

Н. А. Картвелишвили

О гидравлическом ударе и колебаниях жидких масс в напорных сооружениях гидроэлектрических станций¹

В теории переходных режимов гидроэлектрических станций принято различать две формы неустановившегося движения жидкости в напорных сооружениях: гидравлический удар и колебания жидких масс.

Под гидравлическим ударом понимают те быстрые и резкие изменения давлений и скоростей течения в напорных сооружениях, которые имеют место в процессе закрытия или открытия регулирующих органов турбин при сбросах или набросах нагрузки и в течение некоторого ближайшего последующего времени.

Колебания же уровня воды в уравнивательных резервуарах, совершающиеся сравнительно медленно, и столь же медленные колебания скоростей течения в напорных деривационных сооружениях, имеющие место теоретически неограниченное, а практически—довольно долгое время после окончания процесса закрытия или открытия регулирующих органов турбин, принято называть колебаниями жидких масс.

На первый взгляд физическая природа этих двух явлений представляется совершенно различной. Эта точка зрения, высказывавшаяся известными иностранными специалистами [3, 5], твердо укоренилась в гидравлике. Только в 1938 году, после того, как М. А. Мостков [2] дал графическое решение задачи о колебаниях масс, исходя из уравнений гидравлического удара, ее ошибочность стала очевидной. В данной работе мы рассмотрим гидравлический удар и колебания масс с более общей точки зрения, не связывая вопрос с тем или иным техническим приемом решения этих задач.

Уравнения одномерного неустановившегося движения в трубе круглого сечения в самом общем виде могут быть написаны так [1]:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(y + \frac{v^2}{2g} \right) = - \frac{1}{g\omega} \frac{\partial Q}{\partial t} - i, \quad (1)$$

¹ В данной работе мы имеем в виду напорные сооружения гидроэлектрических станций, однако почти все сказанное ниже о неустановившемся движении в этих сооружениях относится и ко всяким напорным гидравлическим системам вообще, в частности к водопроводным системам.

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = \frac{g\omega}{a^2} \frac{\partial y}{\partial t}. \quad (2)$$

Здесь: y — пьезометрический напор,
 ω — площадь живого сечения трубы,
 Q — расход жидкости,
 v — скорость течения,
 s — координата, отмеряемая по оси трубы,
 t — время,
 g — ускорение силы тяжести,
 i — гидравлический уклон,
 a — скорость распространения волн удара.

Уравнения (1) и (2) охватывают все факторы, влияющие на неустановившееся движение. Если граничные и начальные условия составить в столь же общем виде и выполнить интегрирование уравнений (1) и (2) при этих условиях, то получится общее решение задачи, пригодное для любого момента времени, т. е. охватывающее как явления, называемые гидравлическим ударом, так и явления, известные под названием колебаний масс. Принципиальная возможность такого подхода к вопросу непосредственно свидетельствует о единой природе рассматриваемых явлений. Однако этот подход сложен и практически не целесообразен.

Рассмотрим возможные упрощения постановки задачи.

Представим уравнение (2) в виде:

$$\frac{\partial Q}{\partial s} = - \frac{g\omega}{a} \cdot \left(\frac{1}{a} \frac{\partial y}{\partial t} \right). \quad (3)$$

При быстро протекающих процессах, каким является гидравлический удар, скорость изменения напора $\frac{\partial y}{\partial t}$ значительна и ощутима по сравнению со скоростью распространения ударных волн a , составляющей кругло 1000 м/с. В этом случае величина $\frac{\partial Q}{\partial s}$ отличается от нуля, т. е. расход в различных сечениях трубы не одинаков. Это значит, что в трубе происходит некоторая аккумуляция жидкости за счет сжатия последней и расширения стенок трубы. Вместе с тем, гидравлический удар характеризуется не только большой скоростью изменения величины y , но и большими абсолютными значениями этого изменения, по сравнению с которыми изменение скоростного напора $\frac{v^2}{2g}$ весьма мало, и им можно пренебречь. Пренебрегая далее и влиянием сил трения, которые в подавляющем большинстве гидроэлектрических установок слабо влияют на гидравлический удар, отбросим в уравнении (1) и величину i . Уравнение (1) и (2) имеют в этом случае известное общее решение (для трубы постоянного сечения):

$$y - y_0 = F \left(t - \frac{s}{a} \right) + f \left(t + \frac{s}{a} \right), \quad (4)$$

$$v - v_0 = - \frac{g}{a} \left[F \left(t - \frac{s}{a} \right) - f \left(t + \frac{s}{a} \right) \right], \quad (5)$$

где F и f — произвольные функции, а y_0 и v_0 — значения y и v до нарушения установившегося режима.

Исключая из уравнений (4) и (5) произвольные функции, можно получить так называемые сопряженные уравнения гидравлического удара [2], складывая которые будем иметь:

$$y_t^M + y_{t-\mu}^M - 2y_{t-\frac{\mu}{2}}^N = - \frac{a}{g} \left(v_t^M - v_{t-\mu}^M \right), \quad (6)$$

где верхние индексы обозначают те сечения, а нижние — те моменты времени, к которым относятся значения переменных, и, кроме того, $\mu = 2 \frac{s^M - s^N}{a}$ есть так называемая фаза гидравлического удара.

Уравнения (4) и (5) или уравнение (6) обычно и служат для исследования гидравлического удара.

При медленно протекающих процессах колебания масс скорость изменения напора $\frac{\partial y}{\partial t}$ мала по сравнению со скоростью ударных волн a , и потому, на основании уравнения (3), можно считать, что $\frac{\partial Q}{\partial s} = 0$, как было бы, если бы скорость распространения ударных волн была бесконечно велика. Равенство $\frac{\partial Q}{\partial s} = 0$ означает, что в каждый данный момент времени расход одинаков во всех сечениях трубы, т. е. что аккумуляции жидкости в трубе не происходит, и явление протекает так, как если бы жидкость была несжимаема, а стенки трубопровода абсолютно жестки. При $\frac{\partial Q}{\partial s} = 0$ в уравнении (1) вместо $\frac{\partial Q}{\partial t}$ можно написать $\frac{dQ}{dt}$. Интегрируя его по s , получим

$$\left(y^M + \frac{v^{M^2}}{2g} \right) - \left(y^N + \frac{v^{N^2}}{2g} \right) + \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \int_N^M \frac{ds}{\omega} + h_{MN} = 0, \quad (7)$$

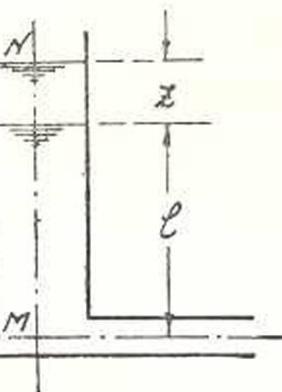
где h_{MN} — потеря энергии от сечения N до сечения M . Это уравнение, называемое обычно общим уравнением одномерного неустановившегося движения жидкости, и применяется в исследовании колебаний масс.

Заметим, что если в уравнении (7) отбросить скоростные напоры и считать трубу цилиндрической ($\omega = \text{const}$), то это дифферен-

циальное уравнение оказывается частным случаем конечно-разностного уравнения (6), соответствующим значению $a \rightarrow \infty$.

Искусственное расчленение задачи о неустановившемся режиме на задачу о гидравлическом ударе и задачу о колебаниях масс, которое принципиально совсем не является необходимым, оправдывается тем, что серьезно упрощает математическую сторону исследования: гораздо проще исследовать гидравлический удар с помощью уравнений (4) и (5), или вытекающего из них уравнения (6), а колебания масс—с помощью уравнения (7), чем исходить из общей постановки вопроса и интегрировать уравнения (1) и (2). Однако дело не ограничивается только упрощением уравнений: серьезные упрощения исследования достигаются также за счет упрощения начальных и граничных условий.

Рассмотрим уравнительный резервуар простейшей цилиндрической формы (фиг. 1). Обозначим через l разность отметки уровня воды в резервуаре при установившемся режиме и отметки оси деривации, а через $z = z(t)$ —подъем уровня воды в резервуаре в некоторый момент t неустановившегося режима над первоначальным (установившемся) уровнем. Расстояние s будем отсчитывать вверх от точки M пересечения осей деривации и резервуара. Тогда на свободной поверхности будем иметь:



Фиг. 1

$$s = l + z, \quad v^N = \frac{dz}{dt}.$$

* Скорость v_0 для любого сечения уравнительного резервуара равна нулю. На основании уравнения (5) напишем:

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{g}{a} \left[F \left(t - \frac{l+z}{a} \right) - f \left(t + \frac{l+z}{a} \right) \right]. \quad (8)$$

Далее, так как на свободной поверхности уравнительного резервуара давление всегда постоянно и равно атмосферному, то изменение пьезометрического напора на этой поверхности $y - y_0$ всегда равно нулю; значит, на основании уравнения (4), имеем:

$$F \left(t - \frac{l+z}{a} \right) + f \left(t + \frac{l+z}{a} \right) = 0. \quad (9)$$

Из уравнений (8) и (9):

$$F \left(t - \frac{l+z}{a} \right) = -\frac{a}{2g} \frac{dz}{dt}, \quad f \left(t + \frac{l+z}{a} \right) = \frac{a}{2g} \frac{dz}{dt}. \quad (10)$$

Считая поперечные размеры деривации и уравнительного резервуара малыми по сравнению с длиной l , как это обычно и прини-

мазается, можем написать для ближайшего к точке М сечения уравнительного резервуара, на основании уравнений (4) и (5):

$$y^M - y_0^M = F(t) + f(t),$$

$$v^M = -\frac{g}{a} [F(t) - f(t)].$$

Подставляя сюда значения $F(t)$ и $f(t)$ из выражений (10), получим:

$$y^M - y_0^M = -\frac{a}{2g} \frac{d}{dt} \left\{ z \left[t - \frac{l+z(t)}{a} \right] - z \left[t + \frac{l+z(t)}{a} \right] \right\}, \quad (11)$$

$$v^M = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left\{ z \left[t - \frac{l+z(t)}{a} \right] + z \left[t + \frac{l+z(t)}{a} \right] \right\}. \quad (12)$$

Из этих уравнений движения в уравнительном резервуаре мы должны были бы исходить в том случае, если бы хотели, пренебрегая силами трения и изменениями скоростных напоров, получить общее решение задачи о гидравлическом ударе и колебаниях масс. Уравнения (11) и (12) являются весьма сложными функциональными уравнениями, и поэтому их использование для описания неустановившегося движения создает серьезные математические затруднения. Но при исследовании гидравлического удара пренебрегают изменениями уровня воды в уравнительном резервуаре, считая, что за то короткое время, в течение которого гидравлический удар достигает максимума, уровень воды в резервуаре не успевает сколько-нибудь заметно переместиться. Это значит, что в (11) и (12) величина $z(t)$ пренебрежимо мала по сравнению с l . Пренебрегая ею, получим*

$$y_t^M - y_0 = -\frac{a}{2g} \left(v_{t-\frac{\mu}{2}}^N - v_{t+\frac{\mu}{2}}^N \right), \quad ** \quad v_t^M = \frac{1}{2} \left(v_{t-\frac{\mu}{2}}^N + v_{t+\frac{\mu}{2}}^N \right),$$

где $\mu = \frac{2l}{a}$. Отсюда

$$v_{t-\frac{\mu}{2}}^N = v_t^M - \frac{g}{a} (y_t^M - y_0), \quad (13)$$

$$v_{t+\frac{\mu}{2}}^N = v_t^M + \frac{g}{a} (y_t^M - y_0). \quad (14)$$

Определяя значение v_t^N из выражений (13) и (14) и приравняв их друг другу, получим:

$$y_{t-\frac{\mu}{2}}^M + y_{t+\frac{\mu}{2}}^M - 2y_0 = -\frac{a}{g} \left(v_{t+\frac{\mu}{2}}^N - v_{t-\frac{\mu}{2}}^N \right),$$

* Заметим, что из малости z отнюдь не следует малость $\frac{dz}{dt}$.

** Очевидно, что если силы трения и скоростные напоры не учитываются то величина y_0 одинакова для всех сечений напорной системы, если пьезометрические напоры отсчитывать от одного общего для всех сечений уровня. Поэтому индекс и при y_0 можно опустить.

или:

$$y_1^M + y_{1-\mu}^M - 2y_0 = -\frac{a}{g} (v_1^M - v_{1-\mu}^M). \quad (15)$$

Этим уравнением и выражают неустановившийся режим в уравнительном резервуаре при исследовании гидравлического удара. Как видим, оно значительно проще уравнений (11) и (12). Однако уравнение (15) обычно проще получают непосредственно из уравнения (6), принимая в нем $y_{1-\frac{\mu}{2}}^N = y_0$.

Допущение о пренебрежимой малости перемещения уровня воды в уравнительном резервуаре, сильно упрощающее исследование гидравлического удара, конечно, совершенно не приемлемо для исследования колебаний масс даже в качестве самого грубого приближения. Но в этом исследовании принимаются иные упрощения, относящиеся к начальным условиям. Исходя из того, что процесс регулирования турбин совершается за весьма короткое, по сравнению с периодами колебаний уровня воды в резервуаре, время и что резкие колебания скоростей и давлений в трубопроводе быстро затухают, в исследовании колебаний масс принимают, что при изменении нагрузки расход воды в трубопроводах станции изменяется не в течение какого-то конечного времени, а мгновенно, от значения, соответствующего первоначальному установившемуся режиму, до значения, соответствующего изменившейся нагрузке, а скорости течения и пьезометрические напоры во всех сечениях деривации и уравнительного резервуара в момент этого изменения имеют значения, соответствующие первоначальному установившемуся режиму.

Помимо этого, в исследовании колебаний масс принимают еще и другие допущения, а именно:

1) пренебрегают инерцией массы воды, заключенной в резервуаре, потерями напора в нем (если, конечно, резервуар не имеет специальных сопротивлений для гашения колебаний) и скоростным напором, т. е. применяя уравнение (7) к движению воды в резервуаре, отбрасывают в нем члены

$$\frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \int_N^M \frac{ds}{\omega}, \quad h_{NM}, \quad \frac{v^N}{2g} \quad \text{и} \quad \frac{v^M}{2g},$$

иначе говоря, полагают $y^M = y^N$;

2) при определении амплитуд колебаний уровня воды в резервуаре (но не в вопросах устойчивости) обычно пренебрегают влиянием колебаний уровня на расход турбин, т. е. полагают, что расход турбин, изменившись мгновенно при изменении нагрузки, остается далее постоянным.

Таким образом, необходимо прийти к выводу, что если и есть различие между гидравлическим ударом и колебаниями масс, то

отножью не качественное, а количественное: те факторы, которые сильно влияют на неустановившийся режим в его начальные моменты (гидравлический удар), как, например, упругость воды и стенок напорных сооружений, в последующем (колебания масс) сказываются значительно слабее, уступая место другим факторам, влияние которых, слабое вначале, заметно сказывается в дальнейшем.

Подробно рассмотренное выше расчленение задачи о неустановившемся режиме на гидравлический удар и колебания масс целесообразно с практической точки зрения, так как вносит существенные упрощения в исследование неустановившихся режимов, в окончательные расчетные методы и формулы, а стало быть, и в производство расчетов. Принципиально же возможное интегрирование общих уравнений (1) и (2) при общих начальных и граничных условиях, дающее сразу полную картину всего неустановившегося режима, но связанное с исключительными математическими и расчетными трудностями, не оправдывается теми незначительными уточнениями в расчетах, которое оно может дать.

Различие в допущениях, принимаемых в теории гидравлического удара и в теории колебаний масс, вносит очень существенные различия и в математические методы исследования. Это видно уже из одного того, что гидравлический удар может быть выражен (при малом влиянии сил трения) линейным конечно-разностным уравнением (6), а колебания масс выражаются нелинейными (из-за наличия членов $\frac{v^2}{2g}$ и нелинейной зависимости потерь напора h от скорости v) обыкновенным дифференциальным уравнением (7). Эти различия в допущениях и в математических методах и породили, по-видимому, ошибочное представление о различии природы явлений гидравлического удара и колебаний масс.

Опыты над колебаниями масс показывают, что теоретические расчеты дают преувеличенные (до 10—15%) значения амплитуд колебаний уровня воды в уравнительных резервуарах. В лабораторных условиях это обстоятельство было выявлено опытами В. А. Орлова для резервуаров с сопротивлениями и Эсканда [4] для цилиндрических и конических резервуаров, а в условиях природы — некоторыми опытами ТНИСГЭИ. Для объяснения причин этого расхождения попытаемся выяснить погрешности, вносимые каждым из приближенных допущений теории колебаний масс в отдельности. При этом мы будем пока считать, что гидравлические сопротивления в системе отсутствуют.

Рассмотрим колебания уровня воды в резервуаре, учитывая упругость воды и стенок деривации, т. е. применяя к движению в деривации не уравнение (7), как это обычно делается, а уравнение (6), впервые использованное для этой цели Мостковым [2]. При этом мы не будем учитывать инерцию и упругость жидкой массы, заключенной в самом резервуаре, т. е. будем считать, что давление в

конце деривации вполне определяется высотой столба воды в уравнительном резервуаре. Учитывая, что у входа в деривацию (сечение N) давление всегда постоянно, т. е. что $y^N = y_0 = \text{const}$, напишем, на основании уравнения (6):

$$z_{t-\mu} + z_t = \frac{a}{g} (v_{t-\mu} - v_t), \quad (16)$$

где v — скорость течения в конце деривации,
 μ — фаза удара в деривации.

В силу условия неразрывности

$$Q = v\omega = \Omega \frac{dz}{dt} + Q^*, \quad (17)$$

где ω — площадь сечения деривации, Ω — площадь зеркала воды в резервуаре, Q^* — расход воды в начале трубопровода.

Из уравнений (16) и (17) легко получить:

$$z_{t-\mu} + z_t = \frac{a}{g\omega} \left[Q_{t-\mu}^* - Q_t^* + \Omega \frac{d}{dt} (z_{t-\mu} - z_t) \right]. \quad (18)$$

Считая, что в момент $t=0$ расход Q^* мгновенно изменяется от $Q^* = Q_1^*$ до $Q^* = Q_2^*$ и далее остается постоянным, будем иметь:

$$Q_{t-\mu}^* - Q_t^* = \Delta Q [1 - \sigma(t - \mu)], \quad (19)$$

где $\Delta Q = Q_1^* - Q_2^*$, а σ — широко применяемая в операторном исчислении единичная функция. Учитывая выражение (19), придадим уравнению (18) такой вид:

$$x_{\tau-1} + x_\tau = 1 - \sigma(\tau - 1) + \frac{\alpha}{2} \frac{d}{d\tau} (x_{\tau-1} - x_\tau), \quad (20)$$

где $x = \frac{z}{j}$, $\tau = \frac{t}{\mu}$, $j = \frac{a\Delta Q}{g\omega}$, $\alpha = \frac{a^2\Omega}{gL\omega}$.

Полагая $F(p) \rightarrow x_\tau$, из (20) найдем:

$$F(p) = \frac{e^p - 1}{e^p + 1 + \frac{\alpha}{2} p (e^p - 1)} \quad (21)$$

и, следовательно,

$$x_\tau = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{F_1(p_k)}{p_k F_2'(p_k)} e^{p_k \tau}, \quad (22)$$

где $F_1(p) = e^p - 1$, $F_2(p) = e^p + 1 + \frac{\alpha}{2} p(e^p - 1)$,

а p_k — корни уравнения $F_z(p) = 0$, которое приводится к виду:

$$\alpha \frac{p}{2} = -\operatorname{cth} \frac{p}{2}.$$

Нетрудно убедиться в том, что это уравнение может иметь только чисто мнимые корни, поэтому, полагая $p = 2iy$, где y — вещественное число, приведем его к виду:

$$\alpha y = \operatorname{ctgy}. \quad (23)$$

Это уравнение легко решается графически. Обозначим его корни через y_k ($k = 1, 2, \dots$). Теперь формулу (22) можно привести к окончательному виду:

$$z = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin y_k \tau}{y_k (1 + \alpha + \alpha^2 y_k^2)}. \quad (24)$$

Сложность этого выражения в сравнении с известным решением для случая, когда упругость воды и стенок деривации не учитывается,

$$z = \Delta Q \sqrt{\frac{L}{g\omega\Omega}} \sin \sqrt{\frac{g\omega}{L\Omega}} t, \quad (25)$$

показывает, насколько нецелесообразно учитывать в расчетах уравнительных резервуаров фактор упругости, если без учета точность решения получается практически приемлемой. Но именно в силу своей сложности формула (24) мало пригодна для оценки этой точности, и поэтому мы пойдем по другому пути.

Рассмотрим так называемый идеальный двухкамерный резервуар, в котором весь объем каждой из камер сосредоточен на одной отметке, а соединение камер осуществлено шахтой нулевого сечения (фиг. 2). Уравнение неразрывности (17) для установки с такой камерой напишется так:

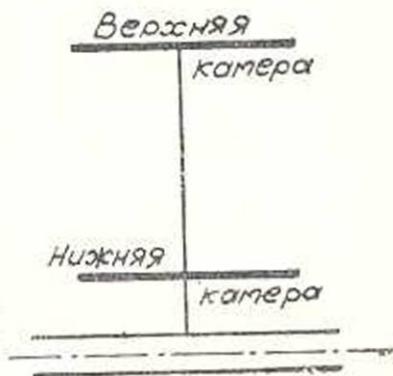
$$Q = v\omega = \frac{dW}{dt} + Q^*, \quad (26)$$

где W — объем воды, поступающей в уравнительный резервуар (или изливающийся из резервуара, когда $W < 0$). На основании уравнения (7), для деривации постоянного сечения, при отсутствии сил трения, имеем:

$$z + \frac{L}{g\omega} \frac{dQ}{dt} = 0, \quad (27)$$

где L — длина деривации. Из (26) и (27) совершенно элементарным путем получается формула для объема воды, изливающейся в камеру:

$$W = \frac{L\Delta Q^*}{2g\omega z_m}, \quad (28)$$



Фиг. 2.

где z_m — разность отметки уровня расположения камеры и отметки первоначального уровня воды в резервуаре.

Решим теперь задачу об идеальном резервуаре, выражая неустановившееся движение в деривации уравнением (6), которое представим в виде:

$$x_{t-1} + x_t = u_{t-1} - u_t, \quad (29)$$

$$\text{где } x = \frac{z}{j}, \quad \tau = \frac{1}{\mu}, \quad u = \frac{v^m}{v_0} = \frac{Q}{Q_0}, \quad \mu = \frac{2l}{a}, \quad y = \frac{av_0}{g},$$

а v_0 и Q_0 — скорость и расход в деривации при полной нагрузке турбин. Очевидно, что для первой фазы, т. е. при $\tau < 1$, имеем:

$$x_{t-1} = 0, \quad u_{t-1} = \text{const} = \Pi_1 = \frac{Q_1^*}{Q_0}, \quad \text{а для последующих фаз: } x_{t-1} = x_t =$$

$$\frac{z_m}{j} = x_m. \quad \text{Учитывая это и полагая } \tau = c + k, \quad \text{где } c = \text{const} < 1,$$

а k — целое число или нуль, напишем на основании (29):

$$\begin{aligned} \Pi_1 - u_c &= x_m \\ u_c - u_{c+1} &= 2x_m \\ u_{c+1} - u_{c+2} &= 2x_m \\ &\dots \dots \dots \\ u_{c+k-2} - u_{c+k-1} &= 2x_m. \end{aligned}$$

Суммируя эти уравнения, получим:

$$u_{c+k-1} = \Pi_1 - (2k-1)x_m.$$

Отсюда видно, что расход в деривации в течение каждой фазы остается постоянным и меняется скачками от фазы к фазе. Расход воды, изливающийся в резервуар (при сбросе нагрузки) или из резервуара (при набросе) будет равен:

$$\frac{dW}{dt} = Q - Q_2^* = Q_0 (u_{c+k-1} - \Pi_2) = Q_0 [\Pi_1 - \Pi_2 - (2k-1)x_m], \quad (30)$$

где $\Pi_2 = \frac{Q_2^*}{Q_0}$. Очевидно, что наполнение (сброс) или опорожнение (наброс) резервуара будет происходить до тех пор, пока правая часть выражения (30) не пройдет через нуль, т. е. до k_m -ой фазы включительно, где

$$k_m = E \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\Pi_1 - \Pi_2}{x_m} \right) \right], \quad (31)$$

а символом $E(y)$ обозначена, как обычно, целая часть числа y . Объем воды, изливающийся в резервуар в течение k -ой фазы, равен:

$$\Delta W_k = [\Pi_1 - \Pi_2 - (2k-1)x_m] Q_0 \mu. \quad (32)$$

Полный же объем, изливающийся за все время наполнения или опорожнения резервуара, определится суммированием выражений (32), написанных для $k = 1, 2 \dots k_m$, т. е. будет равен:

$$W = [(P_1 - P_2) k_m - k_m^2 x_m] Q_0 \mu. \quad (33)$$

Обращаясь к случаю полного сброса ($P_1 = 1, P_2 = 0$) или полного наброса ($P_1 = 0, P_2 = 1$) нагрузки и рассматривая абсолютные значения x_m и W , из (31) и (33) получим:

$$W = \left\{ E \left(\frac{1+x_m}{2x_m} \right) - x_m \left[E \left(\frac{1+x_m}{2x_m} \right) \right]^2 \right\} Q_0 \mu. \quad (34)$$

Из этой формулы видно, что $W = 0$ при $x_m > 1$, т. е. когда отметка камеры z_m превышает ординату прямого удара. При $x_m < 1$ объем W растет с уменьшением x_m , без скачков, но с разрывами производной при нечетных значениях $\frac{1}{x_m}$, для которых формула (34) дает:

$$W = \frac{1-x_m^2}{4x_m} Q_0 \mu. \quad (35)$$

Сравнительными подсчетами легко убедиться, что приняв эту формулу не только для нечетных, но и для любых значений $\frac{1}{x_m}$ мы не сделаем практически никакой ошибки. Поэтому мы будем ею пользоваться при всех $x_m < 1$.

Формулу (28) в рассматриваемом случае можно представить в виде:

$$W = \frac{Q_0 \mu}{4x_m}. \quad (36)$$

Из (35) и (36) получаем следующее выражение для отношения ψ объемов камер, вычисленных с учетом и без учета эффекта упругости:

$$\psi = 1 - x_m^2$$

и выражение погрешности, вносимой игнорированием фактором упругости:

$$\delta = 1 - \psi = x_m^2 = 100 x_m^2 \%. \quad (37)$$

Так как на практике величина x_m обычно редко превышает 0,1, то погрешность δ обычно составляет не более 1%.

Идеальный уравнительный резервуар характеризуется наибольшей скоростью подъема или падения уровня. Во всех других типах резервуаров эта скорость будет меньше, следовательно, в соответствии с изложенным выше, в других типах эффект упругости будет сказываться в меньшей степени. Поэтому полученную нами величину

погрешности расчета уравнительного резервуара от пренебрежения эффектом упругости следует считать наибольшей возможной.

Рассмотрим теперь влияние на колебания масс инерции жидкой массы, заключенной в уравнительном резервуаре, и конечного времени регулирования турбин. При этом мы не будем учитывать фактора упругости, т. е. будем исходить из уравнения (7) и будем, как и прежде, пренебрегать потерями напора и скоростным напором. Применяя уравнение (7) к деривации и к уравнительному резервуару, напишем:

$$y^M - y_0 + \frac{L}{g\omega} \frac{dQ}{dt} = 0, \quad (38)$$

$$y^N - y^M + \frac{L+z}{g\Omega} \frac{dQ'}{dt} = 0, \quad (39)$$

где y^N — отметка свободной поверхности в резервуаре, а $Q' = \Omega \frac{dz}{dt}$ — расход воды в резервуаре. Имея в виду, что в рассматриваемом случае постепенного изменения расхода турбин производная $\frac{dQ^*}{dt}$, вообще говоря, не равна нулю, учитывая, что $y^N - y^M = (y^N - y_0) - (y^M - y_0) = z - (y^M - y_0)$ и используя уравнение (17), из (38) и (39) получим:

$$z + \frac{L\Omega}{g\omega} \left(1 + \frac{\omega}{\Omega} \frac{L+z}{L} \right) \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{L}{g\omega} \frac{dQ^*}{dt} = 0, \quad (40)$$

Чтобы не иметь дела с трудноразрешимым нелинейным уравнением, заменим в этом уравнении переменную величину $L+z$ постоянной L_0 , где под L_0 нужно подразумевать некоторую среднюю высоту столба воды в уравнительном резервуаре. Мы, однако, будем подразумевать под L_0 не среднюю, а максимальную высоту столба воды, что приведет к заведомому преувеличению влияния инерции жидкой массы резервуара. Положим далее

$$\Omega' = \Omega \left(1 + \frac{\omega}{\Omega} \cdot \frac{L_0}{L} \right), \quad (41)$$

после чего (40) перенишется так:

$$z + \frac{L\Omega'}{g\omega} \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{L}{g\omega} \frac{dQ^*}{dt} = 0, \quad (42)$$

Отсюда видно, что весь эффект от учета сил инерции жидкой массы резервуара сводится к эффекту от увеличения площади зеркала воды в резервуаре от величины Ω до величины Ω' . Даже если принять $\omega = \Omega$, то, как видно из (41), разница между величинами Ω и Ω' во всех практически интересных случаях будет измеряться долями процента. Погрешность в определении амплитуд колебаний уровня без учета инерции жидкой массы в резервуаре будет такого же порядка.

Для оценки влияния конечного времени регулирования будем считать, что величина Q^* при сбросе или набросе нагрузки изменяется в течение времени T_s линейно от некоторого значения Q_1^* до Q_2^* и далее остается постоянной. Решение уравнения (42) для этого случая имеется в работе [3]. Результат решения сводится к тому, что амплитуда z_m колебания уровня при постепенном изменении расхода турбин от Q_1^* до Q_2^* к амплитуде z_0 колебания при мгновенном изменении расхода определяется формулой:

$$\frac{z_m}{z_0} = \frac{\sin \pi \frac{T_s}{T}}{\pi \frac{T_s}{T}}, \quad (43)$$

где $T = 2\pi \sqrt{\frac{LQ}{g\omega}}$

есть период колебания уровня воды в резервуаре. Формула (43) показывает, что даже при очень большом значении $\frac{T_s}{T} = 0,1$ (а столь большие значения этого отношения на практике не встречаются) погрешность от игнорирования величиной времени регулирования не превышает 1,6%.

Все изложенное приводит к двум следующим выводам. Во-первых, в расчетах колебаний масс вполне допустимо и целесообразно пренебрегать фактором упругости, инерцией жидкой массы в уравнительном резервуаре и временем регулирования турбин. Во-вторых, погрешности, вносимые в расчет этими факторами, значительно меньше расхождений между теорией и опытами и не объясняют этого расхождения.

Поэтому причину расхождения между опытом и теорией нужно искать, повидимому, в следующем обстоятельстве, на которое впервые обратил внимание, насколько нам известно, М. А. Мостков. В теоретических расчетах для потерь напора принимаются те закономерности, которые получаются из опытов над установившимся режимом, в то время как при неустановившемся режиме потери напора должны отличаться от потерь при установившемся режиме (при прочих равных условиях). При сбросе нагрузки и торможении массы воды в дерирации эпюра распределения скоростей по сечению должна выравниваться, а это, как известно, должно приводить к увеличению потерь напора, т. е. к уменьшению подъема уровня в резервуаре, что и наблюдается в действительности. К сожалению, в настоящее время, ввиду полного отсутствия каких-либо экспериментальных данных о потерях напора при неустановившемся движении, этот вопрос не может быть подвергнут детальному анализу.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Мелещенко Н. Т. Общий метод расчета гидравлического удара в трубопроводах. Известия ВНИИГ, т. 29, 1941.
2. Моссков М. А. Гидравлический удар в гидрозлектрических станциях. 1938.
3. Calame J., Gaden. D. Théorie des chambres d'équilibre, 1926.
4. Escande L. Calcul des chambres d'équilibre à section variable par les méthodes aux différences finies et semigraphique, Vérifications expérimentales. Le Génie Civil, CXXIV, № 20, 1947.
5. Eydox D. Hydraulique industrielle et usines hydroélectrique, 1921.

Ն. Ա. Կարվելիշվիլի

ՀԻԴՐՈՒԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԿԱՅԱՆՆԵՐԻ ՃՆՇՈՒՄԱՅԻՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐՈՒՄ
ՀԻԴՐԱՎԼԻԿԱԿԱՆ ՀԱՐՎԱԾԻ ԵՎ ՇԵՂՈՒԿ ՄԱՍՍԱՆԵՐԻ
ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հարվածում ցույց է տրված, որ հիդրավելիկոսական կայանների ճնշումային կառուցվածքներում հիդրավելիկոսական հարվածը և հեղուկ մասսաների աստանուսները իրենցից ներկայացնում են միևնույն պրոցեսի երկու ստադիաները և որ այդ ստադիաների միջև եղած տարբերությունը, հակոտակ մի շարք օտարերկրյա մասնագետների կարծիքի, կրում է ոչ թե որակական, այլ քանակական բնույթ:

Ընդհանուր ձևով գրելով ճնշումային կառուցվածքներում չհաստատված շարժման հավասարումները ((1) և (2)) և նույնպես ընդհանուր ձևով ապավ սկզբնական և սահմանային պայմանները, կարելի է ստանալ չհաստատված շարժման վերաբերյալ խնդրի միացյալ լուծումը, որն ընդգրկում է նրա ինչպես ստադիան ստադիան՝ հիդրավելիկոսական հարվածը, այնպես էլ երկրորդը՝ մասսաների աստանուսները: Այդ երկու ստադիաների միջև խիստ սահման չի կարելի բնագծել:

Այդպիսով, չհաստատված սեծիմը բաժանել հիդրավելիկոսական հարվածի և մասսաների աստանուսների՝ սկզբունքորեն անհրաժեշտ չէ և կրում է որոշեստական բնույթ: Բայց այդպիսի բաժանումը գործնականորեն նպատակահարմար է, որովհետև այն թույլ է տալիս զգալիորեն պարզելու խնդրի լուծումը:

Չհաստատված սեծիմի առաջին ստադիայում կարելի է անտեսել ջրի մակարդակի բարձրացումը հավասարակշռող սեղերվումաբում և ճնշման կորուստները: Դրա շնորհիվ պարզեցվում է հիդրավելիկոսական հարվածի հետադասությունը: Երկրորդ ստադիայում կարելի է անտեսել ջրի և գերիվադիայի պատերի առաձգականությունը, ինչպես և աուրբինների կարգավորման ժամանակի վերջնական մեծությունը, որի շնորհիվ պարզեցվում է մասսաների աստանուսների վերաբերյալ խնդրի լուծումը:

Հայտնի է, որ մասսաների աստանուսների վերաբերյալ փորձերի և տեսական հաշվարկերի միջև գիտվում է սխտեմատիկ տարամիտություն:

Հարվածում ցույց է տրված, որ այդ խնդրի հաշվարկներում սովորական պարզեցման շնորհիվ ստացված սխալները չնչին են և չեն բացա-

արում այդ ասրամխառթյանը: Դրա պատճառը պետք է բացատրել նրանով, որ տեսական հաշվարկները կատարված են ճնշման կորուստների բանաձևերի վրա, որոնք ստացված են հաստատված շարժման վրա կատարված փորձերից, մինչդեռ չհաստատված շարժման գեպքում ճնշումից առաջացած կորուստները պետք է ասարբերվեն հաստատված շարժման գեպքի կորուստներից: