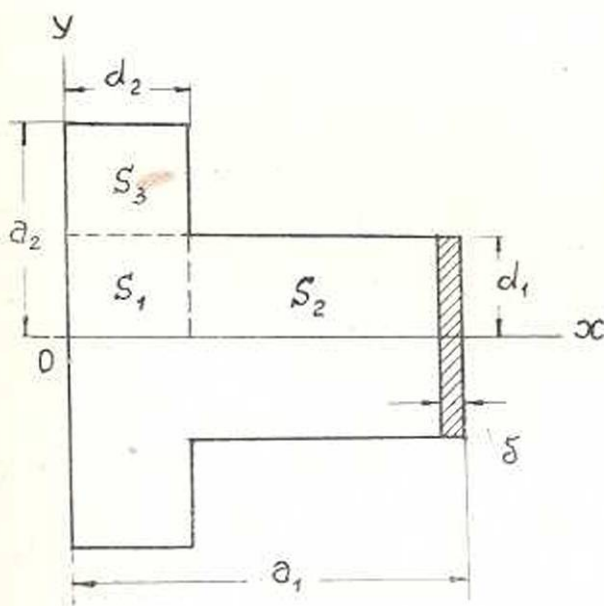


А. Х. Манукян

Кручение неоднородного призматического стержня таврового поперечного сечения

В работе приводится решение задачи о кручении призматического стержня таврового поперечного сечения, усиленного вдоль одной его грани боковой поверхности тонким слоем высокомодульного материала постоянной толщины (фиг. 1). Для интегрирования уравнения Пуассона использован метод введения вспомогательных функций, предложенный Н. Х. Арутюняном [1].



Фиг. 1.

1. Дифференциальное уравнение и контурное условие задачи

Определение функции напряжения $U(x, y)$ при кручении для рассматриваемой задачи, как известно, сводится к интегрированию уравнения:

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = -2 \quad (1)$$

при условии

$$G_1 U + G_2 \delta \frac{\partial U}{\partial n} = C \text{ на контуре } \Gamma \text{ области,} \quad (2)$$

где G_1 и G_2 — модули сдвигов соответственно ядра и усиливающего слоя, δ — толщина последнего, $\frac{\partial U}{\partial n}$ — производная $U(x, y)$ по направлению внешней нормали к контуру сечения.

По симметрии достаточно найти функцию $U(x, y)$ только для части сечения, расположенного в верхней полуплоскости координатной системы.

Введем вспомогательные функции $\Psi_i(x, y)$ и $\Phi_i(x, y)$, ($i = 1, 2$) удовлетворяющие условиям:

$$U(x, y) = \begin{cases} \Psi_1(x, y) + \Phi_1(x, y), & \text{в области } S_1 + S_2 \\ \Psi_2(x, y) + \Phi_2(x, y) & \text{в области } S_1 + S_2 \end{cases} \quad (3)$$

при этом полагая, что функции

$$\Phi_i(x, y) = 0 \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

вне области S_1 .

$$\text{Тогда} \quad \nabla^2 \Psi_i = -2, \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

$$\nabla^2 \Phi_i = 0, \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

Пользуясь введенными функциями Ψ_i и Φ_i контурное условие (2) вместе с условиями симметрии, непрерывности и однозначности можно свести к следующим соотношениям:

$$\Psi_i(x, d_i) = C, \quad (7a)$$

$$\left(\frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \right)_{y=0} = 0, \quad (7b)$$

$$\Psi_i(a_i, y) - \lambda \left(\frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \right)_{x=a_i} = C, \quad (7в)$$

$$\Psi_i(0, y) + \Phi_i(0, y) = C, \quad (7r)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial y} \right)_{y=0} = 0, \quad (8a)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \right)_{x=d_i} = 0, \quad (8b)$$

$$\Phi_i(d_i, y) = 0, \quad (8в)$$

$$\Phi_i(x, d_i) = \Psi_i(x, d_i) - C, \quad (8r)$$

$$\Psi_2(0, y) = C, \quad (9a)$$

$$\Psi_2(x, a_2) = C, \quad (9b)$$

$$\Psi_2(d_2, y) = C, \quad (9в)$$

$$\left(\frac{\partial \Psi_2}{\partial y} \right)_{y=0} + \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial y} \right)_{y=0} = 0, \quad (9r)$$

$$\Phi_2(x, d_1) = 0, \quad (10a)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial y} \right)_{y=d_1} = 0, \quad (10b)$$

$$\Phi_2(0, y) = 0, \quad (10в)$$

$$\Phi_2(d_2, y) = \Psi_2(d_2, y) - C, \quad (10r)$$

$$\text{где } C = C/G_1 \text{ и } \lambda = \frac{\partial G_2}{G_1}.$$

2. Определение введенных вспомогательных функций

Условия для определения Ψ_i и Φ_i неоднородны, поэтому, следуя идее Г. А. Гринберга [2], будем искать функции Ψ_i и Φ_i в виде следующих бесконечных рядов:

$$\Psi_1(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} i_k(x) \cos \frac{2k-1}{2d_1} \pi y, \quad (11)$$

$$\Phi_1(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} v_k(x) \cos \frac{2k-1}{2d_1} \pi y, \quad (12)$$

$$\Psi_2(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k(y) \sin \frac{k\pi}{d_2} x, \quad (13)$$

$$\Phi_2(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} w_k(y) \sin \frac{k\pi}{d_2} x. \quad (14)$$

Из (11), путем умножения его на $\cos \frac{2k-1}{2d_1} \pi y$ и интегрирования в промежутке $(0, d_1)$, найдем:

$$i_k(x) = \frac{2}{d_1} \int_0^{d_1} \Psi_1(x, y) \cos \frac{2k-1}{2d_1} \pi y dy. \quad (15)$$

Производя те же операции над уравнением (5) при $i=1$, и используя при этом (9а), (9б) и (15) получаем дифференциальное уравнение для определения функции $i_k(x)$:

$$i_k''(x) - \left(\frac{2k-1}{2d_1} \pi \right)^2 i_k(x) = (-1)^k \frac{\pi(2k-1)}{d_1^2} C^* + \frac{(-1)^k 8}{\pi(2k-1)}, \quad (16)$$

Общее решение уравнения (16) имеет вид:

$$i_k(x) = A_k \operatorname{sh} \frac{2k-1}{2d_1} \pi x + B_k \operatorname{ch} \frac{2k-1}{2d_1} \pi x + (-1)^{k+1} \left[\frac{\pi(2k-1)}{d_1^2} C^* + \frac{8}{\pi(2k-1)} \right] \left(\frac{2d_1}{\pi(2k-1)} \right)^2. \quad (17)$$

Аналогично, из (13) и (5), при $i=2$ с использованием условий (9а) и (9б), для неизвестной функции $\varphi_k(y)$ имеем:

$$\varphi_k(y) = E_k \operatorname{sh} \frac{k\pi}{d_2} y + F_k \operatorname{ch} \frac{k\pi}{d_2} y + [1 - (-1)^k] \left(\frac{2k\pi}{d_1^2} C^* + \frac{4}{k\pi} \right) \left(\frac{d_2}{k\pi} \right)^2. \quad (18)$$

Согласно (12) и (16), при $i = 1$, имеем:

$$v_n''(x) - \left(\frac{2\kappa - 1}{2d_1} \pi \right)^2 v_n(x) = (-1)^{\kappa} \frac{\pi(2\kappa - 1)}{d_1^2} \left[\sum_{p=1}^{\infty} \varphi_p(d_1) \sin \frac{p\pi}{d_2} x - C^0 \right]. \quad (19)$$

При этом использованы условия (8а), (8г) и выражение Ψ_2 , а $\varphi_p(d_1)$ получаем из (18) при $y = d_1$.

Общее решение уравнения (19) имеет вид:

$$v_n(x) = \frac{(-1)^{\kappa+1} 4C^0}{\pi(2\kappa - 1)} \left[\operatorname{ch} \alpha_{\kappa}(x - d_2) - 1 \right] + \\ + \frac{(-1)^{\kappa} 8d_1}{\pi d_2} \operatorname{sh} \alpha_{\kappa}(x - d_2) \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\varphi_p(d_1) (-1)^p p}{\left(2p \frac{d_1}{d_2} \right)^2 + (2\kappa - 1)^2} + \\ + \frac{(-1)^{\kappa+1} 4(2\kappa - 1)}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\varphi_p(d_1) \sin \beta_p x}{\left(2p \frac{d_1}{d_2} \right)^2 + (2\kappa - 1)^2}, \quad (20)$$

где $\alpha_{\kappa} = \frac{2\kappa - 1}{2d_1} \pi$, $\beta_{\kappa} = \frac{\kappa\pi}{d_2}$.

Для исключения постоянных интегрирования здесь использованы условия (8б) и (8в).

Использованием (11), (14) и (6) при $i = 2$, и условия (10в) и (10г), для определения функции $w_{\kappa}(y)$ получаем дифференциальное уравнение типа (19), решая которое, находим:

$$w_{\kappa}(y) = \frac{(-1)^{\kappa+1} 2C^0}{\kappa\pi} \left[\operatorname{ch} \beta_{\kappa}(y - d_1) - 1 \right] + \\ + \frac{(-1)^{\kappa} d_2}{\pi d_1} \operatorname{sh} \beta_{\kappa}(d_1 - y) \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^{p+1} (2p - 1) i_p(d_2)}{\left(\frac{2p - 1}{2d_1} d_2 \right)^2 + \kappa^2} + \\ + \frac{(-1)^{\kappa+1} 2\kappa}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{i_p(d_2) \cos \alpha_p y}{\left(\frac{2p - 1}{2d_1} d_2 \right)^2 + \kappa^2}. \quad (21)$$

Для исключения постоянных интегрирования здесь использованы условия (10а) и (10б), а $i_p(d_2)$ получается из (7) подстановкой $x = d_2$.

3. Определение и исключение постоянных интегрирования, входящих в (17) и (18)

Выражая условия (7в), (7г), (9б) и (9г) через функции

i_k, φ_k, v_k и w_k , имеем:

$$i_k(a_1) + \lambda i_k(a_2) = \frac{(-1)^{k-1} 4C^0}{\pi(2k-1)}, \quad (7'в)$$

$$i_k(0) + v_k(0) = \frac{(-1)^{k-1} 4C}{\pi(2k-1)}, \quad (7'г)$$

$$\varphi_k(a_2) = \frac{2C^0}{k\pi} [1 - (-1)^k], \quad (9'б)$$

$$\varphi_k(0) + w_k(0) = 0. \quad (9'г)$$

Из (17) и (7'в) имеем:

$$A_k = -B_k \frac{\operatorname{ch} \alpha_k a_1 + \lambda \alpha_k \operatorname{sh} \alpha_k a_1}{\operatorname{sh} \alpha_k a_1 + \lambda \alpha_k \operatorname{ch} \alpha_k a_1} + \frac{(-1)^k 32d_1^2}{\pi^2(2k-1)^2(\operatorname{sh} \alpha_k a_1 + \lambda \alpha_k \operatorname{ch} \alpha_k a_1)}, \quad (22)$$

а из (18) и (9'б) имеем:

$$F_k = -E_k \operatorname{th} \beta_k a_2 + \frac{[(-1)^k - 1] 4d_2^2}{k^2 \pi^2 \operatorname{ch} \beta_k a_2}. \quad (23)$$

Подчинив (17) и (20) условию (7'г), а (18) и (21)—условию (9'г), и заменив в полученных соотношениях $\varphi_p(d_1)$ и $i_p(d_2)$ соответствующими им выражениями, используя при этом зависимости (22) и (23), для определения постоянных B_k и E_k , после некоторых преобразований, получим следующие бесконечные системы линейных уравнений:

$$B_k = \frac{(-1)^k 8d_1 \operatorname{sh} \alpha_k d_2}{\pi d_2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p p E_p (\operatorname{sh} \beta_p d_1 - \operatorname{th} \beta_p a_2 \operatorname{ch} \beta_p d_1)}{\left(2p \frac{d_1}{d_2}\right)^2 + (2k-1)^2} +$$

$$+ \frac{(-1)^{k+1} 64d_1 d_2 \operatorname{sh} \alpha_k d_2}{\pi^2} \sum_{p=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1 - \frac{\operatorname{ch} \beta_p d_1}{\operatorname{ch} \beta_p a_2}}{p^2 \left[\left(2p \frac{d_1}{d_2}\right)^2 + (2k-1)^2\right]} +$$

$$+ \frac{(-1)^k 32d_1^2}{\pi^2(2k-1)^2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (24)$$

$$E_k = \frac{(-1)^{k+1} d_2 \operatorname{ch} \beta_k d_1}{\pi d_1} \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p (2p-1) \beta_p [\operatorname{sh} \alpha_p (a_1 - d_1) + \lambda \alpha_p \operatorname{ch} \alpha_p (a_1 - d_2)]}{(\operatorname{sh} \alpha_p a_1 + \lambda \alpha_p \operatorname{ch} \alpha_p a_1) \left[\left(\frac{2p-1}{2d_1} d_2 \right)^2 + \kappa^2 \right]} + \\
& + \frac{(-1)^k 32 d_1 d_2 \operatorname{ch} \beta_k d_1}{\pi^4} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1 - \frac{\operatorname{sh} \alpha_p d_2}{\operatorname{sh} \alpha_p a_1 + \lambda \alpha_p \operatorname{ch} \alpha_p a_1}}{(2p-1)^2 \left[\left(\frac{2p-1}{2d_1} d_2 \right)^2 + \kappa^2 \right]} \quad (25)
\end{aligned}$$

$\kappa = 1, 2, 3, \dots$

с двумя рядами неизвестных: $B_1, B_2, B_3, \dots$ и $E_1, E_2, E_3, \dots$

Таким образом, полное определение неизвестных функций $\Psi_1(x, y)$ и $\Phi_1(x, y)$, а следовательно, и решение задачи свелось к возможности решения полученных бесконечных систем.

Исследование бесконечных систем (24) и (25). Введем новые неизвестные B_k^* и E_k^* , полагая

$$B_k = \frac{(-1)^k 32 d_1 d_2 \operatorname{sh} \beta_k d_2}{2\kappa - 1} B_k^*, \quad (26)$$

$$E_k = \frac{(-1)^k d_1 d_2 \operatorname{ch} \beta_k d_1}{\kappa} E_k^*. \quad (27)$$

Тогда системы (24) и (25) будут приведены к виду:

$$B_k^* = \sum_{p=1}^{\infty} c_{k,p} E_p^* + \gamma_k, \quad \kappa = 1, 2, 3, \dots \quad (28)$$

$$E_k^* = \sum_{p=1}^{\infty} \omega_{k,p} B_p^* + \varepsilon_k, \quad \kappa = 1, 2, 3, \dots \quad (29)$$

где приняты следующие обозначения:

$$c_{k,p} = \frac{8(2\kappa-1) d_1 \operatorname{ch} \beta_p d_1 \operatorname{sh} \beta_p (a_2 - d_1)}{3\pi d_2 \operatorname{ch} \beta_p a_2 \left[\left(2p \frac{d_1}{d_2} \right)^2 + (2\kappa-1)^2 \right]}, \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
\gamma_k = & - \frac{64(2\kappa-1)}{3\pi^4} \sum_{p=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1 - \frac{\operatorname{ch} \beta_p d_1}{\operatorname{ch} \beta_p a_2}}{p^2 \left[\left(2p \frac{d_1}{d_2} \right)^2 + (2\kappa-1)^2 \right]} + \\
& + \frac{32 d_1}{3\pi^2 d_2 (2\kappa-1)^2 \operatorname{sh} \alpha_k d_2}, \quad (31)
\end{aligned}$$

$$\omega_{k,p} = \frac{3 d_2 \kappa [\operatorname{sh} \alpha_p (a_1 - d_2) + \lambda \alpha_p \operatorname{ch} \alpha_p (a_1 - d_2)] \operatorname{sh} \alpha_p d_2}{\pi d_1 \left[\left(\frac{2p-1}{2d_1} d_2 \right)^2 + \kappa^2 \right] (\operatorname{sh} \alpha_p a_1 + \lambda \alpha_p \operatorname{ch} \alpha_p a_1)}, \quad (32)$$

$$\varepsilon_k = -\frac{32k}{\pi^4} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1 - \frac{\operatorname{sh} \alpha_p d_2}{\operatorname{sh} \alpha_p a_1 + \lambda \alpha_p \operatorname{ch} \alpha_p a_1}}{(2p-1)^2 \left[\left(\frac{2p-1}{2d_1} d_2 \right)^2 + k^2 \right]} \quad (33)$$

Обозначая:

$$Z_{2k-1} = B_k^*, \quad A_{2k-1, 2p} = c_{k,p}, \quad A_{2k-1, 2p-1} = 0, \quad q_{2k-1} = \gamma_k, \quad (34)$$

$$Z_{2k} = E_k^*, \quad A_{2k, 2p} = 0, \quad A_{2k, 2p-1} = \omega_{k,p}, \quad q_{2k} = \varepsilon_k,$$

получаем возможность представить (28) и (29) в виде одного ряда

$$Z_k = \sum_{p=1}^{\infty} A_{k,p} Z_p + q_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (35)$$

Бесконечная система (35) вполне регулярна, так как из (30) и (32) имеем:

$$\sum_{p=1}^{\infty} |A_{k,p}| < 0,75, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (36)$$

При оценке суммы использованы:

$$\frac{\operatorname{ch} \beta_p d_1 \cdot \operatorname{sh} \beta_p (a_2 - d_1)}{\operatorname{ch} \beta_p a_2} < \frac{1}{2} \left(1 + e^{-2\beta_p \frac{d_1}{d_2}} \right),$$

$$\frac{\operatorname{sh} \alpha_p (a_1 - d_2) + \lambda \alpha_p \operatorname{ch} \alpha_p (a_1 - d_2)}{\operatorname{sh} \alpha_p a_1 + \lambda \alpha_p \operatorname{ch} \alpha_p a_1} < \frac{\operatorname{ch} \alpha_p (a_1 - d_2)}{\operatorname{sh} \alpha_p a_1},$$

$$\operatorname{cthx} = \frac{1}{x} + 2x \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{x^2 + k^2 \pi^2} \quad [4].$$

Для свободного члена q_k системы (35), пользуясь обозначениями (31) и (33), имеем оценку:

$$|q_k| < \begin{cases} \frac{8}{3\pi^2} \left[1 + \frac{4d_1}{\pi d_2 \operatorname{sh} \frac{\pi d_2}{2d_1}} \right] & \text{при нечетном } K, \\ \frac{32}{\pi^4} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{(2p-1)^2 \left[\left(\frac{2p-1}{2d_1} d_2 \right)^2 + 1 \right]} & \text{при четном } K. \end{cases} \quad (37)$$

Из неравенств (36) и (37) следует существование единственного ограниченного решения системы (34) [3], т. е. возможность определения неизвестных постоянных B_k^* и E_k^* укороченной системы.

4. Определение функции напряжений

Функция напряжений (3) имеет вид:

$$U(x, y) = C^0 + (d_1^2 - y^2) + 3d_1 d_2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k B_k [\operatorname{sh} \alpha_k (a_1 - x) + \lambda \alpha_k \operatorname{ch} \alpha_k (a_1 - x)] \operatorname{sh} \alpha_k d_2 \cos \alpha_k y}{(2k-1)(\operatorname{sh} \alpha_k a_1 + \lambda \alpha_k \operatorname{ch} \alpha_k a_1)} + \\ + \frac{32d_1^2}{\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \operatorname{sh} \alpha_k x \cdot \cos \alpha_k y}{(2k-1)^3 [\operatorname{sh} \alpha_k a_1 + \lambda \alpha_k \operatorname{ch} \alpha_k a_1]}, \quad (38)$$

в области S_2 (фиг. 1), при этом использованы (4), (11), (17) и (28);

$$U(x, y) = (d_1^2 - y^2) + 3d_1 d_2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k B_k \cos \alpha_k y}{(2k-1)} \times \\ \times \left[\frac{\operatorname{sh} \alpha_k (a_1 - x) + \lambda \alpha_k \operatorname{ch} \alpha_k (a_1 - x)}{\operatorname{sh} \alpha_k a_1 + \lambda \alpha_k \operatorname{ch} \alpha_k a_1} \operatorname{sh} \alpha_k d_2 - \operatorname{sh} \alpha_k (d_2 - x) \right] + \\ + \frac{32d_1^2}{\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \cos \alpha_k y}{(2k-1)^3} \left[\frac{\operatorname{sh} \alpha_k x}{\operatorname{sh} \alpha_k a_1 + \lambda \alpha_k \operatorname{ch} \alpha_k a_1} + \frac{\operatorname{sh} \alpha_k (d_2 - x)}{\operatorname{sh} \alpha_k d_2} \right] + \\ + \frac{4C^0}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} \cos \alpha_k y}{(2k-1)} \left[\operatorname{ch} \alpha_k (x - d_2) - \operatorname{sh} \alpha_k (d_2 - x) \operatorname{cth} \alpha_k d_2 + \right. \\ \left. + \frac{\operatorname{sh} \alpha_k (d_2 - x)}{\operatorname{sh} \alpha_k d_2} \right] + \\ + \frac{4}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} (2k-1) \varphi_p(d_1) \sin \beta_p x \cos \alpha_k y}{\left(2p \frac{d_1}{d_2} \right)^2 + (2k-1)^2} \quad (39)$$

в области S_1 , при этом использованы (20), (28) и (39), а $\varphi_p(d_1)$ имеет значение

$$\varphi_p(d_1) = \frac{(-1)^p d_1 d_2 \operatorname{ch} \beta_p d_1 \cdot \operatorname{sh} \beta_p (a_2 - d_1)}{p \operatorname{ch} \beta_p a_2} E_p^0 + \\ + \frac{[(-1)^p - 1] 4d_1^2}{(p\pi)^3} \left(\frac{\operatorname{ch} \beta_p d_1}{\operatorname{ch} \beta_p a_2} - 1 \right) + \frac{2C^0}{p\pi} [1 - (-1)^p];$$

$$U(x, y) = x(d_2 - x) + C^0 +$$

$$+ d_1 d_2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k E_k \operatorname{ch} \beta_k y \cdot \operatorname{sh} \beta_k (a_2 - y)}{k \cdot \operatorname{sh} \beta_k a_2} \sin \beta_k x -$$

$$-\frac{8d_2^2}{\pi^3} \sum_{k=1,3}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} \beta_k y \cdot \sin \beta_k x}{k^3 \operatorname{ch} \beta_k a_2} \quad (40)$$

в области S_3 ,

при этом использованы (4), (13), (18) и (19).

Имея выражения $U(x, y)$, можно написать формулы, определяющие компоненты напряжения:

$$X_i = G_i \tau \frac{\partial U}{\partial y}, \quad Y_i = -G_i \tau \frac{\partial U}{\partial x} \quad (i = 1, 2).$$

5. Формула жесткости при кручении

Жесткость профиля при кручении определяется по формуле:

$$D = 2G_1 \iint_{(F)} U(x, y) dx dy \sim 2CF, \quad (41)$$

где F — площадь поперечного сечения скручиваемого стержня, а C — постоянное, определяемое интегрированием (2) по всему контуру сечения.

Пользуясь выражением $U(x, y)$ согласно (38), (39) и (40), для вычисления жесткости получаем расчетную формулу:

$$\begin{aligned} D = 2G_1 & \left[\frac{4d_1^2 a_1 + (a_2 - d_1)d_2^2}{3} - 2C^2 d_1 d_2 \right] + \\ & + \frac{8G_1 d_1^4}{\pi^2} \left\{ 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^3} \left[\frac{8C^2}{\pi d_1^2} \operatorname{th} \frac{\alpha_k d_2}{2} + \right. \right. \\ & + \frac{3d_1 B_k^*}{d_1} \cdot \frac{2 \left(\operatorname{ch} \frac{\alpha_k d_2}{2} - \lambda \alpha_k \operatorname{sh} \frac{\alpha_k d_2}{2} \right) \operatorname{sh} \alpha_k \left(a_1 - \frac{d_2}{2} \right) + \operatorname{sh} \alpha_k d_2}{\operatorname{sh} \alpha_k a_1 + \lambda \alpha_k \operatorname{ch} \alpha_k a_1} - \\ & - \frac{32}{\pi^3 (2k-1)^3} \left(\frac{\operatorname{ch} \alpha_k a_1 - 1}{\operatorname{sh} \alpha_k a_1 + \lambda \alpha_k \operatorname{ch} \alpha_k a_1} + \operatorname{th} \frac{\alpha_k d_2}{2} \right) \Bigg] + \\ & + \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^4 \sum_{k=1,3}^{\infty} \frac{1}{k^2} \left[\frac{\varphi_k(d_1)}{d_1^2} \operatorname{th} \beta_k d_1 - \frac{4d_1 E_k \operatorname{sh} \beta_k (a_2 - d_1)}{k d_2 \operatorname{sh} \beta_k a_2} - \right. \\ & \left. - \frac{8}{\pi^3 k^3} \left(\operatorname{th} \beta_k a_2 - \frac{\operatorname{sh} \beta_k d_1}{\operatorname{ch} \beta_k a_2} \right) \right] \Bigg\}. \quad (42) \end{aligned}$$

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Арутюнян Н. Х. Решение задачи о кручении стержней полигонального поперечного сечения. ПММ, том XIII, № 1, М., 1949.
2. Гринберг Ф. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Изд. АН СССР. М.—Л., 1948.
3. Канторович Л. В. и Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. Гос. изд. тех. теорет. лит. М.—Л., 1949.
4. Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Гос. изд. тех. теорет. лит. М.—Л., 1948.

Ա. Խ. Մանուկյան

ՏԱՎՐԱՅԻՆ ԼՍՅՆԱԿԱՆ ՀԱՏՎԱԾՔՈՎ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ՊՐԻՋՄՍՏԻԿ
ԶՈՂԻ ՈԼՈՐՈՒՄԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոգաբարձու մը վրայ է տալիս լայնական հատվածքով անհամասեռ պրիզմատիկ ձողի ոլորման խնդրի մոտավոր լուծումը այն դեպքի համար, երբ նրա կողմնային մակերևույթի նիստերից մեկը պատված է սահքի բարձր մոզուլ ունեցող նյութի բարակ շերտով:

Խնդրի պիֆերենցիալ հավասարման լուծման համար օգտագործված է Ն. Խ. Հարությանյանի կողմից առաջադրված օժանդակ ֆունկցիաների մեթոդը:

Տրված է նաև հաշվարկային բանաձև ոլորման կոշտությունը որոշելու համար: