначены потери на удар и столкновение частиц между собой, обусловленные изменением скорости и переменностью расхода по длине.

Дифференцируя (5) находим:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dh_v}{dx} + \frac{dh_f}{dx}. \quad (6)$$

Из (4) и (6) имеем:

$$\frac{dh_v}{dx} = \frac{v_x^2}{g} \cdot \frac{1}{x} + \frac{v_x}{g} \cdot \frac{dv_x}{dx}. \quad (7)$$

Для решения дифференциального уравнения (4) необходимо задаться или уравнением свободной поверхности, или выражением скорости. Последний путь более прост.

Примем следующую зависимость для скорости

$$v_x = ax^p, \quad (8)$$

где a и p — произвольные постоянные величины, однако они поддаются выбору, о чем будет сказано ниже.

Для определения потерь напора на трение о стенки и дно водотока будем полагать, что они выражаются формулой такого же вида, что и при равномерном движении, т. е.

$$\frac{dh_f}{dx} = i_f = \frac{v_x^2}{C^2 R} \quad (9)$$

Здесь C — коэффициент Шези, который будем определять по Манингу

$$C = \frac{R^{\frac{1}{6}}}{n} \quad (10)$$

где R — гидравлический радиус,

n — коэффициент шероховатости русла.

Подставляя из (10) в (9), получаем:

$$\frac{dh_f}{dx} = \frac{n^2 v_x^2}{R^{\frac{4}{3}}} \quad (11)$$

Для прямоугольной галереи

$$R = \frac{bh_x}{b + 2h_x} \quad (12)$$

где b — ширина галереи,

h_x — глубина наполнения.

Площадь живого сечения

$$\omega_x = bh_x = \frac{Q_x}{v_x} \quad (13)$$

откуда

$$h_x = \frac{Q_x}{bv_x} \quad (14)$$

Подставляя значения Q_x из (1) и v_x из (8) в (14), находим:

$$h_x = \frac{q}{ab} x^{1-p} \quad (15)$$

Подстановка значения h_x из (15) в (12) дает:

$$R = \frac{bqx^{1-p}}{ab^2 + 2qx^{1-p}} \quad (16)$$

Имея в виду (8) и (16), перепишем (11) в таком виде:

$$\frac{dh_f}{dx} = a^2 n^2 x^{2p} \left(\frac{ab^2 + 2qx^{1-p}}{bqx^{1-p}} \right)^{\frac{4}{3}} \quad (17)$$

После несложных преобразований (17) можно представить так:

$$\frac{dh_f}{dx} = \frac{a^{\frac{10}{3}} n^2 b^{\frac{4}{3}}}{q^{\frac{4}{3}}} x^{\frac{10p-4}{3}} \left(1 + \frac{2q}{ab^2} x^{1-p}\right)^{\frac{4}{3}}. \quad (18)$$

Имея в виду (8), выражение (7) можно представить так:

$$\frac{dh_v}{dx} = \frac{a^2(1+p)}{g} x^{2p-1}. \quad (19)$$

Подставляя значения из (18) и (19) в (6), будем иметь:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a^2(1+p)x^{2p-1}}{g} + \frac{a^{\frac{10}{3}} n^2 b^{\frac{4}{3}}}{q^{\frac{4}{3}}} x^{\frac{10p-4}{3}} \left(1 + \frac{2q}{ab^2} x^{1-p}\right)^{\frac{4}{3}}. \quad (20)$$

Пользуясь правилом П. Л. Чебышева об интегрировании дифференциальных биномов, легко показать, что уравнение (20) интегрируется в элементарных функциях только в тех случаях, когда p удовлетворяет одной из следующих двух зависимостей

$$p = 1 - \frac{9}{3N+10} \quad (21)$$

$$p = 1 - \frac{3}{N+2} \quad (22)$$

где N —любое целое число.

Интегрируя (19), находим:

$$h_v = \frac{a^2(1+p)}{2pg} x^{2p}. \quad (23)$$

Обращаясь к (15) и (23), устанавливаем, что h_x и h_v обращаются в бесконечность соответственно при $p > 1$ и $p \leq 0$.

Таким образом, при этих значениях p приведенные выше зависимости теряют физический смысл, и потому p может колебаться в пределах:

$$0 < p \leq 1.$$

Для общих выводов проинтегрируем уравнение (20) для $p = \frac{4}{13}$ и $p = 1$; из (21) следует, что эти значения p соответствуют $N = 1$ и $N = \infty$.

Интегрирование уравнения (20) дает:

$$1. \text{ При } p = \frac{4}{13}$$

$$y_1 = A_1 x^{\frac{8}{13}} + A_2 \left[\left(1 + A_3 x^{\frac{9}{13}}\right)^{\frac{7}{3}} - 1 \right] \quad (24)$$

где

$$A_1 = \frac{17a^2}{8g}. \quad (25)$$

$$A_2 = \frac{13a^4 b^3 n^2}{42q^2} \sqrt[3]{\frac{ab}{q}}, \quad (26)$$

$$A_3 = \frac{2q}{ab^2}. \quad (27)$$

2. При $p = 1$

$$y = \frac{a^2}{g} x^2 + \frac{\frac{10}{3} a^3 n^2 b^{\frac{4}{3}}}{3q^{\frac{4}{3}}} \left(1 + \frac{2q}{ab^2}\right)^{\frac{1}{3}} x^{\frac{4}{3}}. \quad (28)$$

В выражениях (24) и (28) вторые члены правой части представляют потери на обычное трение.

Перед тем, как перейти к дальнейшему изложению, рассмотрим один числовой пример.

Даны: $l = 3,0$ м, $q = 1,2$ м³/сек на 1 пог. м,
 $b = 1,0$ м, $n = 0,011$.

Вариант 1 — принимаем¹ $p = \frac{4}{13}$; $a = 1,45$.

По (25)

$$A_1 = \frac{17a^2}{8g} = \frac{17 \cdot 1,45^2}{8 \cdot 9,81} = 0,455.$$

По (26)

$$A_2 = \frac{13a^4 b^3 n^2}{42^2} \sqrt[3]{\frac{ab}{q}} = \frac{13 \cdot 1,45^4 \cdot 1,0^3 \cdot 0,011^2}{42 \cdot 1,2^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1,45 \cdot 1,00}{1,2}} = 0,000123.$$

По (27)

$$A_3 = \frac{2q}{ab^2} = \frac{2 \cdot 1,2}{1,45 \cdot 1,0^2} = 1,65.$$

Потери, обусловленные переменностью расхода, в конце галереи составляют:

$$h_v = A_1 l^{\frac{8}{13}} = 0,455 \cdot 3,0^{\frac{8}{13}} = 0,90 \text{ м.}$$

Потери на обычное трение

$$h_f = A_2 \left[\left(1 + A_3 l^{\frac{9}{13}}\right)^{\frac{7}{13}} - 1 \right] = 0,000123 \left[\left(1 + 1,65 \cdot 3,0^{\frac{9}{13}}\right)^{\frac{7}{13}} - 1 \right] = 0,00405 \text{ м.}$$

Полные потери по (24)

$$y = h_v + h_f = 0,90 + 0,00405 = 0,904 \text{ м,}$$

$$\frac{h_v}{h_f} = 222,0.$$

¹ Определение величин p и a^2 дается ниже.

Вариант 2—принимаем $p=1,0$; $a=0,87$;

$$h_v = \frac{a^2}{g} l^2 = \frac{0,87^2 \cdot 3,0^2}{9,81} = 0,694 \text{ м.}$$

$$h_f = \frac{a^{\frac{6}{3}} n^{\frac{4}{3}} b^{\frac{4}{3}}}{3q^{\frac{4}{3}}} \left(1 + \frac{2q}{ab^2}\right)^{\frac{4}{3}} l^2 = \frac{0,87^{\frac{10}{3}} \cdot 0,011^{\frac{4}{3}} \cdot 1,0^{\frac{4}{3}}}{3 \cdot 1,2} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot 1,2}{0,87 \cdot 1,0}\right)^{\frac{4}{3}} 3,0^2 = 0,00316 \text{ м.}$$

Полные потери

$$y_l = h_v + h_f = 0,694 + 0,00316 = 0,697 \text{ м.}$$

$$\frac{h_v}{h_f} = 220,0$$

Вышеприведенные подсчеты показывают, что потери, обусловленные переменностью расхода, превосходят более чем в 200 раз потери на обычное трение о дно и стенки водотока. Аналогичные расчеты произведены также для ряда других значений p , находящихся в пределах $0 < p \leq 1$, при разных q , n и b . Результаты этих подсчетов показывают, что полные потери больше потерь на обычное трение от 100 до 400 раз, т. е. потери на обычное трение ничтожно малы по сравнению с общими потерями. Таким образом приходим к заключению, что в подобных случаях, т. е. на коротких участках и при интенсивном изменении расхода учет потерь на обычное трение выходит за пределы точности обычных инженерных вычислений, и что этими потерями следует пренебречь.

В силу изложенного (20) примет следующий вид:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a^2(1+p)x^{2p-1}}{g} \quad (29)$$

Интегрируя, находим уравнение кривой свободной поверхности

$$y = \frac{a^2(1+p)x^{2p}}{2pg} \quad (30)$$

Уравнение кривой очертания дна галереи представится в следующем виде:

$$y_1 = y + h_x \quad (31)$$

Подставляя соответствующие значения из (15) и (30) в (31), находим:

$$y_1 = \frac{a^2(1+p)x^{2p}}{2pg} + \frac{qx^{1-p}}{ab} \quad (32)$$

Полная глубина галереи T в конце ее (фиг. 1) определится из (32) подстановкой $x=l$

$$T = \frac{a^2(1+p)l^{2p}}{2pg} + \frac{ql^{1-p}}{ab} \quad (33)$$

Из (33) следует, что при заданных q , l и b и при выбранном значении p величина T является функцией только „ a “, т. е. $T = f(a)$. Так как эта функция непрерывна и на границах (при $a = 0$ и при $a = \infty$) приобретает значение $+\infty$, то при некотором значении величины „ a “ эта функция должна иметь минимум. Из условия минимума T и найдется оптимальное значение „ a^* “.

Это последнее определяется из выражений:

$$a = \frac{1}{l^p} \sqrt[3]{\frac{Qpg}{b(p+1)}}, \quad (34)$$

где $Q = ql$ — расход в конечном сечении галереи, т. е. расчетный расход водозабора;

При оптимальном значении „ a^* “ получаем экономически наиболее выгодное решение задачи при заданных b , l и Q .

Помимо того, при этом дно отводящего канала (следовательно и деривационного или магистрального каналов) располагается на более высоких отметках, что приводит к увеличению полезного напора деривационной ГЭС или подкомандной площади при водозаборе для орошения.

Подстановкой значения „ a^* “ из (34) в (8) и (30), находим окончательные выражения для скорости и потерь напора

$$v_x = \left(\frac{x}{l}\right)^p \sqrt[3]{\frac{Qpg}{b(p+1)}}, \quad (35)$$

$$y = \left(\frac{x}{l}\right)^{2p} \sqrt[3]{\frac{Q^2(1+p)}{8gpb^2}}. \quad (36)$$

Скорость и полные потери в конце галереи находим из выражений (35) и (36) заменой в них x через l :

$$v = \sqrt[3]{\frac{Qpg}{b(p+1)}}. \quad (37)$$

$$y_l = \sqrt[3]{\frac{Q^2(1+p)}{8gpb^2}}. \quad (38)$$

Таким образом, приходим к важному выводу: при движении потока с переменным расходом вдоль пути, полные потери не зависят от длины водотока и при заданных поперечных размерах являются лишь функцией конечного расхода.

Этот вывод общий и относится не только к рассматриваемому случаю. В данном конкретном случае этот результат подсказывает, что если гидрология реки позволяет и если конструктивно это целесообразно, следует стремиться к наименьшей длине галереи для забора заданного расхода.

По зависимостям (33)–(38) произведены расчеты для десяти значений p по данным вышеприведенного примера.

Результаты этих расчетов сведены в таблицу 1; они показывают, что с увеличением p уменьшается T и увеличивается v в конце галереи; следовательно, можно было бы полагать, что оптимальное значение $p = 1.0$. Однако полный анализ показывает, что при больших значениях p , глубина наполнения в начальной половине галереи увеличивается и, следовательно, уменьшаются скорости, что должно отрицательно повлиять на промывку наносов, проваливающихся через решетку и галерею. Поэтому в рассматриваемом случае, т. е. для случая горного водозабора, как показывает анализ результатов большого числа непосредственных подсчетов, следует принять $p = 0.5$. Дальнейшее уменьшение значения p не целесообразно.

Подставляя в соответствующие выражения значение $p = 0.5$, находим:

$$v_x = a\sqrt{x} = \sqrt[3]{\frac{Qg\left(\frac{x}{l}\right)^{\frac{3}{2}}}{3b}} = v\sqrt{\frac{x}{l}}, \quad (39)$$

$$y = \frac{3a^2}{2g}x = \frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}} \cdot \frac{x}{l} = y_l \frac{x}{l}, \quad (40)$$

$$h_x = \frac{q\sqrt{x}}{ab} = \sqrt[3]{\frac{3Q^2}{gb^2}\left(\frac{x}{l}\right)^{\frac{3}{2}}} = h_l \sqrt{\frac{x}{l}}, \quad (41)$$

$$y_l = y + h_x. \quad (31)$$

Таблица 1

p	v	$h = Q : vb$	y_l	T
0,1	1,47	2,45	1,22	3,67
0,2	1,71	2,10	1,00	3,10
0,3	2,01	1,79	0,89	2,68
0,4	2,16	1,67	0,83	2,50
0,5	2,27	1,59	0,79	2,38
0,6	2,36	1,52	0,77	2,28
0,7	2,44	1,47	0,73	2,20
0,8	2,50	1,44	0,72	2,16
0,9	2,55	1,41	0,70	2,11
1,0	2,60	1,38	0,69	2,07

В случае, когда задана скорость в конце траншеи, то требуемая ширина галереи определится из (39) подстановкой в него $x = l$:

$$b = \frac{Qg}{3v^3}. \quad (42)$$

Отметим, что галерея в известном смысле работает как водобойный колодец небольшой длины, равной ширине галереи; поэтому над свободной поверхностью основного потока наблюдается образование вихревой области, в которой движение происходит по круговой и спиралевидной траектории. Указанное явление делает фактическую глубину потока больше вычисленной по (41). Неучет этого фактора влечет за собой подтопление нижней плоскости решетки и уменьшит ее пропускную способность; во избежание этого следует при расчетах галереи предусмотреть некоторый запас в ее высотных размерах. В первом приближении, до последующего количественного изучения описанного явления, следует определить расстояние между решеткой и свободной поверхностью потока в галерее по следующей приближенной зависимости (Фиг. 1):

$$\delta = (0,4-0,5) b. \quad (43)$$

Для расчета отводящего канала целесообразно требовать, чтобы скорость в нем была бы такая же, как в конечном сечении траншеи. Скорость в конечном сечении выбирается из условий свободной транспортировки наносов из галереи в отводящий канал и далее в отстойник. Принимая поперечное сечение отводящего канала равным конечному сечению траншеи, определяем уклон отводящего канала

$$i = \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{n^2 v^2}{R^{\frac{4}{3}}} \quad (44)$$

Армянский сельскохозяйственный
институт

Поступило 21 IV 1952

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Макавсев В. М. Теория гидродинамических процессов с большим гашением энергии. Труды Второго Всесоюзного гидрологического съезда в Ленинграде 20-27 апреля 1928 г. Часть III, Л. 1930.
2. Навоян Х. А. Пропускная способность донной решетки горного водозабора. Известия АН Армянской ССР (серия ФМЕТ наук), т. V, № 4, 1952.

Խ. Ա. Նավոյան

ՀԱՏԱԿԱՅԻՆ ՑԱՆՑՈՎ ԼԵՌՆԱՅԻՆ ԶՐԸՆԴՈՒՆԻՁԻ ՍՏՈՐԱՆՑՔԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ

Ա. Մ. Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հաղվածում տրվում է ջրը բնորոշելիս ստորանցքի հիդրավրիկական հաշվարկը

Ստացված են հետևյալ հաշվարկային բանաձևերը՝

$$v_1 = a \sqrt{x} \quad (39)$$

$$h_k = \frac{q \sqrt{x}}{ab} \quad (41)$$

որտեղ՝

$$a = \sqrt[3]{\frac{gQ}{3bL}} \quad (42)$$

Հասանքի ազատ մակերևույթի և ստորանցքի հատակի կորերը համապատասխանաբար կառուցվում են հետևյալ համասարույթներով՝

$$y = \frac{3a^2}{2g} x \quad (40)$$

$$y_1 = y + h_k = \frac{3a^2}{2g} x + \frac{q \sqrt{x}}{ab} \quad (31)$$

որտեղ՝ y_1 — հասանքի միջին արագության և X արագության առնչող համաժամարում,

a — հաշվարկային դորձակից է, որը որոշվում է (34) ֆորմուլայով,

h_k — հասանքի բարությունն է դիտվող համաժամարում,

q — ակտիվության էլքն է,

b — ստորանցքի լայնքն է,

L — ստորանցքի երկարությունն է,

Q — հաշվարկային էլքն է ստորանցքի վերջին համաժամարում,

y — հասանքի ազատ մակերևույթի օրդինատն է,

y_1 — ստորանցքի հատակի օրդինատն է.