

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

Л. А. Варданянц

Чл.-корр. Академии наук Армянской ССР

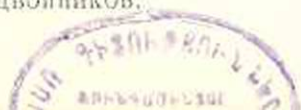
Теория поворотов кристалла в двойниках

Процесс образования двойников, т. е. его причины, последовательность движений, приводящих срастающиеся кристаллы к двойниковому взаиморасположению, и факторы, следствием которых являются эти движения, еще и сейчас продолжают оставаться недостаточно освещенными.

Существующие в кристаллографии представления о двойниковых осях и плоскостях не дают ответа на эти вопросы, так как и двойниковая ось, и двойниковая плоскость показывают лишь конечный результат процесса, а именно ту или иную закономерность взаиморасположения главных кристаллографических элементов сросшихся кристаллов. Во всяком случае, как двойниковая ось, так и двойниковая плоскость, сами по себе, не служат и не могут приниматься в теории двойников в качестве фактора, возбуждающего и направляющего процесс двойникования.

В такой же мере не может служить в роли такого фактора и то, что по современным научным представлениям при образовании двойников пространственные решетки кристаллов приводятся к частичному совмещению. Дело в том, что и здесь мы имеем, по существу, лишь конечный результат процесса в виде той или иной закономерности во взаимоотношении пространственных решеток индивидов двойника.

Триадная теория двойников и связанная с нею стадийная теория кристаллизации в большей или меньшей степени освещают энергетическую сторону процесса, позволяя считать достаточно обоснованным вывод о том, что двойникование, как и нормальный процесс кристаллизации, сопровождается уменьшением потенциальной энергии. Но и в этом случае остается невыясненным, как и в какой последовательности происходит движение кристаллов относительно друг друга. Вместе с тем даже и триадная теория не дает ответа на вопрос о том, как можно отличить геометрический или, по-иному, ложный двойник, т. е. сrostок, в котором двойниковая ось иррациональна, от истинного или кристаллографического при условии, что некоторые минералы способны образовывать неограниченно большое число геометрических двойников.



В связи с этим представляют интерес попытки Гольдшмидта [9], Фриделя [8], Цинделя [10] и др. создать теорию двойникования на основе более или менее произвольных поворотов кристалла вокруг тех или иных векторов и совмещения каких-либо одноименных, или даже разноименных, зон и векторов обоих индивидов. Смысл этого сводится к тому, что второй индивид двойника может быть выведен из первого не только поворотом на 180° вокруг двойниковой оси или отражением в двойниковой плоскости, но также и поворотом вокруг некоторого иного вектора на тот или иной угол. Но в работах этих ученых теория таких поворотов осталась недоработанной, и наиболее важные закономерности, возникающие при подобных поворотах, остались не выведенными.

Конечно, нельзя утверждать категорически, что теория таких поворотов никогда и никем не разрабатывалась, и не исключена возможность, что где-нибудь в старой литературе имеются соответствующие материалы. Во всяком случае, в кристаллографической литературе последних десятилетий нам не удалось найти указаний на то, что подобная теория поворотов была уже полностью разработана в применении к образованию двойников.

Роль поворотов кристалла, как метод выведения второго индивида двойника, становится особенно существенной в тех случаях, когда кристалл обладает хотя бы одной четной осью симметрии. Вытекающие из этого закономерности должны иметь в минералогии общее, а не только частное значение, так как большинство минералов обладает хотя бы одной четной осью симметрии, а минералы, не имеющие такой оси, создают ее обычно посредством двойникования и вне двойниковых образований почти не существуют в природе, как, например, триклинные полевые шпаты, дистен, цеолиты и многие другие минералы. Возникающие при этом закономерности очень существенны для правильного понимания таких, широко распространенных сростков, когда мелкие или даже субмикроскопические кристаллы прирастают к поверхности большого кристалла, образуя с ним двойниковую пару по тому или иному типу или закону.

Незнакомство с закономерностями этого порядка (или, во всяком случае, недостаточное внимание к ним) имело следствием то, что были описаны в качестве вполне доказанных такие двойниковые законы, вероятность и самостоятельность которых остаются недостаточно обоснованными. Как пример можно указать кубо-октаэдрический закон алюмо-кальневых квасцов, по М. Шаскольской и А. В. Шубникову [7], закон Самшвильдо для кварца, по Г. Г. Леммлейну [6], новый закон для андалузита, выведенный М. И. Ицкисоном [5], ряд двойниковых законов для кварца, по Цинделю [10], и т. п.

В зависимости от симметрии кристалла могут быть разные случаи взаимоотношения первоначального и выведенного положения кристаллов и разные типы, возникающих при этом блок-кристаллов.

Ниже эти случаи рассмотрены в порядке их усложнения. При этом в качестве четной оси симметрии, где это не оговорено, принимается обычная двойная ось, так как в скрытом виде она имеется и в четверной и в шестерной осях. Двойниковые сростки во всех случаях рассматриваются нами как блок-кристаллы, общая симметрия которых определяется совокупностью элементов двойниковой симметрии и элементов симметрии самих индивидов двойника.

1. Теория поворотов

Всего можно выделить три группы блок-кристаллов, возникающих при повороте первоначального кристалла вокруг той или иной оси поворотов. В состав первой группы входят блок-кристаллы с общей их симметрией не выше полногранного класса ромбической системы. Во вторую группу включены блок-кристаллические образования, которые по общей их симметрии соответствуют гексагональной или тетрагональной системам. Наконец, третья группа охватывает блок-образования с общей симметрией кубического типа.

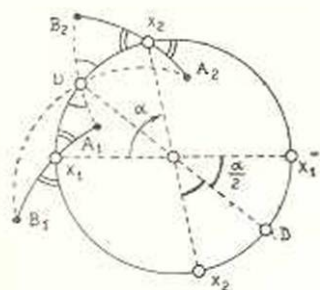
Принципиальное различие между этими тремя группами заключается в наличии тех или иных степеней свободы. Так, в первой группе имеется только одно ограничивающее условие, а именно—ось поворотов должна быть перпендикулярна к оси четной симметрии кристалла, угол же поворота совершенно произволен. Во второй группе положение оси поворотов более или менее постоянное, так как она совпадает с какой-либо четной осью симметрии, а угол поворота может иметь несколько вполне определенных значений. В третьей же группе строго постоянными должны быть и положение оси поворотов, и угол поворота, причем положение оси поворотов принципиально иное, чем в первых двух группах. Во всех трех группах сама ось поворотов в общем случае не бывает двойниковой осью. В частном же случае, например, при повороте на 180° , она становится двойниковой осью.

А. Первая группа. В этой группе исходный кристалл должен иметь хотя бы одну четную ось симметрии. Что касается оси поворотов, то она всегда перпендикулярна к одной из четных осей симметрии. Здесь рассматриваются всего пять случаев возникновения блок-кристаллов путем поворота первоначального кристалла и приведения его к новому положению. Кроме того в эту группу включен один случай из нескольких примеров, в котором новый блок-кристалл возникает в процессе разрывания первоначального блок-кристалла на две части и приведения одной из них посредством поворота к новому положению.

1. Этот случай является в теории поворотов основной теоремой, поэтому он рассматривается наиболее детально, и решение будет дано как для прямой, так и для обратной формулировки теоремы.

Прямая теорема. Кристалл АВ обладает только одной четной осью симметрии x , плоскостей же симметрии не имеется. В качестве оси поворотов принят произвольный вектор в плоскости перпендикулярной к оси симметрии, и кристалл повернут в ту или иную сторону на любой, также произвольный угол. При этом второе положение кристалла будет по отношению к первому всегда двойниковым, причем двойниковой осью служит биссектриса D угла поворота оси симметрии, т. е. угла между ее первоначальным и выведенным положениями. Доказывается это очень просто.

Пусть A_1B_1 будет первоначальным, а A_2B_2 — выведенным положением кристалла (фиг. 1). Проводим две дуги большого круга: одну через проекции граней A_1 и B_1 , а вторую через проекции осей симметрии x_1 и x_2 . В двух получившихся сферических треугольниках A_1x_1D и B_2x_2D имеем по условию и по построению: $A_1x_1 = B_2x_2$, а также равенство углов: $A_1x_1D = B_2x_2D$ и $A_1Dx_1 = B_2Dx_2$. В силу вытекающего отсюда равенства треугольников A_1x_1D и B_2x_2D имеем равенство дуг: $A_1D = B_2D$ и $Dx_1 = Dx_2$. Следовательно, вектор D



Фиг. 1. Поворот кристалла A_1B_1 на угол α к новому положению A_2B_2 . При наличии оси симметрии x возникает двойник с двойниковой осью D .

является биссектрисой всех углов между одноименными векторами обоих индивидов и в силу этого он играет здесь роль двойниковой оси. В том случае, когда вектор D совпадает с тем или иным существующим в кристалле рациональным направлением, двойниковое сочетание обоих индивидов можно считать кристаллографическим двойником, в противном же случае это будет двойник только геометрический. Принципиальная разница между тем и другим двойником заключается, по видимому, в том, что в двойнике кристаллографическом уровень потенциальной энергии должен совпадать с

одним из возможных минимумов, в геометрическом же двойнике это правило может не соблюдаться.

Величина угла поворота одного кристалла по отношению к другому в вышеприведенных рассуждениях не играет никакой роли, поэтому очевидно, что в плоскости, перпендикулярной к оси поворотов, может существовать бесконечное число геометрических двойниковых осей. Кроме того, поскольку выбор оси поворотов не был ограничен какими-либо условиями, за исключением ее перпендикулярности к оси четной симметрии кристалла, то вполне ясно, что геометрической двойниковой осью может быть любой вектор кристалла. Иначе говоря, в кристалле, обладающем хотя бы одной четной осью симметрии, любой его вектор нужно считать потенциальной двойниковой осью, ибо в качестве оси поворотов всегда можно принять тот

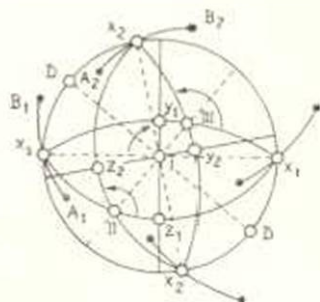
вектор, который перпендикулярен к плоскости, проходящей через ось симметрии и через произвольно выбранный вектор кристалла.

Обратная теорема. Если два положения кристалла A_1B_1 и A_2B_2 (фиг. 1) связаны двойниковой осью D и выводятся одно из другого поворотом кристалла на некоторый угол α вокруг вектора, перпендикулярного к двойниковой оси, то кристалл обладает четной осью симметрии, которая перпендикулярна к оси поворота и составляет с двойниковой осью угол $\frac{\alpha}{2}$, равный половине угла поворота кристалла.

Путь доказательства следующий. Находим точки x_1 и x_2 на пересечении дуг A_1B_1 и A_2B_2 с плоскостью, перпендикулярной к оси поворота, и проводим дуги большого круга A_1D , B_1D , A_2D и B_2D . По условию имеем равенство треугольников $A_1x_1D = B_2x_2D$ и $B_1x_1D = A_2x_2D$, а по построению — равенство дуг $A_1x_1 = A_2x_2$ и $B_1x_1 = B_2x_2$. Следовательно, имеем равенство дуг $A_1x_1 = B_1x_1$ и $A_2x_2 = B_2x_2$, откуда вытекает, что векторы x_1 и x_2 являются осями симметрии.

2. Кристалл обладает тремя взаимно перпендикулярными четными осями симметрии x , y и z . По основной теореме (см. выше) и здесь любой вектор кристалла является потенциальной двойниковой осью, а осью поворотов может служить любой вектор в каждой из трех плоскостей, проходящих через те или иные две оси симметрии (фиг. 2). При этом здесь каждая двойниковая ось сопряжена всегда с тремя осями поворота. Это обусловлено тем, что существуют три плоскости, из которых каждая проходит через двойниковую ось и через одну из осей симметрии — x , y или z . Перпендикуляры к этим плоскостям — I, II и III — представляют, по предыдущему, оси поворотов, которые лежат, очевидно, в одной и той же плоскости, перпендикулярной к двойниковой оси, и совпадут с линиями пересечения этой плоскости с главными плоскостями кристалла. Двойниковая ось совпадает с биссектрисой угла поворота, т. е. угла между первоначальным и последующим положениями каждой оси симметрии кристалла.

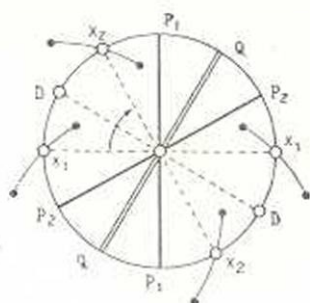
3. В кристалле имеется четная ось симметрии x и перпендикулярная к ней плоскость симметрии P (фиг. 3). В этом случае ось поворотов лежит всегда в плоскости симметрии. При повороте кристалла возникает, как и в первом случае, двойниковая ось D и, кроме того, перпендикулярная к ней плоскость симметрии Q , служащая биссектрисой двугранного угла между плоскостями симметрии обоих



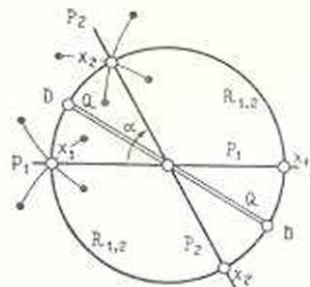
Фиг. 2. Кристалл с тремя перпендикулярными друг другу осями симметрии x , y и z . Присутствуют три оси поворота I, II и III. Двойниковая ось D связывает индивиды A_1B_1 и A_2B_2 .

индивидов. Таким образом, в этом случае двойниковый блок-кристалл обладает тремя осями и тремя плоскостями симметрии. Подобно предыдущим случаям, и здесь любой вектор кристалла может быть двойниковой осью.

4. Кристалл имеет ось симметрии x и проходящие через нее две плоскости симметрии P и R . В частном случае (фиг. 4) ось поворотов совпадает с одной из плоскостей симметрии и перпендикулярна к другой такой плоскости. Поэтому при повороте кристалла возникает не только двойниковая ось D , но и новая плоскость симметрии Q , проходящая через двойниковую ось и ось



Фиг. 3. Кристалл с осью симметрии x и перпендикулярной к ней плоскостью симметрии P . После поворота возникает двойниковая ось D и перпендикулярная к ней плоскость симметрии Q .



Фиг. 4. Кристалл с осью симметрии x и двумя проходящими через нее плоскостями симметрии P и R . Частный случай: ось поворотов совпадает с плоскостью симметрии. После поворота возникает двойниковая ось D и новая плоскость симметрии Q , проходящая через двойниковую ось и ось поворотов.

поворотов. Вместе с тем эта плоскость симметрии перпендикулярна к общей плоскости симметрии обоих индивидов и служит биссектрисой двугранного угла между двумя другими плоскостями симметрии блок-кристалла.

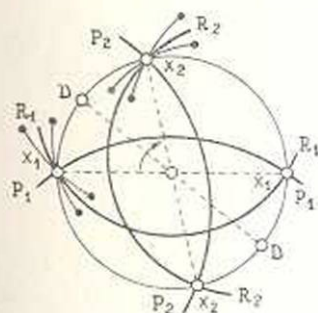
В общем же случае (фиг. 5) ось поворотов не совпадает с плоскостями симметрии, поэтому при повороте кристалла возникает только двойниковая ось D , в качестве которой и здесь служит биссектриса угла поворота оси симметрии. И здесь любой вектор кристалла может быть двойниковой осью, что выводится так же, как и в первом случае.

5. Кристалл обладает тремя взаимно перпендикулярными осями симметрии x , y и z , и проходящими через каждую их пару, тремя плоскостями симметрии P , R и T . В общем случае этого примера ось поворотов не совпадает ни с одной из осей симметрии (фиг. 6). При повороте кристалла возникает одна двойниковая ось D и, кроме того, перпендикулярная к ней плоскость симметрии Q . Подобно случаю второму, и здесь двойниковая ось D сопряжена всегда с тремя осями поворота I, II и III, которые лежат в плоскости симметрии

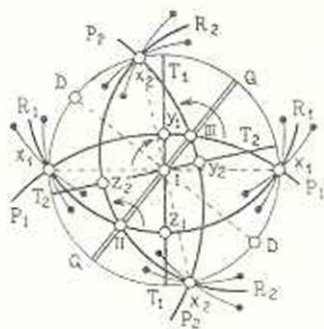
Q , возникающей при повороте кристалла, притом на ее пересечении с плоскостями симметрии кристаллов. Этот случай был уже раньше рассмотрен нами на примере двойников андалузита [1].

6. Имеется не моно-, но блок-кристалл, который разрывается на две части, и одна из них посредством поворота около некоторой оси приводится к новому положению. В зависимости от структуры блок-кристалла здесь может быть несколько случаев. Из них ниже, в качестве основных теорем, рассмотрены только два, наиболее простых, из которых можно вывести и другие, более сложные.

6а. Блок-кристалл A_1B_1 обладает одной осью симметрии чет-



Фиг. 5. Кристалл с осью симметрии x и двумя проходящими через нее плоскостями симметрии P и R . Общий случай: ось поворотов не лежит в плоскостях симметрии. Появляется только двойниковая ось D .

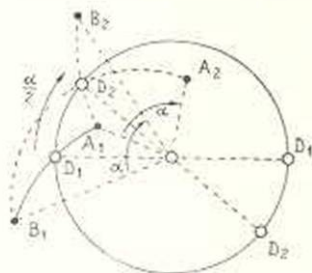


Фиг. 6. Кристалл с тремя осями симметрии x, y и z и тремя плоскостями симметрии P, R и T . Имеются три оси поворотов I, II и III . Общий случай: ось поворотов не совпадает с осями симметрии. После поворота возникает двойниковая ось D и перпендикулярная ей плоскость симметрии Q .

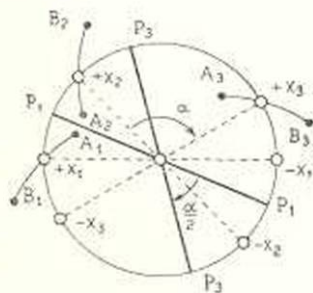
ного порядка или двойниковой осью D_1 , связывающей индивиды блок-кристалла A_1 и B_1 (фиг. 7). Ось поворотов служит произвольный вектор в плоскости, перпендикулярной к оси симметрии. Блок-кристалл A_1B_1 разрывается на две симметричные части A_1 и B_1 , одна из которых приводится посредством поворота к новому положению A_2 или B_2 . При этом, независимо от способа разделения блок-кристалла на части, ось симметрии смещается в сторону поворота на половину угла поворота и становится двойниковой осью D_2 нового блока A_1B_2 или A_2B_1 . Блок-кристалл продолжает оставаться блок-кристаллом того же типа, но его константы становятся иными. Доказывается это тем же путем, как и в основной теореме первого случая (см. выше).

6б. Блок-кристалл состоит из индивидов A_1B_1 и A_2B_2 , каждый из которых обладает двойной осью симметрии— x_1 и x_2 . Индивиды связаны друг с другом плоскостью симметрии P_1 (фиг. 8). Ось поворотов лежит в плоскости симметрии и перпендикулярна к осям симметрии индивидов. Блок-кристалл разрывается на две части A_1B_1 и

A_2B_2 , и одна из них поворачивается на некоторый угол. В результате этого плоскость симметрии смещается в сторону поворота на половину угла поворота. При этом возможны два предельных случая. Во-первых, когда оси симметрии индивидов совпадают одноименными их направлениями, т. е. так, что с осями совпадает и находящаяся между ними плоскость симметрии (фиг. 9). В этом случае возникает еще одна плоскость симметрии Q , перпендикулярная к первой и также проходящая через совмещенные оси симметрии. Во-вторых, когда оси симметрии совпадут разноименными их направлениями, причем плоскость симметрии оказывается перпендику-



Фиг. 7. Блок-кристалла A_1B_1 , имеющий ось симметрии или двойниковую ось D_1 , разрывается на две части A_1 и B_1 , одна из которых приводится поворотом к новому положению. Возникает новый блок A_1B_2 или A_2B_1 , в котором индивиды связаны друг с другом осью D_2 .



Фиг. 8. Блок-кристалла $A_1B_1 + A_2B_2$ имеет плоскость симметрии P_1 и составляется из двух кристаллов A_1B_1 и A_2B_2 , каждый из которых имеет ось симметрии x . Блок-кристалла разрывается на две части, и одна из них, A_2B_2 , приводится поворотом к новому положению A_2B_3 . Плоскость симметрии переходит в новое положение P_2 .

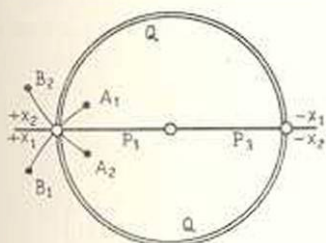
лярной к ним (фиг. 10). Блок-кристаллы этих предельных случаев существенно отличаются друг от друга, так как обладают различной симметрией. Вполне понятно, что, исходным блок-кристаллом можно считать здесь также и тот, который представлен на фиг. 9 или 10. Существо процесса от этого не меняется.

Б. Вторая группа. В этой группе ось поворотов совпадает с четной осью симметрии, а угол поворота имеет некоторое постоянное значение, каковое должно быть равно 60, 90 или 120°. В зависимости от числа осей симметрии и от наличия или отсутствия плоскостей симметрии, в этой группе может быть четыре случая, которые достаточно полно рассматриваются в современных учениях о симметрии кристаллов. В возникающих этим путем двойниках второй индивид выводится, как и в первой группе, не только посредством двойниковой оси или двойниковой плоскости, но и поворотом вокруг вектора, не являющегося двойниковой осью.

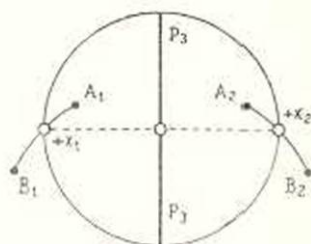
1. Кристалл A_1B_1 обладает только одной четной осью симме-

трии x_1 , из плоскостей же симметрии может присутствовать лишь плоскость P , перпендикулярная к оси симметрии. Поворот кристалла не приводит к возникновению двойника, так как отсутствуют четные оси симметрии, перпендикулярные к оси поворотов. Вместе с тем здесь, при повороте на угол 60 , 90 или 120° , образуются блок-кристаллы пирамидального или дипирамидального типа.

При повороте на 60 или 120° возникает неполный гексагональный блок-кристалл, так как ось поворота приобретает элементы симметрии шестого порядка (фиг. 11). При повторном повороте на



Фиг. 9. Тот же блок-кристалл, как и на фиг. 8. Одно из крайних положений блока после поворота одной из его частей: оси симметрии x_1 и x_2 совпадают одноименными их направлениями, и с ними совпадает плоскость симметрии P_3 в новом ее положении. Появляется новая плоскость симметрии Q .



Фиг. 10. Тот же блок-кристалл, как и на фиг. 8. Второе крайнее положение после поворота одной из его частей: оси симметрии x_1 и x_2 совпадают разноименными направлениями. Плоскость симметрии приходит к новому положению P_3 , при котором она перпендикулярна к осям симметрии.

тот же угол блок-кристалл становится уже полнокомплектным и принадлежит, по общей его симметрии, к классу гексагональной пирамиды, а при наличии плоскости симметрии—к классу дипирамиды.

При повороте же на 90° сразу возникает полный тетрагональный блок-кристалл, который, по его симметрии, отвечает классу тетрагональной пирамиды, а если присутствует плоскость симметрии, перпендикулярная к оси поворотов, то к классу дипирамиды (фиг. 12).

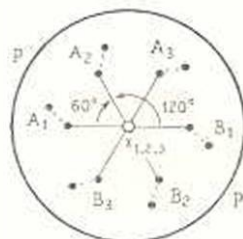
2. В кристалле АВ имеется одна четная ось симметрии x и две, проходящие через нее плоскости симметрии P и R . В этом случае поворот кристалла также не дает двойника и приводит к образованию лишь блок-кристалла. При любом угле поворота возникают две дополнительные плоскости симметрии Q и T , перпендикулярные друг к другу и проходящие через биссектрисы углов поворота плоскостей симметрии кристалла, а вместе с тем и через ось поворотов.

При повороте на 60 или 120° образуется неполный блок-кристалл типа дигексагональной пирамиды, а при повторном повороте на тот же угол блок-кристалл становится уже полнокомплектным

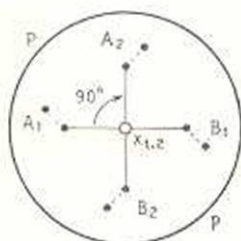
(фиг. 13). При повороте на 90° образуется сразу полнокомплектный тетрагональный блок-кристалл типа дитетрагональной пирамиды (фиг. 14).

3. Кристалл имеет три взаимно перпендикулярных оси симметрии x , y и z , плоскостей же симметрии не имеется. Ось поворотов может совпадать с любой из осей симметрии.

При повороте на 60 или 120° образуется неполный, а при повороте на тот же угол — полный гексагональный двойниковый блок-кристалл. По общей его симметрии он соответствует гексагональному трапецоэдру, так как появляются



Фиг. 11. Кристалл имеет только одну ось симметрии, и возможна перпендикулярная к ней плоскость симметрии P . Ось поворота совпадает с осью симметрии. После поворота на 60 или 120° образуется неполный гексагональный блок-кристалл типа пирамиды или дипирамиды.



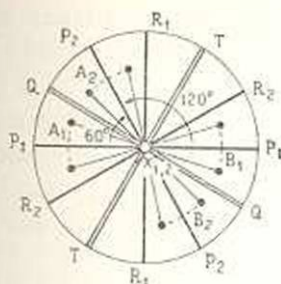
Фиг. 12. Такой же кристалл, как и на фиг. 11, но угол поворота 90° . Возникает тетрагональный блок-кристалл типа пирамиды или дипирамиды.

дополнительные оси симметрии D и E в виде двойниковых осей, совпадающих с биссектрисами углов поворота осей симметрии кристалла (фиг. 15).

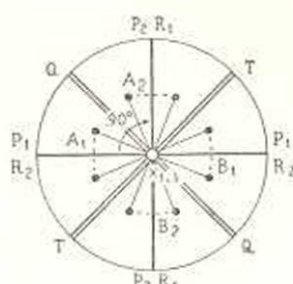
При повороте на 90° сразу образуется тетрагональный двойниковый блок-кристалл, отвечающий, по его симметрии, классу тетрагонального трапецоэдра, так как в плоскости, перпендикулярной к оси поворота, появляются дополнительные оси симметрии D и E в виде двойниковых осей, совпадающих с биссектрисами углов поворота осей симметрии кристалла (фиг. 16)

4. Кристалл обладает тремя, перпендикулярными друг к другу, осями симметрии x , y и z , и тремя, проходящими через них, плоскостями симметрии. Ось поворотов может совпадать с любой из осей симметрии.

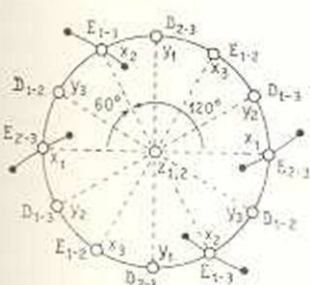
При повороте на 60 или 120° появляются дополнительно две оси симметрии D и E (в виде двойниковых осей, совпадающих с биссектрисами угла поворота) и проходящие через них и через ось поворотов две плоскости симметрии Q и T . В результате образуется неполный гексагональный блок-кристалл типа дигексагональной дипирамиды (фиг. 17). После повторного поворота на тот же угол



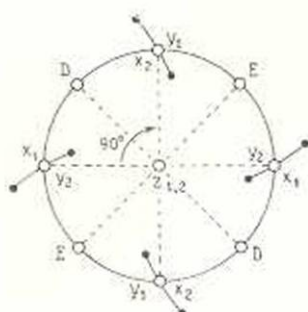
Фиг. 13. Кристалл с осью симметрии x и двумя, проходящими через нее плоскостями симметрии P и R . После поворота кристалла вокруг оси симметрии на 60° или 120° появляются новые плоскости симметрии Q и T , и возникает неполный гексагональный блок-кристалл типа пирамиды.



Фиг. 14. Такой же кристалл, как и на фиг. 13, но поворот его на 90° . Появляются новые плоскости симметрии Q и T , и образуется тетрагональный блок-кристалл типа пирамиды.



Фиг. 15. Кристалл с тремя перпендикулярными друг к другу осями симметрии x , y и z . После поворота кристалла на 60° или 120° вокруг оси симметрии появляются две, перпендикулярные друг к другу двойниковые оси D и E . Образуется неполный гексагональный блок-кристалл типа трапецоэдра.

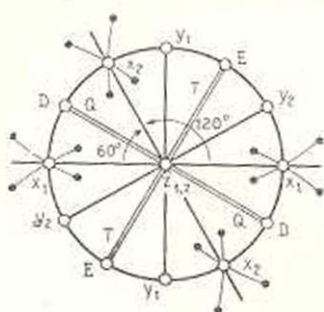


Фиг. 16. Такой же кристалл, как и на фиг. 15, но поворот на 90° . Появляются перпендикулярные друг к другу двойниковые оси D и E , и образуется блок-кристалл типа тетрагонального трапецоэдра.

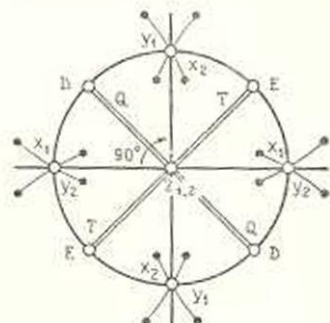
блок-кристалл становится уже полнокомплектным, и в нем расположение всех осей (симметрии и двойниковых) будет таким же, как и на фиг. 15.

При повороте на 90° сразу создается блок-кристалл типа дитетрагональной дипирамиды, так как и здесь возникают дополнительные оси симметрии D и E (в виде двойниковых осей, совпадающих с биссектрисами углов поворота) и проходящие через них и через ось поворотов две плоскости симметрии Q и T (фиг. 18).

В. Третья группа. В третьей группе опишем только один случай поворота, притом лишь для того, чтобы показать принципиальное различие между положением оси поворотов в этой и в предыдущих двух группах. Это—тот случай, когда ось поворота составляет равные углы с каждой из трех, взаимно перпендикулярных осей симметрии (углы эти должны быть равны почти точно $54^\circ 44'$), а угол поворота равен 120° . После таких поворотов все три оси



Фиг. 17. Кристалл с тремя осями симметрии и тремя плоскостями симметрии. После поворота кристалла на 60° или 120° вокруг оси симметрии появляются двойниковые оси D и E, и плоскости симметрии Q и T. Образуется блок-кристалл типа дигексагональной дипирамиды.



Фиг. 18. Такой же кристалл, как и на фиг. 17, но поворот на 90° . После поворота появляются двойниковые оси D и E, а также плоскости симметрии Q и T. Образуется блок-кристалл типа дитетрагональной дипирамиды.

симметрии блок-кристалла становятся равнозначными друг другу осями второго или четвертого порядка. Тем самым блок-кристалл получает симметрию кубического типа.

Подобного рода соотношения имеют место в ложнокубических блок-кристаллах плагиоклаза, например, в триаде второго пинакоида и первой оси, когда поворотом на 120° приводятся в совмещение нормали ко второму пинакоиду, первая кристаллографическая ось и перпендикуляр к ней во втором пинакоиде [2, 3, 4]. Это же самое можно наблюдать и у ряда других минералов, способных образовывать ложнокубические блок-кристаллы.

На основании общеизвестных соотношений элементов симметрии ось третьего порядка появляется при наличии двух осей двойной симметрии, пересекающихся под углом в 60° . В приведенном выше примере ложнокубического блок-кристалла плагиоклаза такими осями симметрии, пересекающимися под углом в 60° , являются, с одной стороны, двойниковые оси, совпадающие с нормальными к бавенским граням, а с другой стороны—двойниковая ось, очень близкая к биссектрисе угла между первой и второй кристаллографическими осями.

Таким образом, и в группе ложнокубических блок-кристаллов второй и следующие индивиды двойника могут быть выведены не

только посредством двойниковой оси и двойниковой плоскости, но и с помощью некоторой оси поворотов, которая не является в блоке двойниковой осью.

II. Значение теории поворотов

В настоящее время, когда теория поворотов кристалла в двойниках еще только разрабатывается, трудно привести все те примеры, которые могли бы подтвердить ее научное и практическое значение. Все же некоторые направления возможного ее применения намечаются уже и сейчас.

Первым таким направлением служит группа тех явлений, когда срастающиеся в двойнике кристаллы имеют таблитчатую или листоватую форму, в связи с чем они при соприкосновении получают сразу же некоторую первичную закономерную ориентировку, сохраняя вместе с тем свободу поворота вокруг нормали к плоскости таблитчатости. К числу таких образований относятся, в частности, основные триады плагноклаза, индивиды которого имеют всегда таблитчатую форму параллельно плоскости срастания.

В качестве примера рассмотрим очень распространенную триаду второго пинакоида и третьей кристаллографической оси, где координаты третьей оси, как и нормали к ней во втором пинакоиде, всегда показывают значительные отклонения от некоторых средних норм.

Причина этого явления заключается по теории поворотов в том, что триада обладает „свободой игры“ составляющих ее двойников, в данном случае—альбитовых, в связи с чем угол между третьей кристаллографической осью одного и другого альбитового двойника может отклоняться от теоретического значения, равного здесь нулю. Иначе говоря, триада может разрываться на две части посредством поворота одного из альбитовых двойников вокруг альбитовой двойниковой оси на тот или иной произвольный угол, подобно тому, как это было показано выше на примерах фиг. 7—10. При этом триада остается неизменно ромбическим блок-кристаллом, но в ней изменяется кристаллографическое наименование двойниковых осей, параллельных второму пинаконду.

При подобном повороте одного из альбитовых двойников мы получаем, по теории триад [2, 3], переход от триады третьей оси к триаде первой оси и второго пинакоида или к триаде биссектрис углов между первой и третьей осями, или еще к иным триадам второго пинакоида. Промежуточными звеньями служат здесь такие триады второго же пинакоида, в которых двойниковые оси имеют или иррациональные индексы, или незакономерное положение относительно кристаллографических осей.

Если принимать, что рациональные триады второго пинакоида, имеющие в своем составе первую или третью кристаллографическую

ось, характеризуются минимальным значением потенциальной энергии всего сростка, то при полном повороте альбитового двойника на 360° значение потенциальной энергии должно пройти четыре раза через такие минимумы, помимо которых должны быть и другие, менее значительные минимумы, соответствующие более слабым триадам второго пинакоида, в которых участвуют или биссектрисы углов между первой и третьей осями, или ребро [101], или другие векторы. При таком их числе минимумы потенциальной энергии должны быть выражены, повидимому, не очень резко, а поэтому даже и небольшое внешнее препятствие может помешать альбитовым двойникам занять в триаде то или иное точное взаиморасположение. В результате этого координаты двойниковых осей триады, параллельных ее плоскости срастания, будут более или менее значительно отклоняться от теоретических норм.

Такие соотношения имеют место во всех основных триадах плагиоклаза, а следовательно, непостоянство координатных углов многих двойниковых осей плагиоклаза может зависеть не только от изменения его состава или от температурных условий кристаллизации (как это утверждается в новейшей литературе), но зачастую лишь от неизбежного механического воздействия внешней среды. Такое отклонение от средних норм не нарушает, в принципе, общую симметрию блок-кристалла и вместе с тем при не очень большой величине отклонения, повидимому, не сопровождается сколько-нибудь существенным изменением потенциальной энергии блока.

Все это применимо полностью не только к плагиоклазам, но, безусловно, и ко всем другим минералам. Поэтому теория поворотов дает возможность дополнительного объяснения для явления непостоянства координатных углов двойниковых осей.

Вторым типом явлений, для которых теория поворотов также позволяет получить более правильное решение, могут быть такие сростки, которые образуются путем осаждения мелких кристаллов на поверхность большого кристалла. Сюда относятся кубо-октаэдрические двойники алюмо-кальцевых квасцов [7], некоторые законы двойниковых срастаний кварца на гранях ромбоэдра [6, 10] и др.

В этих случаях образование двойникового сростка также можно рассматривать как результат поворота малого кристалла, так как он, приходя в то или иное соприкосновение с большим, сохраняет свободу поворотов вокруг нормали к плоскости соприкосновения или вокруг иного вектора и этим путем приходит к наиболее устойчивому расположению относительно большого кристалла.

Применяя подобный метод ревизии, мы неизбежно приходим к выводу, что двойниковые законы—кубо-октаэдрический у квасцов, закон Самшвилдо у кварца и некоторые другие были выведены без достаточного научного обоснования, и, что соответствующие им явления допускают и иное толкование, при котором эти законы теряют свое значение. Более детально эти два случая, как и некоторые

двойниковые законы кварца, выведенные Цинделем, будут рассмотрены нами в специальных статьях.

Третьим направлением применения теории поворотов может быть определение степени вероятности того или иного типа двойниковых срастаний, а это, в свою очередь, позволит определить те критерии, основываясь на которых можно было бы отличить закономерный двойниковый сросток от случайного ориентированного сочетания двух кристаллов. Тем самым мы получим возможность проверять степень обоснованности тех или иных двойниковых законов, уже описанных в литературе и качестве доказанных. Этим путем еще раньше нами было установлено, что двойниковый закон, выведенный для андалузита М. И. Ицкиным [5] и не вызвавший никаких возражений со стороны кристаллографов, является ошибкой, и что соответствующий сросток представляет лишь случайное сочетание двух кристаллов [1].

В тех случаях, когда кристалл обладает только одной осью симметрии (см. выше, фиг. 1), вероятность возникновения двойникового расположения двух индивидов определяется вероятностью того, что вектор, перпендикулярный к оси симметрии, совпадает с одним из двух одноименных ему векторов второго индивида. Если принять точность двойника в пределах $E = \pm 1^\circ$, то двойниковой осью будет служить физический вектор, имеющий вид конуса с углом при вершине в $2E = 2^\circ$. Общее число таких векторов в кристалле равно

$$\frac{4\pi}{0,0175 \cdot E \cdot \pi} \approx \frac{40000}{3} \approx 13000,$$

где 0,0175 представляет линейную меру дуги в 1° . Поэтому вероятность случайного совмещения какого-либо произвольного вектора одного кристалла с одноименным ему вектором другого кристалла, т. е. вероятность простого ориентированного соприкосновения двух индивидов равна $1:13000$, а при наличии оси симметрии— $2:13000$, т. е. 0,015%. В плоскости, перпендикулярной к оси симметрии, имеется 180 таких векторов, поэтому вероятность возникновения оси поворотов и двойникового взаиморасположения двух индивидов равна почти 3% от числа всех возможных случаев их ориентированного соприкосновения. Если же довольствоваться точностью двойника в $2,5^\circ$, что в природных условиях является обычным пределом, то вероятность двойникового взаиморасположения будет достигать уже почти 20% от общего числа случаев ориентированного соприкосновения двух индивидов.

Столь высокие цифры получаются даже и в том случае, если бы в энергетическом отношении не было различий между двойником и совершенно незакономерным сростком. Вполне очевидно, что это не соответствует действительности, поскольку двойниковое расположение двух индивидов должно характеризоваться минимумом потенциальной энергии блок-кристалла. Поэтому процент двойнико-

вых расположений, считая по отношению к общему числу случаев всех ориентированных соприкосновений двух индивидов, должен быть намного выше, достигая уже десятков процентов. Причиной этого нужно считать неизбежное взаимное подтягивание кристаллов к двойниковому взаиморасположению посредством дополнительных движений и поворотов, когда при случайном сближении их взаиморасположение становится довольно близким к двойниковому. Вместе с тем намного повышается также и вероятность возникновения кристаллографических двойников по сравнению с двойниками геометрическими.

Из сказанного вытекает, что кристаллографическим двойником, т. е. сростком, характеризующимся минимальным значением потенциальной энергии, нужно считать только такое сочетание двух индивидов, частота которого в природе намного выше вероятности геометрического двойника. Следовательно, мы не имеем права говорить о наличии двойникового закона тогда, когда некоторый данный вид ориентированного срастания наблюдается лишь в единичных случаях. Этот вывод очень важен, так как, будучи использован в минералогической практике, не только позволяет, но даже заставляет исключить ряд двойниковых законов, введенных в науку без всякого к тому основания, поскольку реальная частота их появления не превышает степени вероятности случайного ориентированного сочетания двух индивидов.

Четвертое направление применения теории поворотов может служить для определения степени устойчивости тех или иных структур горных пород и относительного уровня их потенциальной энергии. Рассмотрим для примера несколько горных пород: роговообманковый кристаллический сланец, слюдястый или хлоритовый сланец, изверженную породу с трахитовой или трахитоидной структурой основной массы, и, наконец, породу с гранитовой структурой и аркозовый песчаник.

В роговообманковом кристаллическом сланце кристаллы роговой обманки расположены их удлинением обычно более или менее параллельно друг другу, т. е. третья ось всех кристаллов расположена, в общем, в одном направлении. Поскольку третья ось у роговой обманки перпендикулярна к оси симметрии, постольку направление волокнистости такой горной породы является в ней вместе с тем и генеральной осью поворотов. Следствием этого должно быть то, что в роговообманковом сланце все кристаллы роговой обманки находятся в положении двойниковом, причем значительная часть этих двойников принадлежит к категории кристаллографических, а не только геометрических. Иначе говоря, роговообманковый кристаллический сланец можно рассматривать в структурном отношении как гигантский двойниковый блок-кристалл с неограниченно большим числом двойниковых осей, расположенных в плоскости, перпендикулярной к направлению волокнистости горной породы.

Слюдистые и хлоритовые сланцы характеризуются, как известно, более или менее параллельным расположением плоскости спайности чешуек и листочков этих минералов. В связи с этим здесь нормаль к плоскости сланцеватости перпендикулярна к оси симметрии всех кристаллов, лежащей в плоскости спайности. Поэтому такая нормаль в слудистых и хлоритовых сланцах всегда играет роль генеральной оси поворотов для всех кристаллов слюд, хлоритов и т. п. минералов, входящих в состав породы. Следовательно, и этого рода кристаллические сланцы нужно рассматривать как гиянтские двойниковые блок-кристаллы, в которых неограниченно большое число двойниковых осей расположено в плоскости сланцеватости. При этом и здесь большинство двойников принадлежит, повидимому, к числу кристаллографических.

В изверженных породах, обладающих трахитовой или трахитоидной структурой основной массы, мы имеем подобие роговообманкового сланца, так как в них направление струйчатости в основной массе обусловлено тем, что кристаллы (лейсты и микролиты) полевых шпатов, удлиненные по первой кристаллографической оси, располагаются своим удлинением параллельно друг другу. Поскольку у полевых шпатов перпендикулярно к первой оси расположена ось симметрии (у моноклиновых — это — ось симметрии самого кристалла, а у триклинных — двойниковая ось альбитового или периклинового двойника), поскольку общее направление удлинения микролитов и лейст также представляет генеральную ось поворотов. В связи с этим в такого рода породах более или менее значительные их участки можно с полным правом рассматривать как крупные двойниковые блок-образования с неограниченно большим числом двойниковых осей, лежащих в плоскости, перпендикулярной к направлению струйчатости в основной массе.

Наконец, горные породы с гранитовой структурой, и тем более со структурой кластической, как, например, аркозовые песчаники, характеризуются, в противоположность рассмотренным выше, отсутствием какой бы то ни было преобладающей ориентировки в расположении слагающих минералов. Поэтому такие породы не содержат признаков блок-двойниковой структуры.

Наши исследования комплексных двойников показывают, что образование двойника должно сопровождаться понижением потенциальной энергии блока. Поэтому необходимо сделать вывод, что в таких горных породах, как роговообманковые, слудистые, хлоритовые и т. п. кристаллические сланцы и гнейсы, обладающие ориентированным расположением главных компонентов, общий уровень потенциальной энергии всей минеральной системы должен быть наиболее низким, во всяком случае несравненно более низким, чем, например, в песчаниках или в гранитоидных породах.

Промежуточное положение между этими двумя крайними группами должны занимать, повидимому, изверженные породы со струк-

Известия V, № 4—3

турой, ориентированной по тому или иному типу. Основываясь же на относительной величине потенциальной энергии, можно сделать очень важные выводы о происхождении некоторых горных пород. В частности, это может иметь большое значение для решения проблемы происхождения гранитов.

Наконец, пятое направление применения теории поворотов, в сочетании с триадной теорией двойников, открывает пути к экспериментальному исследованию процесса образования двойников, что до сих пор было почти совсем невозможным. Для этого можно устроить систему из нескольких, подобранных в том или ином сочетании, электромагнитных, электростатических или иных энергетических полей, чтобы каждая такая система отображала отдельный кристалл. Монтируя несколько таких систем на карданных подвесах, обеспечивающих каждой системе полную свободу поворотов, и меняя расстояния между ними и напряженность энергетических полей, можно найти для изучаемых систем наиболее устойчивые их взаиморасположения. Таковые окажутся, надо полагать, подобными двойниковым сочетаниям этих энергетических систем.

Институт геологических наук
АН Армянской ССР

Поступило 26 IX 1952

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Варданянц Л. А. О ложных двойниках андалузита. Известия АН Армянской ССР (физ.-мат., естеств. и техн. науки), т. 1, № 1, 1948.
2. Варданянц Л. А. Триадная теория двойниковых образований минералов. Изд. АН Армянской ССР, 1950.
3. Варданянц Л. А. Триадный метод исследования двойников плагиоклаза. Изд. АН Армянской ССР, 1951.
4. Варданянц Л. А. Комплексные двойники плагиоклаза. Изд. АН Армянской ССР, 1952.
5. Ицксон М. И. Двойник андалузита из контактово-метасоматических пород ледника Сонгугидон (Северный Кавказ). Известия АН СССР, серия геологическая, № 2, 1940.
6. Леммлейн Г. Г. О закономерных сростаниях порфиновых кварцев на грани (1011). Труды Лаборатории кристаллографии АН СССР, вып. 2, 1940.
7. Шаскольская М. и Шубников А. В. Об искусственном получении закономерных сростков кристаллов алюмо-калиевых квасцов. Труды Ломоносовского института АН СССР, вып. 3, 1933.
8. Friedel G. Sur un nouveau type de macle: Bull. de la Soc. Franç. de Minér., t. 56, 1933.
9. Goldschmidt V. Über Heterozwillinge und einaxige Verwachsungen. Zeitschr. f. Kryst. und Min., Bd. 43, 1907.
10. Zyn del F. Über Quarzzwillinge mit nichtparallelen Hauptaxen, Zeitschr. f. Kryst. und Min., Bd. 53, 1914.

Լ. Ա. Վարդանյանց

ԿՐԿՆԱԿՆԵՐԻ ՄԵՋ ԲՅՈՒՐԵՂԻ ՇՐՋԱԳԱՐՁԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա. Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Ըստ տարածված և ընդունված տեսական պատկերացումների, կրկնաբյուրեղի երկրորդ անհատը կարելի է ստանալ առաջինից երկու ձևով՝ կամ պտտելով նրան կրկնաբյուրեղային առանցքի շուրջը մինչև 180° , կամ թէ անդրադարձումով՝ կրկնաբյուրեղային հարթություն մեջ: Դրան հակառակ հոգւածում ապացուցվում է, որ կրկնակի երկրորդ անհատը կարելի է ստանալ նաև պտտելով բյուրեղը այլ վեկտորների շուրջը: Ընդ որում չրջադարձի անկյունը տարբերվում է 180° -ից: Բացի դրանից հոգւածում ցույց են տված այն օրինաչափությունները, որոնք առաջանում են բյուրեղի այդ տեսակ պտույտի կապակցությամբ և հետևանքով:

Շրջադարձի տեսությունը նշանակություն ունի՝

1. Կրկնաբյուրեղային առանցքի կողովինատային անկյունների անհաստատուն լինելու պատճառները հասկանալու համար, 2. պատրաստ բյուրեղների ստիպողական կերպով առաջացող միակցումների օրինաչափությունները բացատրելու համար, 3. տարրեր տխլի միակցումների հավանականության աստիճանը որոշելու համար, 4. լուծնային ուղարների ստրուկտուրայի կայունություն աստիճանը և այդ կապակցությամբ, ծագումը ուսումնասիրելու համար, 5. կրկնաբյուրեղացման պրոցեսի էքսպերիմենտալ հետազոտությանը սկիզբ դնելու համար: